Algunas erratas a “Homeomorfismos y difeomorfismos en dinámica unidimensional”.

Heber Enrich

Segundo semestre de 2006.

1. La definición del primer renglón de la página 2 corresponde a conjunto estable de un punto *fijo*. En general, el conjunto estable de un conjunto A es el conjunto de puntos x tal que $\operatorname{dist}(f^j(y), f^j(A)) \to 0$ si $j \to \infty$.

2. En el ejemplo 2.12, hay que sustituir N por I. Para el homeomorfismos en el círculo, la afirmación no es cierta (por ejemplo, es lo que pasa con una rotación de ángulo irracional). Sin embargo, si $f : S^1 \to S^1$ tiene un punto periódico, entonces vale la afirmación del ejemplo 2.12.

3. En el teorema 2.15 faltó agregar como hipótesis que F debe ser homeomorfismo.

4. En el renglón 6 de la página 4, hay varios errores, debe decir: “...de X en órbitas de Y *conservando la orientación*, esto significa que dado $p \in S^1$ y $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que...”.

5. En el ejemplo 2.17, renglón 12 de la página 4, debe decir “tal que $h(a) = a$, $h(b) = b$, $h(f(a)) = g(a)$ y $h(f(b)) = g(b)$ (hacer dibujo)...”.

6. En la página 6, renglón 3, debe decir “$F^{kn}(x) - x \geq km + ka$...”.

7. En la observación 3.6, las dos f que aparecen, deben ser F.

8. La demostración del teorema 3.9 debe sustituirse por la siguiente:

   Demostración. Del lema 3.1.c resulta que la gráfica de F^n no corta la gráfica de ninguna diagonal trasladada $x + p$. Luego, para cada $n \in \mathbb{N}$ existe p_n tal que

   $$x + p_n < F^n(x) < x + p_n + 1 \ \forall x \in \mathbb{R}$$

   De la observación 3.6 resulta que para cada n, p_n también cumple $p_n < n\alpha < p_n + 1$. Sea $\varepsilon > 0$ arbitrario. Como α es irracional, el conjunto $\{n\alpha - p_n; n \in \mathbb{N}\}$ es denso en $(0, 1)$ y por lo tanto existe n_0 tal que $n_0\alpha < p_{n_0} + \varepsilon$. De la observación 3.6, existe $x_0 \in \mathbb{R}$ tal que $F^{n_0}(x_0) < x_0 + p_{n_0} + \varepsilon$ (en caso contrario, de la observación se deduce $\alpha \geq \frac{p_{n_0}+\varepsilon}{n_0} > \alpha$). Definamos $F_\varepsilon = F - \varepsilon$. Admitamos (se probará a continuación) que existe $y_0 \geq x_0$ tal que $F_\varepsilon^{n_0}(y_0) = F^{n_0}(x_0) - \varepsilon$. Entonces, $F_\varepsilon^{n_0}(y_0) = F^{n_0}(x_0) - \varepsilon < x_0 + p_{n_0} \leq y_0 + p_{n_0}$. Aplicando nuevamente la observación 3.6 resulta $\rho(F_\varepsilon) \leq p_{n_0}/n_0 < \alpha = \rho(F)$.

Resta probar que para todo $n \in \mathbb{N}^+$ y $x \in \mathbb{R}$ existe $y \geq x$ tal que $F_\varepsilon^n(y) = F^n(x) - \varepsilon$. De hecho, como $x < y$ implica $F(x) < F(y)$, de $F_\varepsilon(x) = F(x) - \varepsilon$ se deduce que $F_\varepsilon^2(x) = F(F(x)-\varepsilon)-\varepsilon < F^2(x)-\varepsilon$, y por inducción resulta que para todo $j \in \mathbb{N}^+$, $F_\varepsilon^j(x) \leq F^j(x)-\varepsilon$, la igualdad vale solo para $j = 1$. Como para todo j, $\lim_{y\to\infty} F_\varepsilon^j(y) = \infty$, por continuidad existe y tal que $F_\varepsilon^j(y) = F^j(x) - \varepsilon$. $\square$

9. En la página 8, en las hipótesis de la afirmación 3.11 debe decir "Dado $x \in S^1$ y $m < n$ enteros positivos...".

10. En el renglón 8 y en el renglón 10 de la página 8, en la prueba, donde dice $f^{-k(m-n)}(I)$ debe decir $f^{k(m-n)}(I)$.

