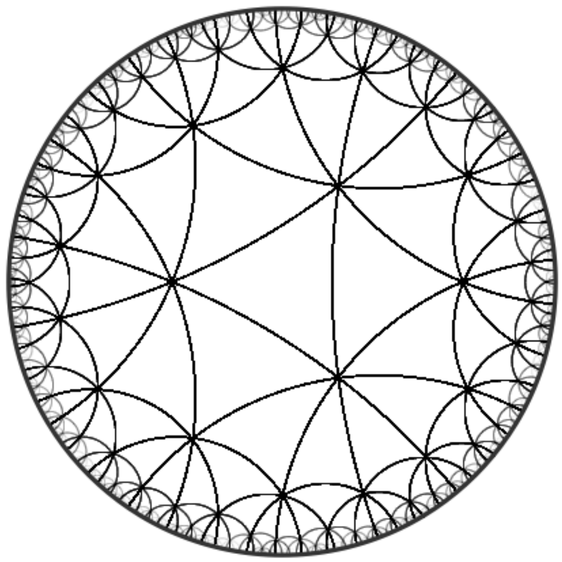
Curso de Posgrado en Matemática

Geometría Hiperbólica y Deformación



La línea general del curso es entender las posibles geometrías hiperbólicas que puede admitir una variedad compacta. En este problema se destacan dos resultados fundamentales,

1. Para una superficie cerrada Σ de género $g \geq 2$, el espacio de las geometrías hiperbólicas en Σ, llamado *espacio de Teichmuller* de Σ, es homeomorfo a una bola de dimensión $6g - 6$.

2. Una variedad cerrada de dimensión ≥ 3 admite a lo sumo una geometría hiperbólica. (Teorema de rigidez de Mostow).

Estos resultados forman el corazón del curso. Las nociones y técnicas que aparecen en su demostración son usadas continuamente en la investigación actual. En el caso de los espacios de Teichmuller, son usadas para entender otros aspectos de los grupos fundamentales de superficies, como sus grupos de automorfismos y sus representaciones en grupos de Lie. Y en el caso de la rigidez de Mostow, sirven también para estudiar los grupos hiperbólicos definidos por Gromov.

A través de la prueba de los dos resultados anteriores, el curso formará una introducción a las variedades hiperbólicas. Empezaremos desde lo básico, asumiendo pocos prerrequisitos que podrán ajustarse al nivel de los estudiantes.

Carga horaria: Dos clases de 2 horas por semana. Esto incluirá un horario dedicado al práctico.

Reunión inicial: Lunes 11/3 a las 13:00, en el salón de seminarios del IMERL (Facultad de Ingeniería).
En caso de no poder ir a la reunión inicial, pueden mandar un mail a **juan@cmat.edu.uy** con sus posibilidades de horario y preferencia de lugar (Ciencias o Ingeniería).

Prerrequisitos: Formación equivalente a los cursos de Topología y Cálculo III. Se recomienda tener nociones básicas de teoría de la medida.

Programa:

1. **Introducción a la geometría hiperbolica plana:** Geometría de $\mathbb{H}^2$, transformaciones de Möbius e isometrías, superficies hiperbólicas, borde al infinito, flujo geodésico.
2. **Espacios de Teichmuller:** Distintas definiciones y su equivalencia, coordenadas de Fenchel–Nielsen, el espacio de teichmuller de una superficie hiperbólica es una bola.
3. **Geometría hiperbolica en dimensión general:** Modelo de Klein, generalización de las propiedades vistas para el caso plano.
4. **Teorema de Howe–Moore:** Ergodicidad y propiedad mixing. El flujo geodésico de una variedad hiperbólica de área finita es mixing.
5. **Teorema de Mostow:** Cuasi-isometrías y extensión al borde. Mapas cuasiconformes de la esfera. El espacio de Teichmuller de una variedad hiperblica compacta de dimensión > 2 es un punto.

Aprobación: Entrega de ejercicios y examen oral.

Bibliografía: La siguiente es una bibliografía general que cubre el material del curso y temas relacionados. No será tratarda exhaustivamente.

1. A. Fathi, F. Laudenbach and V. Poenaru, Travaux de Thurston sur les surfaces. Astrisque, 66-67, Soc. Math. France, Paris, 1979.
2. John Hubbard,Teichmuller Theory and applications to Geometry, Topology, and Dynamics. Volume I. Matrix Editions, 2006.
3. Marc Bourdon, Sur le birapport au bord des CAT(1)-espaces. IHES Publ. Math. No 83, 1996.
4. Etienne Ghys and Pierre de la Harpe, Sur les groupes hiperboliques d'apres Mikhail Gromov. Birkhauser, 1990.
5. Robert Zimmer, Ergodic theory of semisimple Lie groups. Birkhauser, 1984.
6. Albert Marden , Outer circles, An introduction to hyperbolic 3-manifolds. Cambridge University Press, 2007.
7. William Thurston, Three dimensional geometry an topology. Princeton University Press, 1997.