

- Tiempo de resolución: 3 horas.
- Comenzar cada ejercicio en una hoja diferente.
- Se requiere un mínimo de 60 puntos para aprobar el examen.

**Ejercicio 1** ( Tema: Errores )

( 24 puntos ) ( 7 + 9 + 8 )

- Defina y explique el concepto de *epsilon de máquina* ( $\varepsilon_{MACH}$ ), comentando su importancia al trabajar con un sistema de representación de punto flotante. Explique la relación del  $\varepsilon_{MACH}$  con los problemas denominados *underflow*, *cancelación catastrófica* y *shift out*.
- Explique la noción genérica de la técnica de *iteración*. Ejemplifique los conceptos, aplicándolos a la resolución del problema  $x = F(x)$ . Explique porqué para el problema de hallar la raíz cuadrada de un número  $c$ ,  $2 > c > 1$  ( caso  $F(x) \equiv \sqrt{x}$  ), la formulación  $F(x) = c/x$  no es adecuada para la resolución del problema. Presente una formulación útil para resolver este problema.
- Explique el fundamento de la técnica conocida como *extrapolación de Richardson*, deduciendo su formulación. Comente y desarrolle un caso de aplicación de esta técnica para la resolución de alguno de los problemas estudiados en el curso.

**Ejercicio 2** ( Tema: Sistemas de Ecuaciones Lineales )

( 22 puntos ) ( 7 + 8 + 7 )

- Explique la forma general de los métodos iterativos para la resolución de sistemas lineales. Comente la diferencia con los métodos directos de resolución de sistemas lineales y mencione en qué situaciones cada tipo de método presenta ventajas frente al otro tipo.
- Enuncie y demuestre la condición necesaria y suficiente de convergencia para un método iterativo. Defina el concepto de velocidad de convergencia y relaciónelo con la condición demostrada anteriormente.
- Comente las dos propiedades que debe tener la matriz M que define al método iterativo para que sea posible obtener "rápidamente" una buena solución aproximada para el sistema lineal. Discuta las ventajas relativas de tres elecciones diferentes para la matriz M.

**Ejercicio 3** ( Tema: Métodos Implícitos para ED )

( 27 puntos ) ( 9 + 9 + 9 )

- Explique los conceptos de *métodos implícitos* y *métodos predictor-corrector* para la resolución de EDO. Ejemplifique desarrollando la formulación del método del trapecio, e indicando específicamente los detalles del método iterativo a utilizar (formulación, valor inicial de iteración, condición de parada, etc.). Explique cuál es el criterio deseable para un predictor genérico.
- Describa las características de un *problema rígido*, ejemplificando los conceptos para el problema  $y' = 100(\sin(x) - y)$ ,  $y(0) = 0$  cuya solución es  $y = \lambda(\sin(x) - 0.01 \cdot \cos(x) + 0.01 \cdot e^{-100x})$  con  $\lambda = 1/1.0001$ . Explique qué tipo de métodos son útiles para la resolución de este tipo de problemas, justificando su respuesta.
- Explique la diferencia entre un esquema *explícito* y uno *implícito* para la resolución de EDP. ¿Cuál es la principal diferencia entre un método implícito para la resolución de EDO y uno implícito para resolución de EDP?. Explique utilizando como base el desarrollo del método BTCS (Backward in Time, Centered in Space) para la resolución de ecuaciones hiperbólicas de primer orden.

**Ejercicio 4** ( Tema: Interpolación )

( 27 puntos ) ( 6 + 8 + 7 + 6 )

- Determine la principal ventaja de la interpolación de Newton respecto a la de Lagrange y las ventajas y desventajas de la interpolación de Lagrange respecto a la que utiliza monomios como funciones base.
- Realice el cálculo de la estimación del error de la interpolación de Newton y compárelo con el de Lagrange y Hermite.
- Defina los polinomios de Bernstein. Establezca qué método de interpolación los utiliza, cuál es su formulación correspondiente y las diferencias fundamentales respecto a los demás métodos presentados en el curso.
- Describa la interpolación lineal a trozos. Mencione el orden del error del método y de su derivada. Explique cuál es la posibilidad de que aparezca el fenómeno de Runge al utilizar este método.