Combinaciones lineales

Independencia lineal
Suma directa

C.L. - clase pasada

Dado $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., llamamos

C.L. - clase pasada

Dado $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., llamamos
combinación lineal de $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$

C.L. - clase pasada

Dado $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., llamamos combinación lineal de $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$ a cualquier vector

C.L. - clase pasada

Dado $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., llamamos combinación lineal de $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$ a cualquier vector

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \cdots + \lambda_n v_n$$

C.L. - clase pasada

Dado $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., llamamos combinación lineal de $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$ a cualquier vector

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \cdots + \lambda_n v_n$$

con $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{K}$

l.i.

Si $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., los vectores $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$ son linealmente independientes

l.i.

Si $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., los vectores $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$ son linealmente independientes si la única c.l. que verifica:

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \cdots + \lambda_n v_n = \overrightarrow{0}$$

l.i.

Si $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., los vectores $v_1, v_2, \dots, v_n \in \mathbb{V}$ son lineamente independientes si la única c.l. que verifica:

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \cdots + \lambda_n v_n = \overrightarrow{0}$$

es

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = 0 \in \mathbb{K}$$

l.d.

Si $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., los vectores $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$ son linealmente dependientes

l.d.

Si $(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v., los vectores $v_1, v_2, \ldots, v_n \in \mathbb{V}$ son linealmente dependientes

si no son l.i.

Proposición

$(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v.

$\{v_1, \ldots, v_n\}$ es l.d. $\Longleftrightarrow$ algún v_i es c.l. de los otros

Observación importante

No todos los v_i son c.l. de los vectores restantes

Ejemplo

Los vectores

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

son l.d.

Ejemplo

Los vectores

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

son l.d. Ahora

- $v_1 = \frac{1}{2}.v_2 + 0.v_3$

Ejemplo

Los vectores

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

son l.d. Ahora

- $v_1 = \frac{1}{2}.v_2 + 0.v_3$
- $v_2 = 2.v_1 + 0.v_3$

Ejemplo

Los vectores

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

son l.d. Ahora

- $v_1 = \frac{1}{2}.v_2 + 0.v_3$
- $v_2 = 2.v_1 + 0.v_3$
- v_3 **no** es c.l. de los restantes

Demostración $\Leftarrow$

Si

$$v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Demostración $\Leftarrow$

Si

$$v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Paso v_k restando.

Demostración $\Leftarrow$

Si

$$v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Paso v_k restando.

Obtengo

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} - v_k + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Demostración $\Leftarrow$

Si

$$v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Paso v_k restando.

Obtengo

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} - v_k + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Es una c.l. que da $\overrightarrow{0}$, con un coeficiente $\neq 0$

Demostración $\Leftarrow$

Si

$$v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Paso v_k restando.

Obtengo

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} - v_k + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Es una c.l. que da $\overrightarrow{0}$, con un coeficiente $\neq 0$

$\Rightarrow v_1, \ldots, v_n$ son l.d.

Demostración $\Leftarrow$

Si

$$v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Paso v_k restando.

Obtengo

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} - v_k + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Es una c.l. que da $\overrightarrow{0}$, con un coeficiente $\neq 0$

$\Rightarrow v_1, \ldots, v_n$ son l.d.

Demostración $\Rightarrow$

Si $v_1, \ldots, v_n$ son l.d.

Demostración $\Rightarrow$

Si $v_1, \ldots, v_n$ son l.d. Entonces

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_k v_k + \cdots + \alpha_n v_n$$

con algún $\alpha_k \neq 0$

Demostración $\Rightarrow$

Si $v_1, \ldots, v_n$ son l.d. Entonces

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_k v_k + \cdots + \alpha_n v_n$$

con algún $\alpha_k \neq 0$

Paso restando el término $\alpha_k v_k$:

$$-\alpha_k v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

Demostración $\Rightarrow$

Si $v_1, \ldots, v_n$ son l.d. Entonces

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_k v_k + \cdots + \alpha_n v_n$$

con algún $\alpha_k \neq 0$
Paso restando el término $\alpha_k v_k$:

$$-\alpha_k v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

multiplico la igualdad por $-\alpha_k^{-1}$:

$$v_k = -\alpha_k^{-1} \alpha_1 v_1 - \cdots - \alpha_k^{-1} \alpha_n v_n$$

Demostración $\Rightarrow$

Si $v_1, \ldots, v_n$ son l.d. Entonces

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_k v_k + \cdots + \alpha_n v_n$$

con algún $\alpha_k \neq 0$

Paso restando el término $\alpha_k v_k$:

$$-\alpha_k v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

multiplico la igualdad por $-\alpha_k^{-1}$:

$$v_k = -\alpha_k^{-1} \alpha_1 v_1 - \cdots - \alpha_k^{-1} \alpha_n v_n$$

$\Rightarrow v_k$ es c.l. de los restantes vectores.

