



Aplicación de Isetl

a

progresiones aritméticas

y

geométricas

Matemática Discreta
Prof: Sylvia da Rosa

Sthella Barrera
Nadja de los Santos

20 de julio de 2006



Índice

Índice	2
Introducción	3
OBJETIVO:	3
PRERREQUISITOS	4
MARCO TEÓRICO	4
DESARROLLO DEL TEMA	5
METODOLOGÍA	5
Sucesiones	6
Problema 1:	6
Problema 2:	6
Actividad 1:	6
Progresiones aritméticas	7
Actividad 2:	7
Aplicación 1:	7
Problema 3:	7
Actividad 3:	8
Actividad 4:	8
Aplicación 2:	8
Problema 4:	9
Suma de los n primeros términos de una progresión aritmética	9
Actividad 5:	9
Progresiones geométricas	9
Actividad 6:	9
Aplicación 3:	10
Problema 5:	10
Actividad 7:	10
Actividad 8:	11
Aplicación 4:	11
Problema 6	11
Suma de los n primeros términos de una progresión geométrica	12
Actividad 9:	12
Aplicación 5:	12
Valoraciones	14
Nota:	14
Bibliografía	15
<i>¿Qué es la matemática discreta?</i>	16
<i>¿Qué es la matemática?</i>	16

Introducción

El presente trabajo responde a la evaluación del curso semipresencial “Matemática Discreta usando Isetl”, para el cual se escogió el tema Progresiones Aritméticas y Geométricas correspondiente al curso de 5° año de la orientación Humanística [8].

“La Matemática Discreta debe su intenso desarrollo de los últimos años a la comunidad científica relacionada con la Ciencia de la Computación y en lo que se refiere a la educación, los estudios terciarios en dicha ciencia han incorporado cursos de Matemática Discreta con alta prioridad.

Hoy día, la Economía, las Ciencias Sociales, las Ciencias gerenciales, la Ingeniería eléctrica, la Física simbólica, por solo nombrar algunas, tienen necesidad de resolver problemas que se modelan utilizando herramientas de Matemática Discreta [10]”

“**ISetL** pertenece a un paradigma de lenguajes de programación, llamado *lenguaje de programación matemática* y se caracterizan por poseer una sintaxis similar a la notación matemática estándar.

Este software es específico para la enseñanza de matemática, especialmente para cursos de grado

El programa y la documentación sobre el mismo se encuentran en el sitio de Internet: <http://www.ilstu.edu/~jfcotr/isetl/>, versión “Isetl for Windows (Jim’s)”. El programa es de libre distribución” [7].

El uso de Isetl permite el trabajo con varios términos de una sucesión y evita el planteo de fórmulas y ecuaciones ya que una vez de identificados los datos, resta ingresar éstos en el programa para resolver el problema, permitiéndonos trabajar con problemas más generales y no tan particulares como se hace habitualmente.

La resolución de distintas situaciones requiere analizar, razonar, experimentar, representar, y en muchos casos realizar cálculos a veces tediosos. Si contamos con una **herramienta** facilitadora de estos cálculos como puede llegar a ser la computadora, generamos en el alumno un interés mayor por la tarea sin perder de vista el objetivo principal, lograr nuevas estrategias para resolver problemas.

Cuando un alumno se enfrenta a un problema matemático intenta resolver dicha situación con los conocimientos que ya posee (lo que Piaget llama asimilación), modificando su esquema de conocimiento (denominado acomodación según Piaget), para luego de estos procesos adaptarse al medio que lo rodea (adaptación según Piaget) [2,3].

OBJETIVO:

En 5° año, orientación humanística, la unidad MATEMÁTICA FINANCIERA consta de:

Progresiones aritméticas y geométricas. Definición y suma.

Interés simple y compuesto. Descuento comercial y racional.

Anualidades de capitalización y de amortización. Uso de tablas.

El objetivo del trabajo es elaborar una propuesta didáctica para desarrollar el tema “Progresiones aritméticas y geométricas”, utilizando el programa ISETL como **herramienta**.

