

Examen de Cálculo Numérico

21 de marzo de 2003

- **Tiempo de resolución: 3 horas.**
- **Comenzar cada ejercicio en una hoja diferente.**
- **Se requiere un mínimo de 60 puntos para aprobar el examen.**

Ejercicio 1 (Tema: Sistemas Lineales)

(25 puntos)

- a) Desarrolle la formulación general para las operaciones realizadas en el paso k-ésimo de la escalerización gaussiana. Justifique el vínculo existente entre el proceso de escalerización y el método LU de resolución de sistemas lineales. (4+5=9)
- b) Estudie la cantidad de operaciones del método de Gauss, a partir de la aproximación de cantidad de operaciones para el paso k-ésimo. ¿ Qué ventaja aporta el método LU para reducir este número de operaciones ? (4+4=8)
- c) Desarrolle la formulación general de los métodos iterativos para la resolución de ecuaciones lineales e indique en qué casos es conveniente aplicar este tipo de métodos. Demuestre la condición necesaria y suficiente para la convergencia de un método iterativo. (4+4=8)

Ejercicio 2 (Tema: ED)

(26 puntos)

- a) Explique la motivación del *problema test* y su justificación para utilizarlo como problema genérico para el estudio de estabilidad de EDOs. (9)
- b) Explique el criterio práctico utilizado para estudiar la estabilidad de EDP (7).
- c) Describa el método BTCS, explicando para que casos se aplica y estudie su estabilidad (5+5=10)

Ejercicio 3 (Tema: Errores)

(23 puntos)

- a) Describa el problema de cancelación catastrófica. Estudie el caso genérico donde se manifieste el problema y explique el método general utilizado para resolver este problema. (3+4+2=9)
- b) Explique los problemas que surgen al aproximar numéricamente una derivada utilizando *diferencias de primer orden* y obtenga una cota para el error cometido por la aproximación. (7).
- c) Explique el fundamento de la técnica conocida como *Extrapolación de Richardson*. Explique un caso de aplicación de esta técnica para la resolución de un problema numérico y justifique su uso. (5+3=8)

Ejercicio 4 (Tema: Interpolación)

(25 puntos)

- a) Deduzca la expresión para el error cometido al utilizar la interpolación de Lagrange. Halle una cota para la expresión del error y explique las conclusiones importantes que se pueden extraer de esta cota. (6+3=9)
- b) Deduzca la fórmula de la interpolación de Newton y explique como se obtiene una estimación del error cometido al utilizar dicho método. (5+3=8)
- c) Exprese un algoritmo para el cálculo de las diferencias divididas. Aplique el algoritmo para hallar los coeficientes del polinomio interpolante de Newton por los puntos (1,0) (2,2) y (4,12). Escriba un algoritmo para evaluar el polinomio interpolante aplicando la idea de la regla de Horner explicando sus ventajas. (3+2+3=8).