Demostración $\Rightarrow$

Si $v_1, \dots, v_n$ son l.d. Entonces

$$\overrightarrow{0} = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_k v_k + \cdots + \alpha_n v_n$$

con algún $\alpha_k \neq 0$
Paso restando el término $\alpha_k v_k$:

$$-\alpha_k v_k = \alpha_1 v_1 + \cdots + \alpha_{k-1} v_{k-1} + \alpha_{k+1} v_{k+1} + \cdots + \alpha_n v_n$$

multiplico la igualdad por $-\alpha_k^{-1}$:

$$v_k = -\alpha_k^{-1} \alpha_1 v_1 - \cdots - \alpha_k^{-1} \alpha_n v_n$$

$\Rightarrow$ v_k es c.l. de los restantes vectores.

$\square$

Proposición

$(\mathbb{V}, \mathbb{K}, +, .)$ e.v.

$(v_1, \ldots, v_n)$ es l.i.

$\Updownarrow$

$\forall \quad v = \lambda_1 v_1 + \cdots + \lambda_n v_n$

los λ_i son únicos

Proposición

Dado $\mathbb{V}$ e.v. y

$$\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\} \subset \mathbb{V}$$

generador de $\mathbb{V}$,

Proposición

Dado $\mathbb{V}$ e.v. y

$$\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\} \subset \mathbb{V}$$

generador de $\mathbb{V}$, existe un generador

$$\mathcal{A}' \subset \mathcal{A}$$

Proposición

Dado $\mathbb{V}$ e.v. y

$$\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\} \subset \mathbb{V}$$

generador de $\mathbb{V}$, existe un generador

$$\mathcal{A}' \subset \mathcal{A}$$

que es l.i.

Ejemplo

En $\mathbb{R}[x]$, sea el conjunto

$$\mathcal{A} = \{1 + x^2, 2 + 2x^2, 1 + x + x^3, 3 + x + 2x^2 + x^3\}$$

Ejemplo

En $\mathbb{R}[x]$, sea el conjunto

$$\mathcal{A} = \{1 + x^2, 2 + 2x^2, 1 + x + x^3, 3 + x + 2x^2 + x^3\}$$

- encontrar un subgenerador de $[\mathcal{A}]$ que sea l.i.

Ejemplo

En $\mathbb{R}[x]$, sea el conjunto

$\mathcal{A} = \{1 + x^2, 2 + 2x^2, 1 + x + x^3, 3 + x + 2x^2 + x^3\}$

- encontrar un subgenerador de $[\mathcal{A}]$ que sea l.i.

$$p_1(x) = 1 + x^2$$
$$p_2(x) = 2 + 2x^2$$
$$p_3(x) = 1 + x + x^3$$
$$p_4(x) = 3 + x + 2x^2 + x^3$$

Ejemplo

En $\mathbb{R}[x]$, sea el conjunto

$\mathcal{A} = \{1 + x^2, 2 + 2x^2, 1 + x + x^3, 3 + x + 2x^2 + x^3\}$

- encontrar un subgenerador de $[\mathcal{A}]$ que sea l.i.

$$
\begin{aligned}
p_1(x) &= 1 + x^2 \\
p_2(x) &= 2 + 2x^2 \\
p_3(x) &= 1 + x + x^3 \\
p_4(x) &= 3 + x + 2x^2 + x^3
\end{aligned}
$$

¿cuál es el espacio $[\mathcal{A}]$?

