Espacio de n-uplas

Operaciones. Propiedades.
Combinaciones lineales.
Interpretación geométrica.
Independencia lineal.

Operaciones con filas

Al realizar T.E. lo que hicimos fue operar con las filas A^i de una matriz

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Operaciones con filas

Al realizar T.E. lo que hicimos fue operar con las filas A^i de una matriz

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \\ \vdots \\ A^m \end{pmatrix}$$

Operaciones con filas

donde para cada $i = 1, \dots, m$

$$A^i = (a_{i1} a_{i2} \dots a_{in})$$

Operaciones con filas

donde para cada $i = 1, \ldots, m$

$$A^i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in})$$

Operaciones con filas

donde para cada $i = 1, \ldots, m$

$$A^i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}) \in \mathbb{K}^n = \mathcal{M}_{1\times n}$$

Operaciones con filas

donde para cada $i = 1, \ldots, m$

$$A^i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}) \in \mathbb{K}^n = \mathcal{M}_{1\times n}$$

es decir cada

$$a_{ij} \in \mathbb{K} \qquad j = 1, \ldots n$$

Operaciones con filas

donde para cada $i = 1, \ldots, m$

$$A^i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in}) \in \mathbb{K}^n = \mathcal{M}_{1\times n}$$

es decir cada

$$a_{ij} \in \mathbb{K} \qquad j = 1, \ldots n$$

aquí

$\mathbb{K} = \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Q}$, etc

Operaciones con vectores- Suma

Si $X = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{K}^n$

$Y = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{K}^n$

Operaciones con vectores- Suma

Si $X = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{K}^n$

$Y = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{K}^n$

SUMA

Operaciones con vectores- Suma

Si $X = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{K}^n$

$Y = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{K}^n$

SUMA

$$X + Y := (x_1 + y_1, \ldots, x_n + y_n)$$

Operaciones con vectores - Producto

Si $X = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{K}^n$

$\alpha \in \mathbb{K}$

Operaciones con vectores - Producto

Si $X = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{K}^n$

$\alpha \in \mathbb{K}$

PRODUCTO POR UN NÚMERO

Operaciones con vectores - Producto

Si $X = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{K}^n$

$\alpha \in \mathbb{K}$

PRODUCTO POR UN NÚMERO

$$\alpha X := (\alpha x_1, \ldots, \alpha x_n)$$

Propiedades de la suma

Si X, Y y $Z \in \mathbb{K}^n$.

- CONMUTATIVA: $X + Y = Y + X$.

Propiedades de la suma

Si X, Y y $Z \in \mathbb{K}^n$.

- CONMUTATIVA: $X + Y = Y + X$.
- ASOCIATIVA: $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$.

Propiedades de la suma

Si X, Y y $Z \in \mathbb{K}^n$.

- CONMUTATIVA: $X + Y = Y + X$.
- ASOCIATIVA: $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$.
- NEUTRO DE LA SUMA: Existe un $O \in \mathbb{K}^n$ tal que

$$X + O = O + X = X$$

se satisface para cualquier $X \in \mathbb{K}^n$.

Propiedades de la suma

Si X, Y y $Z \in \mathbb{K}^n$.

- CONMUTATIVA: $X + Y = Y + X$.
- ASOCIATIVA: $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$.
- NEUTRO DE LA SUMA: Existe un $O \in \mathbb{K}^n$ tal que

$$X + O = O + X = X$$

  se satisface para cualquier $X \in \mathbb{K}^n$.
- EXISTENCIA DE OPUESTO: Para cada $X \in \mathbb{R}^n$ existe $(-X) \in \mathbb{R}^n$ tal que

$$X + (-X) = O.$$

Propiedades del producto

Si $X, Y \in \mathbb{K}^n$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$

- ASOCIATIVA: $(\alpha\beta)X = \alpha(\beta X)$

Propiedades del producto

Si $X, Y \in \mathbb{K}^n$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$

- ASOCIATIVA: $(\alpha\beta)X = \alpha(\beta X)$
- NEUTRO DEL PRODUCTO Existe $1 \in \mathbb{K}$ tal que

$$1X = X$$

para cada $X \in \mathbb{K}^n$

Propiedades del producto

Si $X, Y \in \mathbb{K}^n$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$

- ASOCIATIVA: $(\alpha\beta)X = \alpha(\beta X)$
- NEUTRO DEL PRODUCTO Existe $1 \in \mathbb{K}$ tal que

$$1X = X$$

  para cada $X \in \mathbb{K}^n$

- DISTRIBUTIVA RESPECTO A LA SUMA DE ESCALARES: $(\alpha + \beta)X = \alpha X + \beta X$.