Las progresiones son un tipo de sucesiones, funciones de dominio natural. Son secuencias ordenadas de objetos con un criterio de formación que permite conocer cómo determinar los elementos siguientes [5]. Una secuencia es una función constructora de conjuntos ordenados que en programación se denominan listas. Las listas tienen elementos del mismo “tipo” [10].

PRERREQUISITOS

Para abordar el tema el alumno deberá tener como conocimientos previos del curso los temas: conjuntos, relaciones y funciones, cálculos y resolución de ecuaciones.

Además, para trabajar con ISETL, se necesitarán mínimos conocimientos del uso del computador.

MARCO TEÓRICO

Jean Piaget sostiene que en los individuos se dan los procesos de asimilación, acomodación y adaptación.

La asimilación consiste en incorporar nuevos datos o información a los esquemas ya existentes. Para esto es necesario que se lleve a cabo la acomodación.

La acomodación es el desarrollo de nuevos esquemas o modificación de los ya existentes.

Cuando se logra la asimilación y la acomodación se lleva a cabo la adaptación.

La adaptación es la capacidad que poseen todos los organismos a adecuarse a las exigencias de su entorno [2].

Según Piaget cuando el sujeto logra la apropiación de la nueva información sea desarrollando nuevos esquemas o modificando los que posee, adaptándose al medio que lo rodea, se alcanza el equilibrio.

El equilibrio es un mecanismo de autorregulación necesario para asegurar una interacción eficaz entre el desarrollo y el medio, cuyas herramientas son la asimilación y la acomodación.

La discrepancia entre lo esperado y lo que realmente ocurre es una forma de desequilibrio.

El desequilibrio trae consigo una pérdida de la estabilidad de la estructura mental de la persona y son los procesos de asimilación y adaptación los que permiten el reestablecimiento del mismo [2,3].

Piaget puso el énfasis de su trabajo en comprender el desarrollo intelectual del ser humano. Sus estudios prácticos los realizó con niños en los que observaba como iban desarrollando etapas y como adquirirían diversas habilidades mentales.

“Para Piaget el desarrollo intelectual es un proceso de reestructuración del conocimiento:

El proceso comienza con una estructura o una forma de pensar propia de un nivel.

Algún cambio externo o intrusiones en la forma ordinaria de pensar crean conflicto y desequilibrio.

La persona compensa esa confusión y resuelve el conflicto mediante su propia actividad intelectual.

De todo esto resulta una nueva forma de pensar y estructurar las cosas; una manera que da nueva comprensión y satisfacción al sujeto.

En una palabra, un estado de nuevo equilibrio.”[11]

Referido a nuestro trabajo, si el alumno, ante una situación problemática, no puede abordarla con los conocimientos que posee, está en desequilibrio. En su afán por resolver el problema se percibe la necesidad de lograr nuevamente el equilibrio, lo que según Piaget, trae como consecuencia el desarrollo y maduración de las estructuras mentales.

Es importante tener en cuenta el papel que juega el equilibrio y desequilibrio en el proceso mental del educando[1]. Por ello es necesario plantear situaciones problemáticas que sean resueltas por el alumno, en las que el docente sólo deba guiar al estudiante para que por sí mismo resuelva el problema.

Es fundamental propiciar la interacción de los alumnos, el intercambio de opiniones, para enriquecer la tarea, para descubrir puntos de vista diferentes, lo que daría lugar al desequilibrio y por ende a la necesidad de restablecerlo.

Planteada esta necesidad, Piaget se refiere a dos tipos de experiencias: la física y la lógico- matemática, mostrando que es sustancial, **la experiencia física**, manipular el objeto para abstraer del mismo sus propiedades. Luego orientar la atención del sujeto hacia la operación realizada con el objeto, con el fin de alcanzar la abstracción **lógico matemática** de la operación y no que sólo la realice para ver su resultado [3].

Por esto, el docente debe proporcionar los recursos matemáticos requeridos para lograr la abstracción apoyándose en los conocimientos previos que posee el alumno. Debe estimularlo para alcanzar la actividad lógico-matemática e incrementar su capacidad de conocimiento.

