

SISTEMAS CAÓTICOS INFORME DE DIVULGACIÓN

Eleonora Catsigeras
Por la Comisión de Divulgación Científica¹
de la Conferencia Interdisciplinaria de Sistemas Caóticos,
Piriápolis, mayo de 1996

Artículo de divulgación en Matemática
Universidad de la República
Extracto publicado en la página 26 del Diario El País del 23 de mayo de 1996
Montevideo, Uruguay

¹ Integrada por Ruben Budelli, Eleonora Catsigeras, Tabaré Gallardo, Roberto Markarian y Aníbal Sicardi

Montevideo, 15 de mayo de 1996

SISTEMAS CAÓTICOS INFORME DE DIVULGACIÓN

Eleonora Catsigeras.

Por la Comisión de Divulgación Científica¹ de la
Conferencia Interdisciplinaria de Sistemas Caóticos,
Piriápolis, mayo de 1996.

1. INFORMACIÓN GENERAL SOBRE LA PRIMERA CONFERENCIA INTERDISCIPLINARIA DE SISTEMAS CAÓTICOS.
2. ¿QUÉ SON LOS SISTEMAS CAÓTICOS?
3. LA ESCUELA MATEMÁTICA URUGUAYA EN SISTEMAS DINÁMICOS.
4. LOS SISTEMAS CAÓTICOS Y LA CIENCIA URUGUAYA.

1. INFORMACIÓN GENERAL SOBRE LA PRIMERA CONFERENCIA INTERDISCIPLINARIA DE SISTEMAS CAÓTICOS.

El próximo 23 de mayo comenzará la PRIMERA CONFERENCIA INTERDISCIPLINARIA DE SISTEMAS CAÓTICOS, que tendrá lugar en la ciudad de Piriápolis del 23 al 25 de este mes, en el Complejo Cerro del Toro. Es organizada conjuntamente por varios Institutos de las Facultades de Ingeniería y de Ciencias de la Universidad de la República.

Este evento se realiza con varios objetivos. El primero es exponer las técnicas actualizadas de investigación y dar a conocer los recientes resultados científicos en el tema, obtenidos en nuestro país y en el mundo. El segundo, peculiar de esta reunión científica, es incentivar el intercambio de conocimientos y técnicas de trabajo entre los investigadores profesionales de diferentes áreas (Física, Matemática, Astronomía, Biología y varias ramas de la Ingeniería). Este intercambio permitirá establecer lazos de comunicación, aprovechar los resultados científicos obtenidos y generar proyectos de investigación interdisciplinarios.

El evento reunirá a más de 40 investigadores profesionales, la mayoría uruguayos trabajando en nuestro medio, con postgrados de especialización de varias universidades del exterior. El Comité Científico está integrado por el Dr. Ruben Budelli (biólogo), Dr. Jorge Lewowicz y Dr. Roberto Markarian (matemáticos), Dr. Aníbal Sicardi (físico) y Dr. Gonzalo Tancredo (astrónomo). Son participantes invitados el Decano de la Facultad de Ciencias Dr. Mario Wschebor y el Decano de la Facultad de Ingeniería Dr. Ing. Rafael Guarga. Entre los científicos uruguayos participantes se encuentran también los físicos Dr. Alejandro Romanelli, Msc. Cecilia Cabeza, Msc. Cristina Masoller, Lic. Sandra Kahan y Lic. Gustavo Sarasúa; los

¹ Integrada por Ruben Budelli, Eleonora Catsigeras, Tabaré Gallardo, Roberto Markarian y Aníbal Sicardi.

matemáticos Ing. José Luis Massera, Dr. Gabriel Paternain, Dr. José Vieitez, Dr. Raúl Ures, Dr. Heber Enrich, Dr. Miguel Paternain y Dra. Eleonora Catsigeras, los biólogos Dr. Luis Acerenza y Dr. Roberto Suárez, el astrónomo Lic. Tabaré Gallardo y en Geofísica el Ing. Gabriel Pisciotano. Son conferencistas invitados a esta reunión los físicos argentinos Dr. Hernán Solari y Dra. Silvina Ponce y la matemática brasileña Dra. Sonia Pinto. También asistirán candidatos a los diversos postgrados de especialización de las Facultades de Ciencias y de Ingeniería, cuya formación es esencial para la necesaria continuidad del desarrollo científico nacional.