Propiedades del producto

Si $X, Y \in \mathbb{K}^n$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$

- Asociativa: $(\alpha\beta)X = \alpha(\beta X)$
- Neutro del producto Existe $1 \in \mathbb{K}$ tal que
$$1X = X$$
para cada $X \in \mathbb{K}^n$
- Distributiva respecto a la suma de escalares: $(\alpha + \beta)X = \alpha X + \beta X$.
- Distributiva respecto a la suma de vectores: $\alpha(X + Y) = \alpha X + \alpha Y$.

Ecuaciones vectoriales lineales

Con estas operaciones el sistema

$$(S)\left\{\begin{array}{c} a_{11}x_1+\cdots+a_{1j}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1\\ \vdots\\ a_{i1}x_1+\cdots+a_{ij}x_2+\cdots+a_{in}x_n=b_i\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+\cdots+a_{mj}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m \end{array}\right.$$

Ecuaciones vectoriales lineales

se puede escribir como una ecuación vectorial:

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + \cdots + x_j \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix} + \cdots + x_n \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Ecuaciones vectoriales lineales

se puede escribir como una ecuación vectorial:

$$x_1 A_1 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n = B$$

Ejemplo 1

El sistema (S)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 - x_2 = 1, \end{cases}$$

queda, en su forma vectorial

Ejemplo 1

El sistema (S)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 - x_2 = 1, \end{cases}$$

queda, en su forma vectorial

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Ejemplo 1

$\mathcal{S}ol(S) = \{(1,0)\}$ es equivalente a decir que vale:

$$1\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 1

$\mathcal{S}ol(S) = \{(1,0)\}$ es equivalente a decir que vale:

$$1\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y que $(1,0)$ es la única combinación que hace valer esa ecuación

Ejemplo 2

El ejemplo de las clases pasadas, de matriz ampliada

$$(A|B) = \left(\begin{array}{rrrrrr|r} 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 & 9 & 3 & -1 \end{array}\right)$$

Ejemplo 2

tiene como conjunto solución:

$$\left(-2x_2 - \frac{3x_5}{2} - 1, x_2, \frac{x_5}{2} + 1, -1 - 2x_5, x_5, 1\right)$$

con

$$x_2, x_5 \in \mathbb{R}$$

Ejemplo 2

esto es equivalente a decir que:

$$(-2x_2-\frac{3x_5}{2}-1)\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\1\\1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\-2\\2\\2\\2\end{pmatrix}+(\frac{x_5}{2}+1)\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix}-(1+2x_5)\begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\\4\end{pmatrix}+x_5\begin{pmatrix}1\\0\\5\\1\\9\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\-1\\3\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\3\\-1\end{pmatrix}$$

Ejemplo 2

y que las únicas tiras $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ que verifican

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + x_5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} + x_6 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 2

y que las únicas tiras $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ que verifican

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + x_5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} + x_6 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

son las de la forma

$$\left(-2x_2 - \frac{3x_5}{2} - 1, x_2, \frac{x_5}{2} + 1, -1 - 2x_5, x_5, 1\right)$$

con $x_2, x_5 \in \mathbb{R}$

Ejemplo 2

aquí:

$$(-2x_2-\frac{3x_5}{2}-1)\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\1\\1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\-2\\2\\2\\2\end{pmatrix}+(\frac{x_5}{2}+1)\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix}-(1+2x_5)\begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\\4\end{pmatrix}+x_5\begin{pmatrix}1\\0\\5\\1\\9\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\-1\\3\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\3\\-1\end{pmatrix}$$

columnas de la matriz $(A|B)$

Ejemplo 2

aquí

$$(-2x_2-\frac{3x_5}{2}-1)\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\1\\1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\-2\\2\\2\\2\end{pmatrix}+(\frac{x_5}{2}+1)\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix}-(1+2x_5)\begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\\4\end{pmatrix}+x_5\begin{pmatrix}1\\0\\5\\1\\9\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1\\-1\\3\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\3\\-1\end{pmatrix}$$

coordenadas del vector $X \in \mathcal{S}ol(S)$

Definición

Llamamos combinación lineal a la expresión:

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n$$

donde

Definición

Llamamos combinación lineal a la expresión:

$$x_1A_1 + x_2A_2 + \cdots + x_jA_j + \cdots + x_nA_n$$

donde $A_1, \ldots, A_n$ son vectores de $\mathbb{K}^m$

Definición

Llamamos combinación lineal a la expresión:

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n$$

donde $A_1, \ldots, A_n$ son vectores de $\mathbb{K}^m$

$x_1, \ldots, x_n$ son números de $\mathbb{K}$

Definición

Llamamos combinación lineal a la expresión:

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n$$

donde $A_1, \ldots, A_n$ son vectores de $\mathbb{K}^m$

$x_1, \ldots, x_n$ son números de $\mathbb{K}$

(coeficientes de la combinación lineal)

Definición

También decimos B es combinación lineal de los vectores $A_1, \ldots, A_n$ de $\mathbb{K}^m$ si

$$B = x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n$$

Definición

También decimos B es combinación lineal de los vectores $A_1, \ldots, A_n$ de $\mathbb{K}^m$ si

$$B = x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n$$

para algún conjunto de números $x_1, \ldots, x_n$ de $\mathbb{K}$

Definición

También decimos B es combinación lineal de los vectores $A_1, \ldots, A_n$ de $\mathbb{K}^m$ si

$$B = x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n$$

para algún conjunto de números $x_1, \ldots, x_n$ de $\mathbb{K}$

(coeficientes de la combinación lineal)

Notación - Símbolo de sumatoria:

Escribiremos la siguiente expresión

$$B = x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_j A_j + \cdots + x_n A_n$$

Notación - Símbolo de sumatoria:

como

$$B = \sum_{j=1}^{n} x_j A_j$$

Ejemplo 3

¿El vector

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

es C.L. de

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{?}$$

Ejemplo 3

es decir, ¿hay $x_1, x_2 \in \mathbb{K}$ que cumplan:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} ?$$

Ejemplo 3

veamos:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1 \\ x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2x_2 \\ -2x_2 \\ 2x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 3

veamos:

$$\begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ 2x_1 - 2x_2 \\ x_1 + 2x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 3

que equivale al sistema de ecuaciones:

$$(S)\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 = 6 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

Ejemplo 3

escalerizando:

$$(S)\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 = 6 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

Ejemplo 3

escalerizando:

$$(S)\left\{\begin{array}{rl} x_1+2x_2=0 & \\ -6x_2=6 & \leftarrow F_2-2F_1 \\ 0=0 & \leftarrow F_3-F_1 \end{array}\right.$$

Ejemplo 3

$$(S)\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ \quad -6x_2 = 6 \\ \qquad 0 = 0 \end{cases}$$

se obtiene:

$$x_2 = -1$$

Ejemplo 3

$$(S)\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ \quad\; -6x_2 = 6 \\ \qquad\quad\; 0 = 0 \end{cases}$$

se obtiene:

$$x_2 = -1$$
$$x_1 = 2$$

Ejemplo 3

es decir,

$$2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

como fácilmente se puede chequear.

Ejemplo 4

Escribir

$$(0, 6, 1)$$

como C.L. de

$$(1, 2, 1) \quad \text{y} \quad (2, -2, 2)$$

Ejemplo 4

o sea, buscar x_1 y $x_2 \in \mathbb{K}$ tales que

$$x_1(1,2,1) + x_2(2,-2,2) = (0,6,1)$$

Ejemplo 4

o sea, buscar x_1 y $x_2 \in \mathbb{K}$ tales que

$$x_1(1,2,1) + x_2(2,-2,2) = (0,6,1)$$

igual que en el caso anterior, esto equivale a un sistema

Ejemplo 4

o sea, buscar x_1 y $x_2 \in \mathbb{K}$ tales que

$$x_1(1,2,1) + x_2(2,-2,2) = (0,6,1)$$

igual que en el caso anterior, esto equivale a un sistema

$$(S)\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 = 6 \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases}$$