Proposición

Sean $\mathbb{V}$ e.v. y $\mathcal{A} = \{v_1, \ldots, v_n\} \subset \mathbb{V}$. Entonces

Proposición

Sean $\mathbb{V}$ e.v. y $\mathcal{A} = \{v_1, \ldots, v_n\} \subset \mathbb{V}$. Entonces

$$\mathcal{A} \text{ es l.i. } \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{todo vector de } [\mathcal{A}] \\ \text{se escribe de forma única} \\ \text{como c.l. de vectores de } \mathcal{A} \end{array}$$

Corolario

Si $\mathbb{V}$ e.v. y

$$\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subset \mathbb{V}$$

generador l.i. de $\mathbb{V}$,

Corolario

Si $\mathbb{V}$ e.v. y

$$\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\} \subset \mathbb{V}$$

generador l.i. de $\mathbb{V}$,

entonces $\forall\ v \in \mathbb{V}$

$$\exists! \quad (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n) \in \mathbb{K}^n$$

tal que

Corolario

Si $\mathbb{V}$ e.v. y

$$\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subset \mathbb{V}$$

generador l.i. de $\mathbb{V}$,

entonces $\forall\ v \in \mathbb{V}$

$$\exists! \quad (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{K}^n$$

tal que

$$v = \lambda_1 v_2 + \lambda_2 v_2 + \cdots + \lambda_n v_n$$

l.i. - conjuntos infinitos

Dado $\mathbb{V}$ e.v., un conjunto

$$\mathcal{A} \subset \mathbb{V}$$

l.i. - conjuntos infinitos

Dado $\mathbb{V}$ e.v., un conjunto

$$\mathcal{A} \subset \mathbb{V}$$

(finito o infinito)

l.i. - conjuntos infinitos

Dado $\mathbb{V}$ e.v., un conjunto

$$\mathcal{A} \subset \mathbb{V}$$

es linealmente independiente

l.i. - conjuntos infinitos

Dado $\mathbb{V}$ e.v., un conjunto

$$\mathcal{A} \subset \mathbb{V}$$

es linealmente independiente si cualquier c.l. de elementos de $\mathcal{A}$ que dé O

l.i. - conjuntos infinitos

Dado $\mathbb{V}$ e.v., un conjunto

$$\mathcal{A} \subset \mathbb{V}$$

es linealmente independiente si cualquier c.l. de elementos de $\mathcal{A}$ que dé O es la c.l. nula

Ejemplo 1

En el espacio $\mathbb{R}[x]$ de los polinomios reales,

Ejemplo 1

En el espacio $\mathbb{R}[x]$ de los polinomios reales, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{x^n\}_{n \in \mathbb{N}_0}$$

Ejemplo 1

En el espacio $\mathbb{R}[x]$ de los polinomios reales, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{x^n\}_{n \in \mathbb{N}_0}$$

- es generador

Ejemplo 1

En el espacio $\mathbb{R}[x]$ de los polinomios reales, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{x^n\}_{n \in \mathbb{N}_0}$$

- es generador
- es linealmente independiente

Ejemplo 2

En el espacio $\mathcal{S}$ de sucesiones,

Ejemplo 2

En el espacio $\mathcal{S}$ de sucesiones, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{(e_n)\}_{n \in \mathbb{N}}$$

Ejemplo 2

En el espacio $\mathcal{S}$ de sucesiones, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{(e_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$$

donde

$$e_n = (\overbrace{0000}^{n}1000\dots)$$

Ejemplo 2

En el espacio $\mathcal{S}$ de sucesiones, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{(e_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$$

donde

$$e_n = (0000\overbrace{1}^{n}000\dots)$$

- es linealmente independiente

Ejemplo 2

En el espacio $\mathcal{S}$ de sucesiones, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{(e_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$$

donde

$$e_n = (\underbrace{0000}_{n}1000\dots)$$

- es linealmente independiente
- no es generador

Ejemplo 2

En el espacio $\mathcal{S}$ de sucesiones, el conjunto

$$\mathcal{A} = \{(e_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$$

donde

$$e_n = (000\overbrace{0}^{n}1000\dots)$$

- es linealmente independiente
- no es generador

¿cuál es el espacio $[\mathcal{A}]$?

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.

recordar que en ese caso $\mathbb{S} + \mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.