El tema de la reunión comprende los sistemas que presentan conductas caóticas. Con este nombre se engloban gran cantidad de modelos, utilizados en diversas ramas de la Ciencia y la Ingeniería actuales, caracterizados por su riqueza dinámica. Se sabe que numerosos sistemas que aparentan ser azarosos, responden sin embargo a leyes determinísticas. A pesar de ello producen resultados difícilmente previsibles, inestables globalmente y sensibles a pequeñas variaciones de las condiciones iniciales o externas. Este tipo de sistemas aparece modelando fenómenos de ramas de la ciencia tan diferentes como la Física, la Química, la Psicología, la Economía, la biología y la Meteorología.

Los aportes de los investigadores uruguayos en este tema han trascendidos las fronteras, habiéndose publicado más de un centenar de artículos en revistas especializadas extranjeras en los últimos años, con los descubrimientos científicos de los participantes a esta reunión. Estas publicaciones son un reconocimiento de la capacidad de nuestro país para producir conocimiento original.

Esta Conferencia es la primera en este tema de carácter multidisciplinario que se realiza en nuestro país. Fue precedida el año pasado por un congreso internacional de matemática especialistas en Sistemas Dinámicos, con la visita de los mejores matemáticos del mundo en el tema. El carácter interdisciplinario de este evento engloba aquellas áreas en las que la interacción es más fuerte. Se espera en el futuro poder desarrollar en nuestro país colaboraciones entre estas y otras áreas que también estudian los sistemas caóticos.

Esta reunión científica es patrocinada por el Programa de Desarrollo de las Ciencias Básicas (PEDECIBA, del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, Ministerio de Educación y Cultura y Universidad de la República) y por la Comisión Sectorial de Investigación Científica de la Universidad de la República, y con la adhesión de las firmas CEY² y el Emporio de los Sandwiches³.

Informes e inscripciones: IMERL, Ing. Eleonora Catsigeras. C.C. 30 Montevideo. Tel. 710621. E-mail: eleonora@fing.edu.uy, o por internet en la página <http://www.fisica.edu.uy>

2. ¿QUÉ SON LOS SISTEMAS CAÓTICOS?

Los sistemas caóticos son un tema candente en la ciencia teórica y práctica de nuestros días. Tal afirmación no puede dejar de extrañar y atraer, pues “CAOS” indica una situación confusa y desordenada, y para varias regiones y doctrinas filosóficas es el estado anterior al ordenamiento del universo.

La explicación está en los descubrimientos de los últimos 25 años: los sistemas aún ordenados por leyes determinísticas pueden presentar conductas caóticas. Y esto se aplica a ramas tan diversas como la Física, Matemática, Meteorología, Química, Economía, Astronomía, Biología,...Son observados con gran interés incluso por filósofos, sociólogos y sicólogos.

² CEY: Ejido y Soriano. Tel. 932-239

³ Emporio de los Sándwiches. Rondeau 1480 y Loc. 62 y 63 de Shopping Tres Cruces. Tel 921480.

Muchas veces la ruta es la inversa la filosófica tradicional: el ordenamiento precede a la turbulencia caótica. Es como la calma anterior a la tormenta: la “ruta al caos”, como se la conoce en la teoría de bifurcaciones de la Física y la Matemática modernas, es el camino por el cual el sistema va mostrando una conducta ordenada, pero cada vez más mezclada, hasta volverse caótica.

La noción clave subyacente en los sistemas caóticos es el desorden aparente en un sistema que se comporta según leyes precisas. Estas leyes determinísticas, pudiendo ser muy simples, producen a veces soluciones de apariencia errática.

Todo fenómeno que evoluciona en el tiempo puede ser considerado un sistema dinámico. Son determinísticos en el sentido que conocido el estado del sistema en un tiempo inicial, las reglas de evolución futura y pasada se conocen con precisión. El azar y la aleatoriedad están dados por la sensibilidad a los pequeños cambios a las condiciones iniciales: leves modificaciones en el instante inicial se reflejan en grandes cambios globales en el futuro.