DESARROLLO DEL TEMA

Para introducir el tema se presentan dos problemas que complementados con una actividad guiada, nos conducen a abordar la definición de sucesión.

Luego se desarrollan actividades guiadas, donde los alumnos deben aplicar programas diseñados en Isetl, con el fin de generar una progresión.

En primera instancia lo utilizamos para que mediante su ejecución se llegue a comparar casos, recoger observaciones y, con apoyo del docente, arribar a definiciones y fórmulas.

En segunda instancia les pedimos a los alumnos que ingresen y ejecuten un programa dado, para que basados en éste ellos creen otros programas que les permitan calcular incógnitas a partir de diferentes datos.

Finalmente se presenta una batería de situaciones problemáticas y se pide que se resuelvan **aplicando Isetl**, siendo los propios alumnos quienes deban seleccionar de los programas trabajados, aquellos adecuados para cada resolución. La cantidad de problemas seleccionados va de acuerdo al curso práctico de matemática para la orientación citada.

METODOLOGÍA

Todas las definiciones son trabajadas en base a observaciones realizadas por los alumnos, siendo tarea del docente distinguir de las observaciones aportadas aquellas que sean correctas para arribar a la formalización de los conceptos. El docente es sólo un guía hasta llegar a la formalización.

Las fórmulas de suma se deducen matemáticamente a partir de los problemas disparadores, haciendo uso de lo tratado hasta el momento. Se utiliza el pizarrón y lo hacen los estudiantes junto al docente.

Se trabajará en equipos por lo menos de dos integrantes, para favorecer el intercambio y discusión.

La parte práctica de la unidad está distribuida en **Aplicación, Actividad y Problema**.

Denominamos **problemas** a las situaciones que el alumno resolverá con sus conocimientos previos y serán disparadores para introducir el tema a tratar.

Denominamos **actividades** a situaciones generadoras de ideas que nos permitirán alcanzar las definiciones.

Denominamos **aplicaciones** a aquellas situaciones donde se aplique directamente lo ya formalizado y los programas en Isetl ya incluidos o ingresados.

En cuanto al uso del software, primero se ejecutan programas que los alumnos incluyen, luego se ingresan y ejecutan otros, para luego lograr crear programas que se les solicita.

Finalmente se aplican los programas necesarios para implementar las soluciones a las distintas situaciones. Se solicita a los alumnos que creen un archivo .txt donde se registren los procedimientos realizados y resultados obtenidos.

Isetl es utilizado tanto en las actividades como en las aplicaciones, pero no en los problemas. Éstos son resueltos en matemática con los conocimientos previos del alumno.

Sucesiones

Problema 1:

Mi tío me visita cada semana y antes de irse me deja de regalo \$200. Estoy ahorrando y llevo el control de lo que tengo. Si yo tenía ahorrado \$1233,50 ¿cuánto tengo la octava semana?

Problema 2:

Cerca del Liceo se abre una discoteca, la cual da una fiesta diferente cada fin de semana. Tiene tanto éxito que semanalmente duplica sus recaudos. Si la primera noche obtuvo \$10000, calcular cuánto recaudó cada noche si la última fue la sexta.

Actividad 1:

- Represente mediante diagramas de Venn las relaciones que se surgen de ambos problemas.
- Indique si son funciones.
- Determine dominio y codominio de cada relación.
- ¿Encontró algo en común en estas relaciones?

A partir de las observaciones de los alumnos se definirá sucesión como una función de dominio natural.

Se plantearán actividades utilizando Isetl para identificar dos tipos diferentes de sucesiones: las progresiones geométricas y las progresiones aritméticas.

Progresiones aritméticas

Actividad 2:

En el programa Isetl ingrese el siguiente texto;

```
¡include MD01.txt ↵
```

Escriba :

```
prog_arit(5,10,20); ↵
```

- ❖ Observe lo que obtuvo. ¿Qué puede decir? ¿Es una sucesión? En caso afirmativo, ¿con qué criterio está formada? Escriba los cuatro elementos siguientes.