El s.e.v.

$$\mathbb{S} + \mathbb{T}$$

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.
El s.e.v.

$$\mathbb{S} + \mathbb{T}$$

es suma directa de $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.
El s.e.v.

$$\mathbb{S} + \mathbb{T}$$

es suma directa de $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$

si $\forall\ v \in \mathbb{S} + \mathbb{T}$

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.
El s.e.v.

$$\mathbb{S} + \mathbb{T}$$

es suma directa de $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$

si $\forall\ v \in \mathbb{S} + \mathbb{T}\ \exists! s \in \mathbb{S}$ y $t \in \mathbb{T}$ tales que

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.
El s.e.v.

$$\mathbb{S} + \mathbb{T}$$

es suma directa de $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$

si $\forall\, v \in \mathbb{S} + \mathbb{T}\ \exists! s \in \mathbb{S}$ y $t \in \mathbb{T}$ tales que

$$v = s + t$$

suma directa - definición

Sea $\mathbb{V}$ e.v. y consideremos $\mathbb{S} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$ y $\mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$.

El s.e.v.

$$\mathbb{S} + \mathbb{T} = \mathbb{S} \bigoplus \mathbb{T}$$

es suma directa de $\mathbb{S}$ y $\mathbb{T}$

si $\forall\ v \in \mathbb{S} + \mathbb{T}\ \exists! s \in \mathbb{S}$ y $t \in \mathbb{T}$ tales que

$$v = s + t$$

Ejemplo 1

En $\mathbb{R}^3$ consideremos los s.e.v.

$$\mathbb{S} = \{(x_1, x_2, 0) : x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{T} = \{(0, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{U} = \{(0, 0, x_3) : x_3 \in \mathbb{R}\}$$

Ejemplo 1

En $\mathbb{R}^3$ consideremos los s.e.v.

$$\mathbb{S} = \{(x_1, x_2, 0) : x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{T} = \{(0, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{U} = \{(0, 0, x_3) : x_3 \in \mathbb{R}\}$$

- $\mathbb{R}^3 = \mathbb{S} \oplus \mathbb{U}$

Ejemplo 1

En $\mathbb{R}^3$ consideremos los s.e.v.

$$\mathbb{S} = \{(x_1, x_2, 0) : x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{T} = \{(0, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{U} = \{(0, 0, x_3) : x_3 \in \mathbb{R}\}$$

- $\mathbb{R}^3 = \mathbb{S} \oplus \mathbb{U}$
- $\mathbb{R}^3 = \mathbb{S} + \mathbb{T}$ no es suma directa

Ejemplo 1

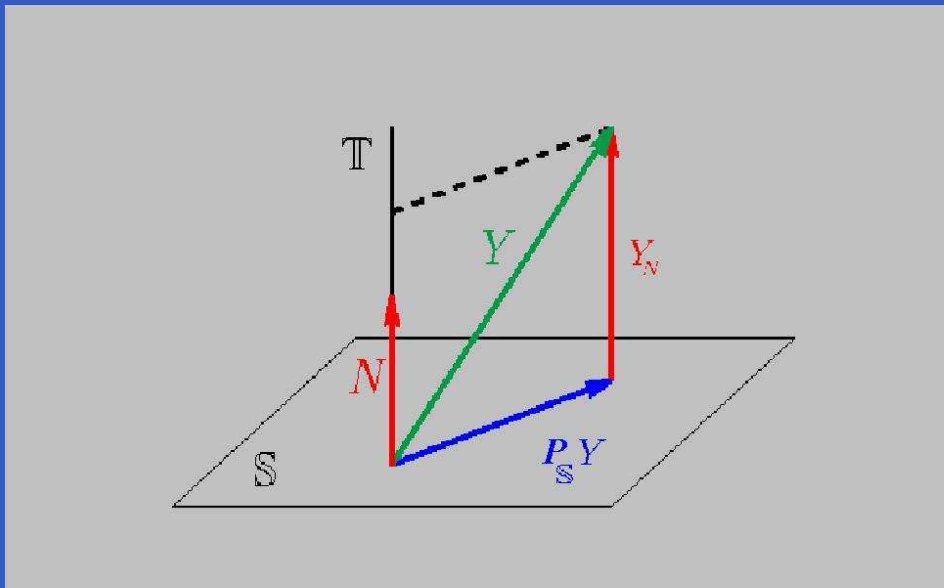
En $\mathbb{R}^3$ consideremos los s.e.v.