El área de la matemática actual denominada Sistemas Dinámicos trata de describir las trayectorias de un sistema dado a partir de todos los datos iniciales posibles. Por ejemplo consideremos el sistema determinado por el movimiento de una bola en una mesa de billar. Se trata de determinar su posición al cabo de cualquier cantidad de choques contra la banda luego de habersele pegado con el taco. La posición de la bola antes de pegarle, y la dirección del golpe son el estado inicial.

Hasta la década del 60 se estudiaban los sistemas en que era posible describir su evolución a largo plazo con un error muy pequeño. Tenía particular relevancia la “estabilidad” del sistema. Es estable cuando una pequeña variación en el estado inicial no genera grandes modificaciones en el futuro lejano. A partir de la década del 60 el interés se centró en los sistemas sensibles, en los que un pequeñísimo error del estado inicial conduce a errores enormes en la predicción de su evolución final. Los sistemas que poseen esta propiedad se llaman caóticos.

En oposición a casi todos los fenómenos que primero y mejor se comprenden, las conductas caóticas se generan en sistemas no lineales. Esto significa que al sumar dos soluciones no se obtiene forzosamente una nueva solución.

Se ha descubierto, estudiando la llamada función logística unidimensional, o la transformación en el plano descubierta por el astrónomo Hénon, que aún las funciones no lineales más sencillas pueden generar conductas caóticas. Estas son las reglas más simples de comportamiento no lineal: las variables aparecen multiplicadas por sí mismas, al cuadrado; son funciones de segundo grado.

Los sistemas caóticos así obtenidos son organizados porque responden a reglas determinísticas, pero son a la vez caóticos porque se distribuyen desordenadamente en el espacio y en el tiempo. Su estado futuro es difícilmente previsible a largo plazo ya que son sensibles a sus condiciones iniciales.

Para explicar y predecir los fenómenos caóticos la matemática actual combina varias teorías, cada una de las cuales constituye un mundo de especialización científica, de estrecha vinculación con otras ramas de la ciencia. Veamos algunas de estas teorías:

La *teoría ergódica* estudia los sistemas dinámicos desde el punto de vista probabilístico. Aunque trata del caos determinista estudia los sistemas como juegos de azar describiendo sus conductas con las leyes de la probabilidad.

Para entender cómo la matemática actual estudia un sistema dinámico, caótico o no, imagínese una luciérnaga volando en el aire de noche, dejando impresa su “órbita” al ser fotografiada con larga exposición. La teoría ergódica no buscará predecir exactamente el punto de la órbita a largo plazo. Intentará medir cada región del espacio, usando una escala entre 0 y 1, dándoles mayor valor a las regiones más visitadas: la probabilidad de que la luciérnaga esté en esas regiones es mayor.

La *teoría geométrica* y la *teoría topológica* estudian el caos analizando y relacionando las formas y distancias en el espacio. Este espacio es una superficie (o más en general una “variedad”) para los geómetras. Es el “espacio de fases” para los físicos e ingenieros, el “espacio de puntos” para los topólogos. No es necesariamente el espacio tridimensional que conocemos, ya que por ejemplo si el sistema tiene 50 variables independientes, el espacio tendrá 50 dimensiones. Pero puede también tener infinitas dimensiones. Estos espacios infinito-dimensionales son estudiados por la *teoría del análisis funcional*.

En la naturaleza se ha descubierto la existencia de atractores caóticos cuya descripción matemática exige la noción de “fractal”, es decir de conjunto de dimensión fraccionaria. Son espacios reales naturales a nivel microscópico o macroscópico. Para comprenderlos imagínese el “borde” que separa a un ser vivo de su exterior. A primera vista es una superficie; es decir un conjunto de dimensión dos, formada por su piel o membrana. Pero medido microscópicamente tiene intersticios y ramificaciones, que también son parte de su borde. Resulta demasiado grueso para ser medido por su área, y demasiado delgado para ser medido por su volumen. Puede imaginarse como un fractal, con dimensión intermedia fraccionaria entre dos y tres. La dimensión fraccionaria se define y se puede calcular matemáticamente, en particular para algunos conjuntos relacionados con fenómenos caóticos.

