

Examen de Cálculo Numérico

3 de marzo de 2006

- Tiempo de resolución: 3 horas.
- Inicie cada ejercicio en una hoja diferente.
- Se requiere un mínimo de 60 puntos para aprobar el examen.

Ejercicio 1 (Tema: Errores)

(23 puntos) (6+9+8)

- a) Describa los cinco errores comunes que pueden ocurrir al trabajar con el sistema de representación de punto flotante.
- b) Defina número de condición de un problema (C_p) y de un algoritmo (C_A). Determine el número de condición del problema de radicación, $y = \sqrt{x}$.
- c) Determine si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justifique su respuesta en cada caso:
 - El $\varepsilon_{\text{MACH}}$ es el número más pequeño (en valor absoluto) del sistema de representación de punto flotante FP (excluyendo el 0).
 - Dados dos números exactamente representables en un sistema FP, su suma es exactamente representable en el sistema FP.
 - Para cualquier número x , el valor de x luego de la operación $x = a + (b + c)$ es el mismo que luego de la operación $x = (a + b) + c$.
 - En la derivación numérica de una función $f(x)$ mediante uso del cociente incremental, los mejores resultados se consiguen tomando el valor del incremento h tan próximo al valor de underflow como sea posible.

Ejercicio 2 (Tema: Ecuaciones No Lineales)

(27 puntos) (8+9+10)

- a) Describa el Método Iterativo General para resolver ecuaciones no lineales, y enuncie los teoremas sobre las condiciones de convergencia y velocidad de convergencia (teoremas 1, 3 y 4).
- b) Describa el método de Newton-Raphson y vincúlelo con el MIG determinando la función g utilizada. Deduzca su orden y velocidad de convergencia utilizando los teoremas 3 y 4 del MIG.
- c) Describa los métodos de la secante y regula falsi, indicando su orden y velocidad de convergencia. Compare las ventajas y desventajas de los tres métodos presentados (Newton-Raphson, secante y regula falsi).

Ejercicio 3 (Tema: Interpolación)

(25 puntos) (9+8+8)

- a) Desarrolle la expresión del error en la interpolación polinómica.
- b) Defina la función de Runge y explique el fenómeno de Runge con interpolación polinómica. Justifique por qué al interpolar las funciones seno y coseno no se da el fenómeno de Runge.
- c) Explique los conceptos de interpolación a trozos local y global. Describa la formulación y el orden del error de la interpolación lineal a trozos.

Ejercicio 4 (Tema: Ecuaciones diferenciales)

(25 puntos) (8+8+9)

- a) Defina los conceptos de estabilidad, consistencia y convergencia de un método numérico para resolución de EDO y explique las relaciones existentes entre ellos. ¿Qué vínculo existe entre la estabilidad de una EDO y la estabilidad de un método numérico que la resuelva?
- b) Explique el procedimiento que siguen los métodos de paso adaptativo para la resolución de EDOs y describa su implementación.
- c) Presente la resolución de una EDP elíptica (ecuación de Poisson en dos variables) $\nabla^2 \phi = -S(x, y)$, $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$ $\phi_x = 0$, $x = a$; $\phi = 0$, $x = b$; $\phi_y = 0$, $y = c$; $\phi = 0$, $y = d$ utilizando una molécula de cálculo de cinco puntos.