A partir de las observaciones de los alumnos se definirá progresión aritmética, identificando términos y diferencia.

Observemos que prog_arit es un programa que devuelve una progresión aritmética.

En general escribimos **prog_arit(a₁,d,n)** donde sus variables a₁, d y n, representan el primer término, la diferencia y la cantidad de términos de la progresión que queremos tener.

Aplicación 1:

Usando Isetl obtener lo siguiente:

- Los primeros 15 términos de una P.A. de diferencia 8 y primer término 6.
- Los primeros 25 términos de una P.A. de diferencia 110 y primer término -28.
- Los primeros 18 términos de una P.A. de diferencia -13 y primer término 12.
- ❖ ¿Cómo haría para obtener en cada caso el término 10, conociendo la diferencia y el primer término?
- ❖ ¿Y para obtener el término 30?
- ❖ Encuentre una fórmula general para hallar el término n, llamado término enésimo de la sucesión (a_n).

Problema 3:

Un embalse tiene el primer día del mes de setiembre 10000 litros de agua y recibe durante el mes, todos los días, 1500 litros de agua. ¿Cuántos litros de agua tendrá el día 20?

Actividad 3:

Ingrese en Isetl:

```
termino_an:=func(a1,n,d); ←
if is_number(a1) and is_number(n) and is_number(d) then ←
return a1+(n-1)*d; ←
end; ←
end; ←
```

Además ingrese:

```
termino_an(6,8,10); ←
termino_an(2,11,10); ←
termino_an(12,-3,10); ←
```

- ❖ ¿Qué obtiene con este programa?
- ❖ Verifique respuesta dada al problema.

Actividad 4:

Basándose en el programa **termino_an**, escriba:

- Un programa **termino_a1**, que ingresándole la diferencia, el término enésimo y el valor de n, devuelva el primer término.
- Un programa **diferencia**, que ingresándole el primer término, el término enésimo y el valor de n, devuelva la diferencia de la progresión.
- Un programa **valor_n**, que ingresándole la diferencia, el término enésimo y el primer término, devuelva el valor de n.

Aplicación 2:

Usando Isetl resolver:

1. El primer término de una P.A. es 2 y el cuarto término es 20.
 - a) ¿Cuál es la diferencia de la progresión?
 - b) ¿Cuál es el décimo término de la progresión?
2. Averigua cuál es la diferencia en las siguientes P.A. y calcula 5 términos a cada una de ellas:

2, -2, -6, -10, -14,...

21, 22.5, 24, 25.5, 27,...

3. Observa las siguientes P.A. y calcula a15
4, 15, 26, 37, ...

3, -5, -13, -21,...
4. ¿Cuál será el primer término de una P A. cuya diferencia es 6 y cuyo octavo término es 21?
5. En una sala de cine, la primera fila dista de la pantalla 5,5m y la sexta, 8,75m. ¿En qué fila está una persona si su distancia a la pantalla es de 13,3m?

Problema 4:

En una empresa de caramelos se elaboran el primer día 97Kg de caramelos. Calcular cuántos caramelos se elaboraron en 26 días, sabiendo que la producción aumenta 0,5Kg por día.

Suma de los n primeros términos de una progresión aritmética.

En clase se deducirá la fórmula para la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética, obteniendo que:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Actividad 5:

Escriba en Isetl:

`sum(prog_arit(97,0.5,26));` ↵

- ❖ Observe el resultado y compare con lo obtenido en la resolución del problema.

Progresiones geométricas

Actividad 6:

Escriba:

`prog_geom(50,2,15);` ↵

- ❖ Observe lo que obtuvo. ¿Qué puede decir? ¿Es una sucesión? En caso afirmativo, ¿con qué criterio está formada? ¿Es una sucesión aritmética? Justifique y escriba los cuatro elementos siguientes.

A partir de las observaciones de los alumnos se definirá progresión geométrica, identificando términos y razón.

Observemos que prog_geom es un programa que devuelve una progresión geométrica.

En general escribimos **prog_geom(a₁,r,n)** donde sus variables a₁, r y n, representan el primer término, la razón y la cantidad de términos de la progresión que queremos tener.