Ejemplo 4

o sea, buscar x_1 y $x_2 \in \mathbb{K}$ tales que

$$x_1(1,2,1) + x_2(2,-2,2) = (0,6,1)$$

igual que en el caso anterior, escalerizamos

$$(S) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ \quad -6x_2 = 6 \\ \qquad\quad 0 = 1 \end{cases}$$

(observar que la matriz de coeficientes es la misma)

Ejemplo 4

o sea, buscar x_1 y $x_2 \in \mathbb{K}$ tales que

$$x_1(1,2,1) + x_2(2,-2,2) = (0,6,1)$$

$$(S)\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ -6x_2 = 6 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

sin embargo el sistema es incompatible

Ejemplo 4

Es decir que

$$(0, 6, 1)$$

no es C.L. de

$$(1, 2, 1) \quad \text{y} \quad (2, -2, 2)$$

Conclusión

B es una combinación lineal de las columnas de A con coeficientes $x_1, \ldots, x_n$

$$\Downarrow$$

$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ es solución del sistema de matriz ampliada $(A|B)$

Conclusión

B es una combinación lineal de las columnas de A con coeficientes $x_1, \ldots, x_n$

$$\Updownarrow$$

$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ es solución del sistema de matriz ampliada $(A|B)$

Conclusión

- el sistema es incompatible

Conclusión

- el sistema es incompatible $\rightarrow$ no hay C.L.

Conclusión

- el sistema es incompatible $\longrightarrow$ no hay C.L.
- el sistema es compatible determinado

Conclusión

- el sistema es incompatible $\longrightarrow$ no hay C.L.
- el sistema es compatible determinado $\longrightarrow$ hay una única C.L.

Conclusión

- el sistema es incompatible $\longrightarrow$ no hay C.L.
- el sistema es compatible determinado $\longrightarrow$ hay una única C.L.
- el sistema es compatible indeterminado

Conclusión

- el sistema es incompatible $\longrightarrow$ no hay C.L.
- el sistema es compatible determinado $\longrightarrow$ hay una única C.L.
- el sistema es compatible indeterminado $\longrightarrow$ hay más de una C.L.

Ejemplo 5

El problema:

Averiguar si el vector

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

puede escribirse como C.L. de los vectores

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 5

se puede plantear como:

Averiguar si existen (x_1, x_2) que verifiquen:

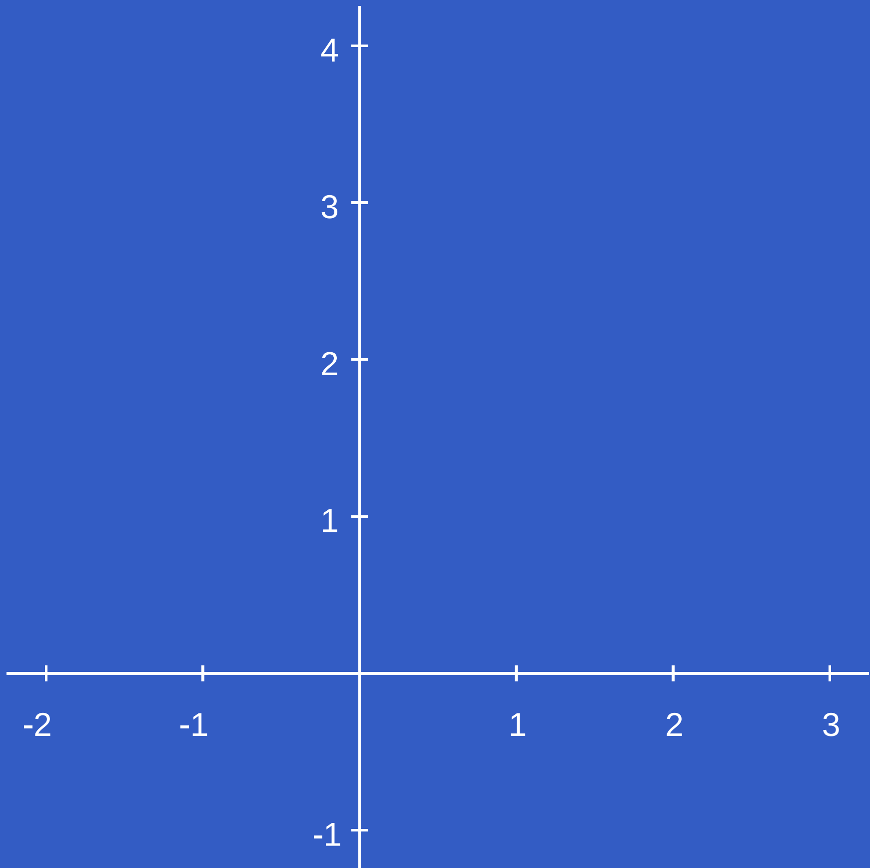
$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 5