La *teoría de bifurcaciones* estudia el comportamiento global (macroscópico) del sistema cuando es perturbado. Se quiere saber cómo varía el comportamiento de todo el sistema cuando alguna (o muchas) variable de ajuste es modificada. Por ejemplo, la tasa de natalidad en un sistema biológico o la aparición de un nuevo cuerpo en los movimientos planetarios. Se modifican los parámetros del sistema de la misma manera que se mueve el dial de un receptor de radio para cambiar su sintonía en forma continua. Esta teoría estudia especialmente qué tipo de inestabilidades preceden al caos y cómo son los sistemas globalmente inestables que se hallan en el límite entre el orden y el caos.

Los sistemas caóticos aparecen en la ciencia y la técnica de nuestros días. No son solo una abstracción matemática. Los estudios de fenómenos tan relevantes como los meteorológicos (predicción del clima, interrelación océano-atmósfera por ejemplo) y los movimientos turbulentos de los líquidos y fluidos en general motivan y fecundan la formalización de la dinámica caótica.

En los últimos años se ha podido simular la evolución de los planetas del sistema solar por períodos varias veces superiores a la edad del mismo. Estos estudios indican que las órbitas de los planetas mayores son estables, no así las órbitas de los planetas Mercurio, Venus, Tierra y Marte. Que presentan a larguísimo plazo un comportamiento caótico.

Las órbitas de los planetas Mercurio y Marte se modifican sustancialmente y en particular Mercurio puede llegar a tener un encuentro próximo con Venus y ser eyectado del sistema solar, modificando a su vez drásticamente la órbita de Venus.

Con todo, el movimiento orbital planetario es el menos caótico. Por ejemplo, el actual movimiento de rotación de la Tierra, que genera la sucesión de días y noches, es posible gracias al papel estabilizante de la Luna a través de su atracción gravitatoria. Recientemente se ha demostrado que si no fuera por la presencia de la Luna, el eje de rotación terrestre seguiría una evolución caótica, impidiendo probablemente el surgimiento de condiciones mínimas para la vida en la Tierra.

El ejemplo más notorio de evolución caótica en el sistema solar lo presentan los cometas. En este caso el comportamiento caótico es fácilmente explicable por la alta excentricidad de las órbitas, que ocasiona repetidos encuentros próximos con varios planetas.

En la Biología moderna, el estudio de la fisiología celular y de la neurobiología es encarada también desde el punto de vista físico-químico como sistema dinámico. Se sabe hoy que el comportamiento de las redes neuronales puede dar lugar a conductas cíclicas estables o a conductas caóticas. Aún no es totalmente conocido el comportamiento global del sistema

nervioso de los seres vivos como sistema dinámico, pero las experiencias de laboratorio y las simulaciones computarizadas muestran coincidencias asombrosas y apasionantes con las predicciones que se pueden realizar matemáticamente.

También se pueden predecir conductas caóticas en la dinámica de las células neuronales llamadas “marcapasos” y en las que regulan la fisiología cardíaca.

Es en la Física y la Química donde más directamente aparecen los sistemas caóticos. De hecho su descubrimiento fue provocado por los problemas presentados al estudiar sistemas físicos complejos en la dinámica de gases y fluidos por ejemplo. Tienen importantes aplicaciones a la Ingeniería moderna, en el diseño de turbomaquinarias, de circuitos de control no lineal, de sistemas de procesamiento de información y de reactores químicos por ejemplo.

La simplicidad subyacente en las ideas que sustentan la teoría matemática moderna de los sistemas caóticos le confiere una viva elegancia que rivaliza con la de algunas nociones más logradas de la matemática clásica. Los problemas que estudia tienen en general su origen en otras disciplinas de la ciencia. Y las respuestas que la matemática da a esos problemas contribuyen no solo al avance de la matemática como fin en sí mismo, sino al de la ciencia y la técnica en su conjunto.