$$\mathbb{S} = \{(x_1, x_2, 0) : x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{T} = \{(0, x_2, x_3) : x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathbb{U} = \{(0, 0, x_3) : x_3 \in \mathbb{R}\}$$

- $\mathbb{R}^3 = \mathbb{S} \oplus \mathbb{U}$
- $\mathbb{R}^3 = \mathbb{S} + \mathbb{T}$ no es suma directa
- $\mathbb{S} + \mathbb{T} = \mathbb{T}$ no es suma directa

Ejemplo 2

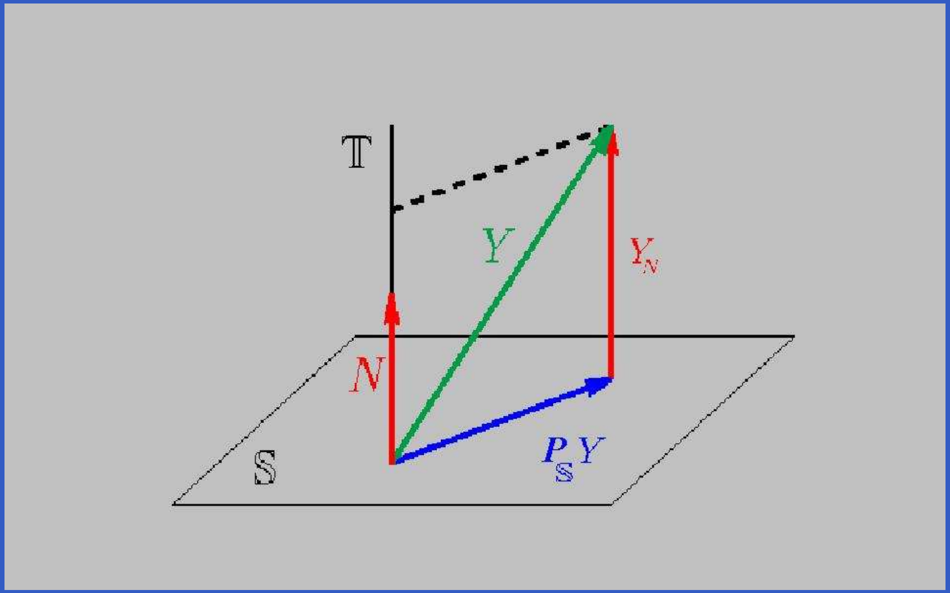
En $\mathbb{R}^3$,



Sea $\mathbb{S}$ un plano
que pasa por el origen

Ejemplo 2

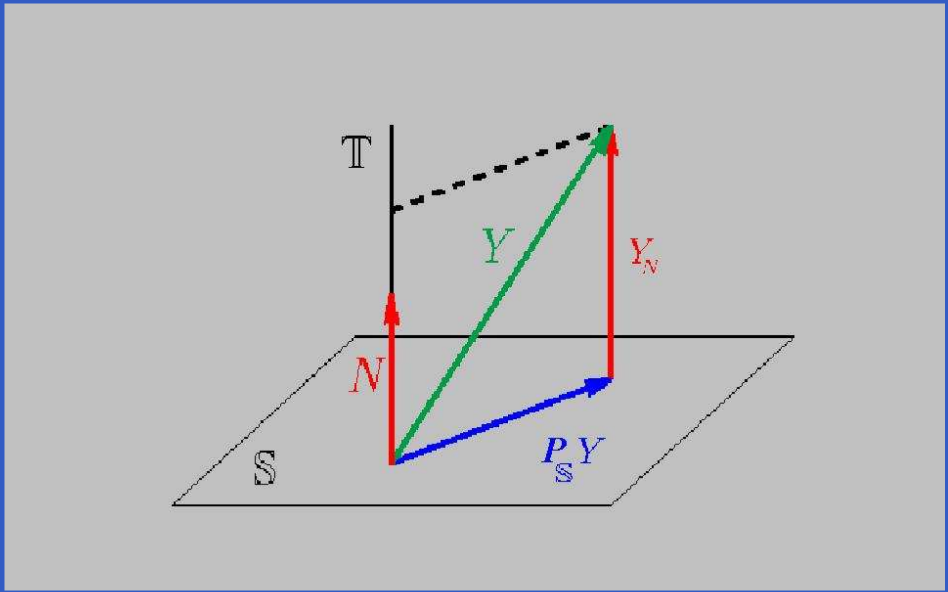
En $\mathbb{R}^3$,



Sea $\mathbb{S}$ un plano
que pasa por el origen
y sea $\mathbb{T} = [N]$

Ejemplo 2

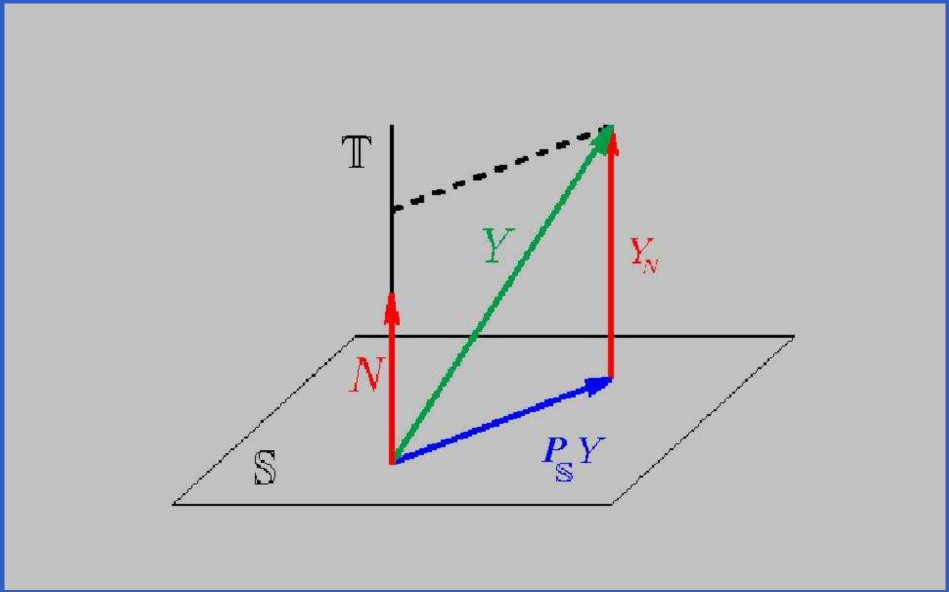
En $\mathbb{R}^3$,



Sea $\mathbb{S}$ un plano
que pasa por el origen
y sea $\mathbb{T} = [N]$
donde N es un vector
normal al plano

Ejemplo 2

En $\mathbb{R}^3$,



Sea $\mathbb{S}$ un plano
que pasa por el origen
y sea $\mathbb{T} = [N]$
donde N es un vector
normal al plano

Entonces

$$\mathbb{R}^3 = \mathbb{S} \oplus \mathbb{T}$$

Proposición

$\mathbb{V}$ e.v. $\mathbb{S}, \mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$, entonces