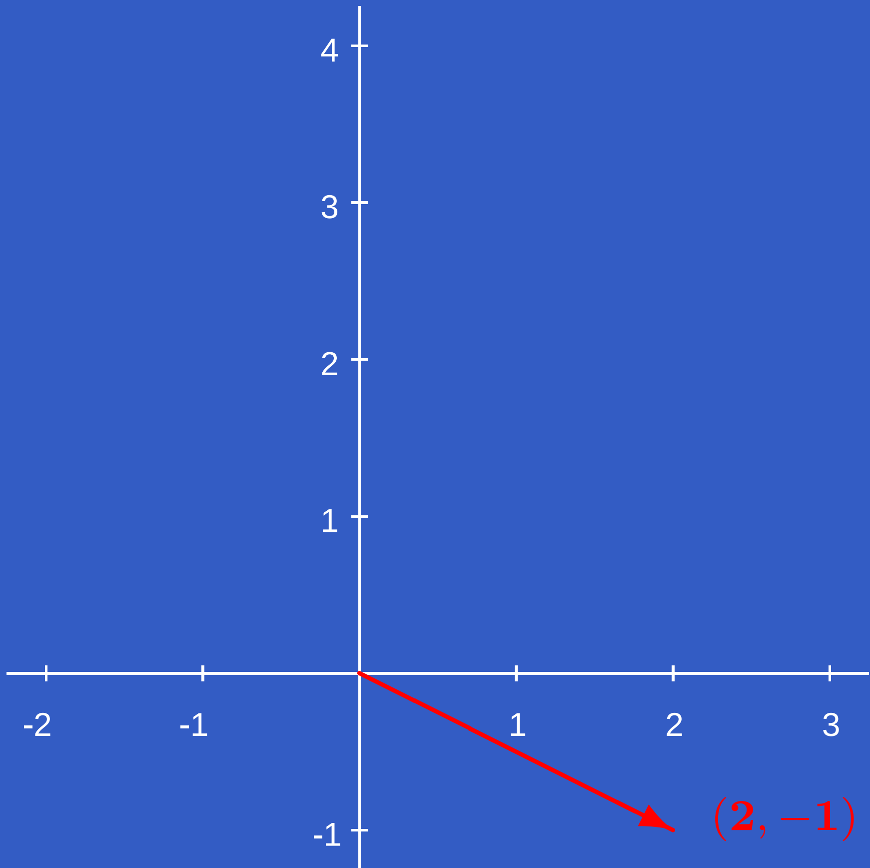
que a su vez se transforma en el sistema:

$$(S)\begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1 \\ x_1 - x_2 & = 4 \end{cases}$$