3. LA ESCUELA MATEMÁTICA URUGUAYA EN SISTEMAS DINÁMICOS.

En sus muchas y diversas áreas, la matemática uruguaya ha aportado resultados importantes a la ciencia universal. Aquí trataremos solo del área de los sistemas dinámicos que estudia al caos determinista. ¿Qué es lo que investiga esta área de la matemática en nuestro país, y quiénes y dónde lo hacen?

En el Uruguay actual la investigación matemática es desarrollada principalmente en dos instituciones: el Centro de Matemática (CMAT) de la Facultad de Ciencias, y el Instituto de Matemática y Estadística “Prof. Ing. Rafael Laguardia” (IMERL) de la Facultad de Ingeniería, en la Universidad de la República.

Desde sus orígenes en el IMERL se produjeron resultados fundamentales para la matemática universal, como el ya clásico Teorema de Massera, descubierto y demostrado en Uruguay por el Ing. José Luis Massera en la década del 40. Este teorema caracteriza la estabilidad de las órbitas que se acercan a los puntos de equilibrio. Es lo que puede considerarse la conducta opuesta al caos que se estudia hoy. El Teorema de Massera es un resultado clásico, creado por un uruguayo, asimilado hoy en día por los textos universitarios de matemática en ecuaciones diferenciales que se usan en el mundo entero.

En el mundo del fútbol, evidentemente más popular entre los uruguayos que el mundo de la matemática, el Uruguay es reconocido, como bien saben los viajeros, por su proeza de Maracaná. En forma similar es frecuente que los matemáticos uruguayos que viajan al exterior sean identificados como provenientes del país donde se produjeron los trabajos científicos de Massera, hace más de 40 años.

Hace 40 años no se hablaba aún en el mundo científico de los sistemas caóticos (aunque ya en 1890 el francés Henri Poincaré detectó su existencia al estudiar lo que llamó órbitas homoclínicas en el movimiento de tres cuerpos sujetos a las leyes de la atracción universal). Es el mismo Massera quien hoy nos cuenta que en una conferencia científica en los Estados Unidos en la década del 40 tuvo oportunidad de apreciar la riqueza dinámica de la “transformación del panadero”: una abstracción matemática de la receta para hacer la masa, estirándola y replegándola sobre sí misma, repitiendo esta ley sencilla muchas veces. No es otra cosa que un ejemplo claro de cómo una regla matemática simple, por repetición, puede generar un sistema de mezclado caótico.

Fue recién en la década del 60 que el matemático estadounidense Steven Smale describió un ejemplo similar, conocido hoy como “herradura de Smale” de estiramiento y

doblado en forma de herradura, definiendo los sistemas caóticos expansivos hiperbólicos que generalizan los estudios anteriores del ruso Anosov.

Volviendo a Uruguay, el matemático Jorge Lewowicz (discípulo de Massera) dio continuidad a la escuela uruguaya de sistemas dinámicos, aún trabajando muchos años en Venezuela. Descubrió la caracterización por formas cuadráticas de los sistemas hiperbólicos de Anosov, y de los expansivos en general. Entre otros trabajos trascendentes Lewowicz clasifica topológicamente los sistemas expansivos en dimensión dos y construye ejemplos notables de sus perturbados que hoy son tema de investigación abierta en el mundo. Lewowicz es además el formador de varias generaciones de matemáticos uruguayos en sistemas dinámicos.

Otro formador responsable de la actual escuela uruguaya matemática en sistemas dinámicos es el brasileño Jacob Palis, uno de los principales matemáticos del mundo especialista en sistemas caóticos. Fue discípulo de Smal en la década del 60 y hoy, acogiendo a los profesionales uruguayos en el IMPA (el instituto de investigación que Palis dirige en Río de Janeiro), les ofrece las mejores oportunidades de especialización, conectándolos con los principales científicos del mundo que trabajan o visitan el IMPA frecuentemente.