Aplicación 3:

Usando Isetl obtener lo siguiente:

- Los primeros 10 términos de una P.G. de razón 23 y primer término 8.
- Los primeros 15 términos de una P.G. de razón 0,5 y primer término 2.
- Los primeros 18 términos de una P.G. de razón -3 y primer término 12.

- ❖ ¿Cómo haría para obtener en cada caso el término 7, conociendo la razón y el primer término?
- ❖ ¿Y para obtener el término 20?
- ❖ Encuentre una **fórmula general** para hallar el término n, llamado término enésimo de la sucesión (a_n).

Problema 5:

Un equipo de biólogos ha seguido a una especie de roedores y ha calculado que su población se triplica cada año. Al principio del seguimiento había 500 roedores.

¿Cuántos roedores habrá al cabo de 7 años?

Actividad 7:

Ingrese en Isetl:

```
termino_anpg:=func(a1,r,n); ←  
if is_number(a1) and is_number(r) and is_number(n) then ←  
return a1*r**(n-1); ←  
end; ←  
end; ←
```

Además ingrese:

termino_anpg(8,3,10); ↵

termino_anpg(2,0.5,10); ↵

termino_anpg(12,-3,10); ↵

- ❖ ¿Qué obtiene con este programa?
- ❖ Verifique respuesta dada al problema.

Actividad 8:

Basándose en el programa **termino_anpg**, escriba:

- Un programa **termino_a1pg**, que ingresándole la razón, el término enésimo y el valor de n , devuelva el primer término.
- Un programa **razón**, que ingresándole el primer término, el término enésimo y el valor de n , devuelva la razón de la progresión.
- Un programa **valor_npg**, que ingresándole la razón, el término enésimo y el primer término, devuelva el valor de n .

Aplicación 4:

Usando Isetl resolver:

1. Encuentra la razón de las siguientes P.G. y añade 3 términos a cada una de ellas.
2, -4, 8, -16, ...

2.5, 7.5, 22.5, ...
2. Calcula el noveno término de las siguientes P.G.:
2, -6, 18, -54, ...

16, 8, 4, 2, 1, 0.5, ...
3. Calcula el primer término de una P.G. cuyo octavo término es 234375 y cuya razón es 5.
4. ¿Qué grosor adquiriría una hoja de papel de 0.13mm de espesor si pudiéramos plegarla 50 veces?

Problema 6

A Isabel y Santiago, a las 9 de la mañana les han contado un secreto con la advertencia de que no se lo cuenten a nadie. Cada uno de ellos, al cuarto de hora, se lo han contado solamente a tres amigos, por supuesto, de toda confianza, que no lo sabían y que, un cuarto de hora después, se lo habían contado a otros tres amigos. Éstos, a su vez, lo vuelven a contar a otros tres. Y así sucesivamente cada cuarto de hora. ¿Cuánta gente lo sabrá a las 2 de la tarde?

Suma de los n primeros términos de una progresión geométrica

En clase se deducirá la fórmula para la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica, obteniendo que:

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

Actividad 9:

Escriba en Isetl:

sum(prog_geom(2,3,20)); ↵

- ❖ Observe el resultado y compare con lo obtenido en la resolución del problema.

Aplicación 5:

Resuelva las siguientes situaciones **usando Isetl**.

Cree un archivo, en bloc de notas, con los procedimientos y resultados.

1. Calcule la suma de los 30 primeros términos de una P.A. cuyo décimo término es -20 y cuya diferencia es 4 .
2. El primer día del mes una persona saca de su cuenta $\$120000$, los siguientes días saca $\$10000$ menos que el día anterior. Al cabo de 8 días se ha gastado el dinero de la cuenta.
¿Cuánto dinero había en la cuenta al principio de mes?
3. Un recipiente se empieza a llenar de agua. En el primer minuto el recipiente recibe 40 litros de agua y a partir de ese momento la cantidad de agua que recibe disminuye en medio litro por minuto.
¿Cuántos litros de agua ha recibido el recipiente al pasar una hora?
4. Una pila de troncos de madera se forma colocando 16 troncos debajo, 15 troncos sobre estos, 14 sobre estos últimos y así sucesivamente, hasta poner un solo tronco arriba.
¿Cuántos troncos hay en la pila?
5. Alineados en el suelo hay un cesto y varias piedras. El cesto está a 5 metros de la primera piedra y las piedras están a $1,5\text{m}$ una de otras. Un niño parte del cesto, recoge la primera piedra y regresa a ponerla en el cesto, después hace la misma operación con la segunda piedra y así sucesivamente.
 - a) ¿Qué distancia recorre para poner en el cesto la octava piedra?
 - b) ¿Qué distancia total ha recorrido hasta ese momento?[4]

