

Propuesta de Tesis en Ingeniería Matemática

Identificación del proponente

- Nombre: Eduardo Canale/ Pablo Monzón
- Último título obtenido: Doctor en Matemática/ Doctor en Ingeniería
- Lugar de trabajo: (IMERL/ IEE) Facultad de Ingeniería
- Área de trabajo: Teoría de Grafos/ Teoría de Control
- Información de contacto: canale@fing.edu.uy/ monzon@fing.edu.uy

Identificación de la propuesta de proyecto de tesis

- Título del proyecto: Clasificación de puntos de equilibrios de grafos del modelo de Kuramoto generalizado
- Área temática del conocimiento de la propuesta: Teoría de grafos y ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Resumen: Dado un grafo G y una de sus matrices de incidencia B , se pretende hallar y clasificar los puntos de equilibrio del sistema.

$$\dot{\theta} = -B \operatorname{sen}(B^t \theta).$$

Este tipo de sistemas describen el comportamiento de los llamados osciladores de Kuramoto débilmente acoplados [2] y se presentan en áreas tan diversas como la robótica, las comunicaciones y la biología (ver por ejemplo [3]).

En estos sistemas, existe siempre un conjunto de puntos de equilibrios triviales que es cuando el vector θ tiene todas sus componentes iguales. Dichos equilibrios se llaman de *consenso* y corresponden a tener los osciladores sincronizados. Además dichos puntos son asintóticamente estables sea cual sea el grafo G . Uno de los intereses prácticos más importantes es saber cuando son los únicos equilibrios asintóticamente estables, pues en dicho caso, para casi cualquier condición inicial, el sistema convergerá a uno de ellos. Los grafos para los cuales pasa ésto los hemos bautizado con el nombre de grafos AGS o *sincronizantes*.

Un problema mas general pero a su vez más atacable numéricamente es el de encontrar y clasificar los equilibrios de un grafo cualquiera. Se trata de un problema abierto difícil de resolver en general, pero atacable para grafos particulares como los ciclos.

- Posibles aplicaciones científicas: el tema es completamente nuevo y los resultados obtenibles son fácilmente publicables en congresos de teoría de control y posiblemente teoría de grafos. Así como en áreas afines como la computación.
- Posibles aplicaciones productivas y/o sociales:
- Metodología: El proyecto consiste generar una base de datos de resultados numéricos y/o exactos para familias concretas de grafos, como los grafos circulantes.

Se utilizarán diferentes técnicas de cálculo numérico y combinatoria para hallar los puntos de equilibrio, mientras que su clasificación se realizará por linealización cuando sea posible.

■ Referencias

- [1] C. Godsil and G. Royle. Algebraic Graph Theory. Publisher: Springer Verlag (New York).
- [2] P. Monzón and F. Paganini, “Global considerations on the Kuramoto model of sinusoidally coupled oscillators,” in *Proc. of the 44th IEEE CDC and ECC*, Sevilla, Spain, 2005, pp. 3923–3928.

[3] S. H. Strogatz, “From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled nonlinear oscillators,” *Physica D*, no. 143, pp. 1–20, 2000.

- Perfil esperado del estudiante: Deberá tener conocimientos que cálculo en varias variables. Es recomendable que también haya estudiado ecuaciones diferenciales ordinarias y teoría de grafos. Si no los tuviera deberá adquirirlos.
- Comentarios adicionales:
- Lugar y Fecha de la propuesta: Montevideo Setiembre 2008