Como fruto hoy en día los matemáticos uruguayos participan de numerosos programas científicos en Uruguay y en el exterior. Un ex discípulo uruguayo de Lewowicz y Palis se ha destacado alcanzando los máximos niveles académicos de la matemática actual, estando entre los especialistas en sistemas dinámicos de primerísimo línea. Se trata de Ricardo Mañé, fallecido prematuramente el año pasado. Su carrera científica comenzó en Uruguay y culminó en Brasil, donde se radicó desde los 22 años de edad. Los aportes de Mañé al conocimiento de los sistemas dinámicos caóticos son muy numerosos y calificados. Sus descubrimientos son tan relevantes para el desarrollo de la teoría que en casi todas las universidades del mundo no existe literatura actualizada en sistemas dinámicos que no tenga referencias a los muchos teoremas de Mañé. En el exterior se conoce su obra, pero a veces no se sabe que era uruguayo. Y en el Uruguay, fuera de los reducidos ámbitos académicos, su obra no se conoce aún.

Aunque trabajando en otras áreas de la matemática, varios otros uruguayos han contribuido a la formación de los científicos de la actual escuela en sistemas dinámicos, Por ejemplo Mario Wschebor, Marcos Sebastián (radicado en Brasil) y Enrique Cabaña.

Sin intentar describir la totalidad de los trabajos uruguayos en la matemática de los sistemas caóticos, veamos sucintamente algunos de los logros de los últimos cinco años:

En la teoría ergódica Roberto Markarian ha aportado nuevos resultados sobre los sistemas de billares, que tuvieron su origen en el modelo de los gases de Boltzmann. Estos resultados, y otros relacionados con modelos matemáticos de sistemas de la Física, atrajeron la atención de físicos y matemáticos extranjeros. También en la teoría ergódica y en la teoría de bifurcaciones trabajan Álvaro Rovella y Heber Enrich. El primero ha merecido el reconocimiento internacional por sus elegantes demostraciones del estudio de sistemas caóticos del tipo de Lorenz y de sistemas dinámicos estocásticos. Enrich construyó medidas de probabilidad naturales en sistemas perturbados de hiperbólicos.

En la teoría geométrica de los sistemas caóticos es muy destacado el trabajo de Gabriel y Miguel Paternain, por sus resultados novedosos sobre flujos geodésicos y mecánica conservativa.

En la teoría de bifurcaciones homoclínicas son reconocidos los varios aportes de Raúl Ures en el estudio métrico de atractores extraños. También en esta teoría se engloban los resultados de Eleonora Catsigeras sobre el atractor de Feigenbaum finito-dimensional.

En la teoría topológica de los sistemas dinámicos se incluyen las numerosas y calificadas contribuciones de Lewowicz, y las más recientes de José Vieitez que ha relacionado la topología con la dinámica en espacios tridimensionales.

Quienes proyectan hacia el futuro el trabajo de la escuela matemática uruguaya en sistemas dinámicos son los actuales posgraduandos, especializándose en el área. Algunos ya

han producido sus propios aportes originales: Carlos Asuaga, Marcelo Cerminara, Ezequiel Maderna, Alejandra Rodríguez y Martín Sambarino, entre otros.

En el Uruguay el IMERL y el CMAT albergan la escuela de sistemas dinámicos que interrelaciona los diferentes temas y teorías. Quienes de ella participan intercambian, exponen y discuten sus trabajos en las reuniones del llamado Seminario de Sistemas Dinámicos, que desde 1986 se reúne semanalmente en la Facultad de Ingeniería. A él frecuentemente se invita a expositores de otras áreas o disciplinas, y a especialistas extranjeros. En el trabajo cotidiano y diario se han obtenido avances importantes, publicados en más de una decena de revistas especializadas, y ha permitido a los matemáticos participar de programas científicos nacionales e internacionales.

4. LOS SISTEMAS CAÓTICOS Y LA CIENCIA URUGUAYA.

Son varios los centros uruguayos de investigación científica, además de los de matemática, que investigan sistemas caóticos y han obtenido resultados reconocidos por la comunidad científica internacional.

Sin intentar ser exhaustivos se procurará dar una imagen de los avances logrados por la ciencia uruguaya en el tema, en algunas de sus diversas ramas que no son la matemática pura que ya tratamos.

¿En qué trabajan, quiénes son y qué hacen los científicos uruguayos que investigan sistemas caóticos?