Valoraciones

Consideramos que un lenguaje de programación es una herramienta útil para:

- Contribuir a la adquisición de nuevas estrategias de resolución, haciendo menos énfasis en cálculos extensos y engorrosos
- Potenciar el interés de los alumnos en la asignatura mediante el uso de la computadora
- Conducir al alumno a valorar la importancia de la aplicación de herramientas informáticas como forma de generar conocimiento.
- Promover confianza en su esfuerzo al encontrar nuevas vías de trabajo
- Experimentar con un mayor número de casos, dada la rapidez de los cálculos.
- Enriquecer la experiencia física, porque nos permite trabajar con variados casos, como actividades imposibles de ejecutar manualmente por el tiempo y esfuerzo que demandaría la operatoria.

Si bien a veces utilizar este tipo de herramientas puede facilitar el quehacer de los alumnos, requiere de parte de los docentes mayor dedicación en la elaboración de la propuesta, además del conocimiento específico del software a aplicar (como alcances y limitaciones de éste).

Otro factor a tener en cuenta para llevar a cabo este tipo de actividades refiere a la disponibilidad de cada centro educativo en cuanto a recursos informáticos.

Este curso nos ha brindado la posibilidad de enriquecer nuestra práctica docente, ya que a partir de ahora contamos con un lenguaje de programación que posiblemente motive a nuestros alumnos a un trabajo constante.

Consideramos que el estudio de esta rama de la matemática se debe fortalecer, dada la aplicación que tiene hoy en día en diferentes áreas del conocimiento.

Nota:

Esta propuesta de trabajo no fue aplicada en ningún grupo lo cual no nos permite realizar una evaluación práctica del proyecto.

Bibliografía

1. Historia e historias de matemáticas
Mariano Perero
2. La psicología evolutiva
Jean Piaget
3. Psicología y Pedagogía
Jean Piaget
4. Matemática para quinto
Gustavo Duffour
5. Bachillerato Matemática 1
Miguel de Guzmán
6. El hombre que calculaba
Malba Tahan
7. Pequeño manual de Isetl
<http://www.fing.edu.uy/~darosa/curso.html>
8. Programa oficial 5° Humanístico C.E.S.
9. La matemática discreta como formación básica
Sylvia da Rosa
10. Materiales del curso
Sylvia da Rosa
11. http://biblioteca.udg.es/biblioteca_digital
12. <http://www.monografias.com>

¿Qué es la matemática discreta?

La matemática discreta es la rama de la matemática que trata del estudio de los conjuntos discretos: finitos o infinitos numerables. Esta nueva rama de la matemática ha recibido un impulso decisivo gracias a los recientes progresos de la informática y las técnicas de computación. Las líneas básicas de las que se ocupa son las técnicas de numeración, las estructuras combinatorias, la teoría de grafos y las estructuras algebraicas. Asimismo, la algorítmica constituye una herramienta imprescindible para la construcción de soluciones a los problemas que se presentan.

¿Qué es la matemática?

Para Aristóteles es la ciencia de la cantidad; para Rene Descartes, es la ciencia del orden y la medida; para Carl Gauss, es la reina de las ciencias y la aritmética es la reina de las matemáticas; para Henri Poincaré, la matemática es la ciencia que obtiene conclusiones necesarias; Bertrand Russell la define como la materia en la que nunca se sabe de qué se habla ni si lo que se dice es cierto.