11. En el renglón 11 de la página 8, en vez de $f^k(y) \in I$, debe decir $f^{k(n-m)}(y) \in I$.

12. En el renglón 4 de la página 9, poco más arriba del llamado "Teorema B", donde dice "$[1, e^{2\pi\rho})$ (topología relativa)" debe decir "$[1, e^{2\pi/n})$". En el siguiente renglón hay que borrar "$[1, e^{2\pi\rho})$ (topología relativa)".

13. En el renglón -12 de la página 9, donde dice "Además, por a, f^i y f^{mi}..." debe decir "Además, por a, f y f^{mi}...".

14. En la demostración del teorema 3.15, donde dice $h \circ f \circ \Pi = \Pi \circ H \circ F = h \circ \Pi \circ F = \Pi \circ H \circ F = \Pi \circ T \circ H = R_{\rho(f)} \circ \Pi \circ H = R_{\rho(f)} \circ h \circ \Pi$ debe decir $h \circ f \circ \Pi = \Pi \circ H \circ F = \Pi \circ T \circ H = R_{\rho(f)} \circ \Pi \circ H = R_{\rho(f)} \circ h \circ \Pi$.

15. La demostración de la afirmación 3.16 está hecha para $n_1 > n_2$. Si $n_1 < n_2$, hay que cambiar un par de desigualdades, pero es análoga. Si $n_1 = n_2$, la afirmación es trivial.

16. En los corolarios 3.22 y 3.23, donde aparece I debe entenderse T. En esos corolarios, por diam$N$ debe entenderse, en el caso que sea S^1, la longitud de la circunferencia.

17. En la demostración del teorema 3.25, en el párrafo inmediato encima de la igualdad (4) donde dice "La preimagen de cualquier punto x_n será un solo punto. La preimagen de x_n será un intervalo I_n. Vamos a pedir que $|I_n|$ satisfaga dos condiciones:" debe decir "La preimagen de cualquier punto *que no sea un* x_n será un solo punto. La preimagen de x_n será un intervalo I_n. Vamos a pedir que $|I_n|$ satisfaga dos condiciones:".

18. La fórmula (5) debe ser "$\lim_{|n|\to\infty} \frac{|I_n|}{|I_{n+1}|} = 1$".

19. La definición de distancia en el caso de funciones definidas en S^1 no está bien: debe ser sustituida por "Esta definición se puede extender al caso S^1: tomemos F y G levantamientos de f y g respectivamente. Entonces $\operatorname{dist}_r(f, g) = \max_{x\in\mathbb{R}}\{|F(x)-G(x)|\operatorname{mod}(\mathbb{Z}), \dots, |F^{(r)}(x)-G^{(r)}(x)|\}$ es una métrica.".

20. En el teorema 4.16, paso 2, c, en el párrafo que comienza con "Antes de proseguir, veamos...", donde dice "Además un punto $x \in \mathbb{R}$ tal que $F^q(x) = x+p$ cumple $(F^q)'(x) \neq 1$ si y solo si x es un valor regular de $F^q(x)-x$." debe decir "Además un punto $x \in \mathbb{R}$ tal que $F^q(x) = x+p$ cumple $(F^q)'(x) \neq 1$ si y solo si p es un valor regular de $F^q(x) - x$.".

21. En el enunciado del lema 4.23 hay que sustituir la palabra “expansora” por continua.