

ALN – Multifrontales

CeCal – In. Co.
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Método frontal

- Variante de los métodos de factorización trabaja de a bloques.
- Presentado por Irons en años 70.
- Basado en la necesidad de resolución de grandes matrices simétricas y definidas positivas resultantes de la aplicación del método de los elementos finitos a problemas de análisis estructural

Versión 1.0 2

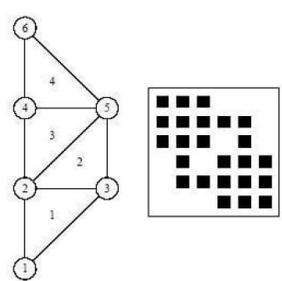
Método frontal

- Inspirado en la metodología de trabajo de los MEF.
- Se puede observar la relación existente entre la forma de construcción de la matriz de rigidez global por los MEF a través del ensamblaje de las matrices de rigidez de cada elemento según $A = \sum B_e$ (en donde B_e son las matrices de rigidez de los distintos elementos y A es la matriz de rigidez global) y la evolución de la factorización por la estrategia frontal.

Versión 1.0 3

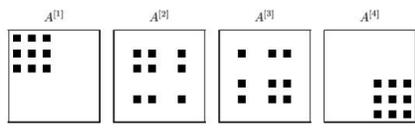
Método frontal

La discretización de un problema utilizando MEF y la estructura (coeficientes no nulos) de la matriz de rigidez asociada al problema. En el ejemplo se utilizan 4 elementos triangulares de 3 nodos cada uno y una sola variable libre lo que implica que la matriz de rigidez global posea 6 ecuaciones



Versión 1.0 4

Método frontal



- Se puede observar la estructura de cada una de las matrices de rigidez asociadas a cada uno de los 4 elementos del problema planteado en la Figura anterior.

Versión 1.0 5

Método frontal

- El principal aporte realizado por Irons, es la observación de que no es necesario calcular toda la matriz de rigidez global para luego factorizarla.
- Se puede realizar un secuencia de factorizaciones, a medida que las submatrices (matrices de rigidez de cada elemento) se encuentren completas, es decir que se puede factorizar una fila y columna una vez que esta haya recibido todos los aportes.

Versión 1.0 6

Método frontal

- 1: Calcular los coeficientes que aportan los elementos mientras se puedan agregar a la matriz frontal.
- 2: Buscar en la matriz frontal, dentro de las filas/columnas que se encuentran completamente sumadas (aquellas que no recibirían más aportes) un pivot.
- 3: Se elimina el pivot.
- 4: Mientras se puedan eliminar pivot se repiten los pasos 2 y 3.
- 5: Luego se agregan los coeficientes de la matriz del siguiente elemento a la matriz frontal y se repiten los pasos 2 y 3.
- 6: Cuando se eliminan todos los pivot se resuelve mediante sustitución.

Versión 1.0

7

Método multifrontal

- Extensión a los métodos frontales por Duff y Reid.
- El gran aporte de los métodos multifrontales es que están diseñados para trabajar con varios frentes en forma independiente, calculando la factorización de un frente y guardando los aportes del mismo a otros frentes hasta que sea necesario utilizarlos.
- En una etapa previa se realiza el análisis de la dependencia de datos entre los distintos frentes. Una vez establecido el orden de eliminación (árbol de eliminación) se van resolviendo los distintos frentes. Antes de factorizar un frente es necesario ensamblar las matrices de rigidez de los elementos del frente y cargar y calcular el aporte de los complementos de Schur pendientes.

Versión 1.0

8

Método multifrontal

- En forma de ejemplo, se puede ver una matriz A y su árbol de eliminación.
- Para la matriz A la técnica multifrontal factoriza el primer frente definido por la matriz de las entradas 1 y 3, y luego guarda en alguna estructura auxiliar los aportes de este frente ya que el frente 2 no posee dependencias de datos con el primer frente.

$$A = \begin{pmatrix} x & & & & \\ & x & & & \\ & & x & & \\ & & & x & \\ & & & & x \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} & & 1 & 3 \\ 1 & & \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} & \\ 3 & & & \end{matrix} \quad \begin{matrix} & & 2 & 4 \\ 2 & & \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} & \\ 4 & & & \end{matrix}$$

Versión 1.0

9

Método multifrontal

- Davis y Duff presentan el método multifrontal para matrices no simétricas.
- Su propuesta se basa en la utilización de los DAGs en vez de los árboles de eliminación para representar la factorización.
- Como principales características de la propuesta se destacan el manejo de frentes rectangulares a diferencia del método multifrontal original que utiliza frentes cuadrados y la combinación de la etapa de análisis y factorización numérica.

Versión 1.0

10

Método multifrontal

- David y Duff también propusieron una versión de los métodos que combina la estrategia frontal con la multifrontal.
- Posteriormente, los grandes aportes a los métodos multifrontales se han dado en las etapas de ordenamiento y factorización simbólica.
- También se han presentado varios trabajos para explotar características de las distintas arquitecturas de computadores, hacer un uso eficiente de las distintas memorias y principalmente en aplicaciones de estrategias de paralelismo.

Versión 1.0

11

Método multifrontal

- Paralelismo

Versión 1.0

12