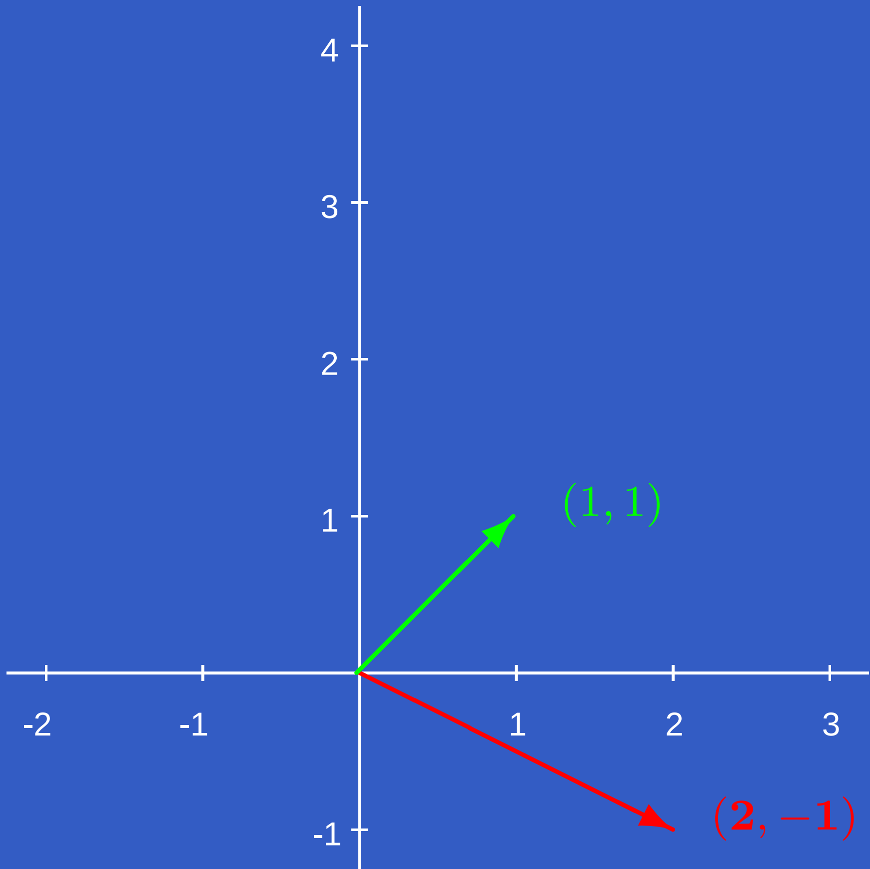
Interpretación geométrica 1



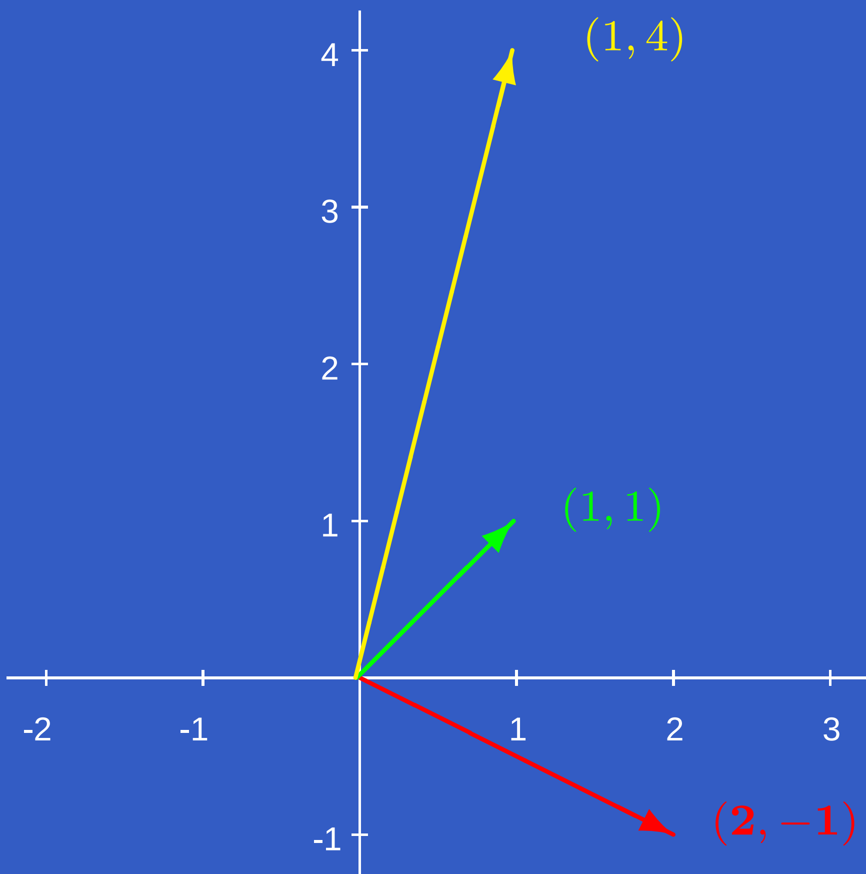
Interpretación geométrica 1



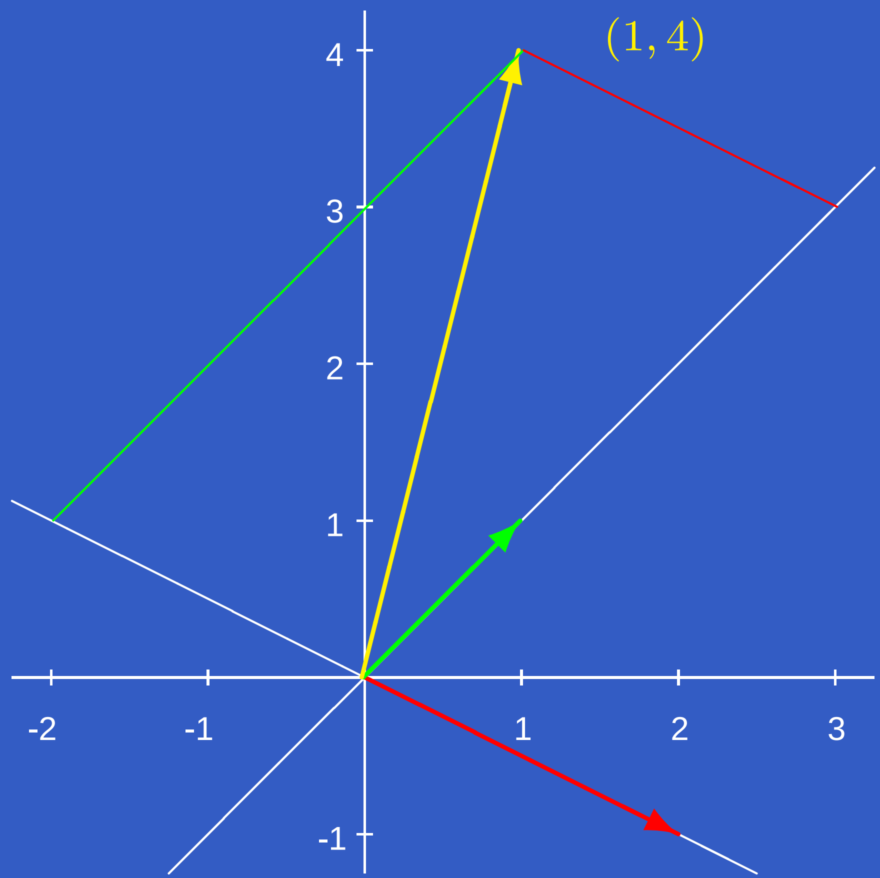
Interpretación geométrica 1



Interpretación geométrica 1



Interpretación geométrica 1



$$-1(2,-1)+3(1,1)=(1,4)$$

Ejemplo 5

El problema:

Escribir

$$\mathbb{O} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

como C.L. de cualquier conjunto de vectores $A_1, \ldots, A_n$ siempre tiene solución.

Ejemplo 5

El problema:

Escribir

$$\mathbb{O} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

como C.L. de cualquier conjunto de vectores $A_1, \ldots, A_n$ siempre tiene solución.
Efectivamente, $0A_1 + \cdots + 0A_n = \mathbb{O}$

Ejemplo 5

El problema:

Escribir

$$\mathbb{O} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

como C.L. de cualquier conjunto de vectores $A_1, \ldots, A_n$ siempre tiene solución.
Efectivamente, $0A_1 + \cdots + 0A_n = \mathbb{O}$
aunque esta solución podría no ser la única

Ejemplo 5

esto es equivalente a decir, como ya señalamos, que

todo sistema homogéneo es compatible.

Ejemplo 5

esto es equivalente a decir, como ya señalamos, que

todo sistema homogéneo es compatible.

$$\downarrow$$

sistema con matriz ampliada $(A|\mathbb{O})$

Ejemplo 5

esto es equivalente a decir, como ya señalamos, que

todo sistema homogéneo es compatible.

$$\downarrow$$

sistema con matriz ampliada $(A|\mathbb{O})$

Aunque también puede ocurrir que no haya una solución única $\rightarrow$ $(A|\mathbb{O})$ indeterminado

Independencia lineal

Si el sistema

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_n A_n = \mathbb{O}$$

tiene una única solución,

Independencia lineal

Si el sistema

$$x_1A_1 + x_2A_2 + \cdots + x_nA_n = \mathbb{O}$$

tiene una única solución, entonces decimos que los vectores

$$\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$$

son linealmente independientes