Proposición

$\mathbb{V}$ e.v. $\mathbb{S}, \mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$, entonces

$$\mathbb{V} = \mathbb{S} \oplus \mathbb{T}$$

Proposición

$\mathbb{V}$ e.v. $\mathbb{S}, \mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$, entonces

$$\mathbb{V} = \mathbb{S} \oplus \mathbb{T} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbb{V} = \mathbb{S} + \mathbb{T} \\ \\ \end{cases}$$

Proposición

$\mathbb{V}$ e.v. $\mathbb{S}, \mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$, entonces

$$\mathbb{V} = \mathbb{S} \oplus \mathbb{T} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbb{V} = \mathbb{S} + \mathbb{T} \\ \mathbb{S} \cap \mathbb{T} = \{\overrightarrow{0}\} \end{cases}$$

Proposición

$\mathbb{V}$ e.v. $\mathbb{S}, \mathbb{T} \underset{\text{s.e.v.}}{\subset} \mathbb{V}$, entonces

$$\mathbb{V} = \mathbb{S} \oplus \mathbb{T} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbb{V} = \mathbb{S} + \mathbb{T} \\ \mathbb{S} \cap \mathbb{T} = \{\overrightarrow{0}\} \end{cases}$$

Proposición

$\mathbb{V}$ e.v.

$\{v_1, \ldots, v_n\}$ l.i. $\Leftrightarrow [v_1, \ldots, v_n] = [v_1] \oplus \cdots \oplus [v_n]$