Comencemos por la Física con los equipos liderados por Rodolfo Gambini y Aníbal Sicardi en las Facultades de Ciencias y de Ingeniería de la Universidad de la República. Son reconocidos internacionalmente los trabajos de Sicardi en bifurcaciones y caos de sistemas no lineales. Rodolfo Gambini es un formador de físicos en nuestro país, especialista en la física cuántica, y Alejandro Romanelli en la física estadística. Las aplicaciones de los resultados experimentales y teóricos en Física son variados e importantes: dinámica de fluidos, turbomaquinarias, laceros realimentados y caos acústico son algunos de los temas investigados por los físicos uruguayos Cecilia Cabeza, Cristina Masoller, Gustavo Sarasúa, Sandra Kahan y Marcelo Barreiro, entre otros.

La rama biológica ha alcanzado notables avances en la aplicación del caos a tejidos biológicos. En las Facultades de Ciencias y de Medicina se desarrollan trabajos de investigación biológica experimental y teórica en biofísica y biomatemática por ejemplo, tratando modelos caóticos de sistemas vivos. La biofísica uruguaya liderada por Eduardo Mizraji, cuenta con investigadores de primera línea como Luis Acerenza y un equipo formado por Fabián Álvarez, Alejandro Presto y Fernando Ortega, entre otros. En la biomatemática los trabajos de Ruben Budelli y su equipo, integrado entre otros por Alicia Altesor y Leonel Gómez, estudian la dinámica de redes neuronales mediante técnicas matemáticas y computacionales sofisticadas. Los avances de este tema han merecido reconocimiento fuera de las fronteras del Uruguay. En la formación del equipo científico uruguayo es muy destacada la labor de Juan Segundo, radicado en los Estados Unidos. Segundo investiga en neurobiología y biomatemática. En sus frecuentes visitas al Uruguay expone y trae lo que hay de más novedoso en el tema.

También en la Facultad de Ciencias los trabajos de Roberto Suárez son destacados, encontrando comportamientos caóticos en la fisiología cardíaca.

Especialmente importante es el trabajo desarrollado en el Instituto de Investigaciones Biológicas Clemente Estable (IIBCE), con larga y muy destacada trayectoria en nuestro país. Es reconocido en el mundo el aporte notable de Elio García Aust, formador de varias generaciones de biólogos uruguayos. El impulso permanente de Omar Trujillo ha establecido vínculos entre el IIBCE y diversos institutos de investigación en Ingeniería y en Ciencias. Mencionaremos, a título de ejemplo, la labor de Angel Caputti, quien estudia

experimentalmente la actividad eléctrica de cierta especie de peces de río existentes Uruguay, y ha descubierto con ello comportamientos dinámicos del sistema nervioso de seres vivos. Los comportamientos caóticos aparecen en el estudio de la dinámica del sistema nervioso, y abre interrogantes apasionantes para los físicos, matemáticos e ingenieros.

En dinámica de los fluidos y su aplicación a la Meteorología, merece distinción la labor del Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA). Allí, Gabriel Pisciotto dirige un proyecto de investigación en la dinámica de los flujos geofísicos en nuestras latitudes y su efecto sobre el clima en nuestro país. También desde el IMFIA, Rafael Guarga ha planteado apasionantes problemas matemáticos, cuya solución es hasta ahora desconocida, al descubrir la pérdida de simetría en la turbulencia de sistemas hidráulicos y turbomaquinarias.

En Uruguay también se investiga el caos en Astronomía, en la Facultad de Ciencias, por un equipo liderado por Gonzalo Tancredi. Las conductas caóticas en el sistema solar, son estudiadas por Tancredi y Tabaré Gallardo, entre otros astrónomos uruguayos. Sus trabajos y conclusiones han merecido el reconocimiento internacional al ser invitados a presentarlos en varios simposios en el exterior.

En distintos aspectos de la Ingeniería los sistemas no lineales interesan para el desarrollo de tecnología y procesos. Los equipos de investigación de los Institutos de Ingeniería Eléctrica, de Ingeniería Química, de Computación y del Centro de Cálculo, llevan adelante trabajos variados que plantean problemas abiertos relativos a sistemas caóticos, uno de los temas de trabajo de científicos uruguayos.

