

# La Fotoelasticidad en la Ingeniería Civil

Por el Profesor Ingeniero JULIO RICALDONI, Director del Instituto de Estática de la Facultad de Ingeniería y Ramas Anexas de Montevideo

Trabajo presentado al PRIMER CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERIA, realizado en Río de Janeiro en julio de 1949 (\*)

## I. — INTRODUCCION

Cuando Brewster a principios de 1816 comunicaba a la Royal Society que una lámina de vidrio sometida a una sollicitación simple de compresión o de extensión se convertía —desde el punto de vista óptico— en un cristal análogo al espató o al cuarzo respectivamente, nunca pudo imaginar todo lo que la ingeniería, no ya la ciencia pura, debería a un descubrimiento aparentemente tan simple.

Tal descubrimiento fué, por el momento, de un interés puramente físico y en el mismo interesaba mucho más como efecto el fenómeno óptico que el mecánico, y por otra parte las construcciones civiles eran producto más bien del arte que de la ciencia, ya que recién se empezaban a desarrollar la resistencia de materiales y la estabilidad de las construcciones. Es así que la doble refracción accidental —no podríamos llamarla aun fotoelasticidad— sigue siendo durante la primera mitad de ese siglo objeto de estudios teóricos y experimentales con Fresnel, Neuman, Biot, Wertheim, destinados a establecer y comprobar las dos leyes básicas que aun hoy siguen siendo suficientes para la fotoelasticidad bidimensional; pero es Maxwell que en 1853 da las herramientas necesarias para el estudio teórico completo de los campos de tensiones: isoclinas, isostáticas, isocromáticas y separación de las tensiones principales por integración gráfica.

Sin embargo es alrededor de los fines del siglo XIX y comienzos del XX que la ingeniería se enriquece con ese nuevo método experimental, cuando Carus Wilson, en 1891, estudia el efecto de una carga concentrada en una viga muy alta y A. Marston, en 1893, estudia las tensiones de un rodillo de dilatación y especialmente cuando Mesnager en el año 1913 crea, en realidad, la fotoelasticidad técnica o práctica. Es un hecho digno de destacarse que no debe pasarse por alto: el primer estudio importante efectuado por fotoelasticidad es la verificación de un puente sobre el Ródano, cuyos cálculos presentaban algunas imperfecciones que

no habían podido aclararse a pesar de haberse realizado estudios sobre un modelo de escala 1/20 con extensómetros Manet-Rabut (1).

Tenemos pues que la fotoelasticidad técnica nace precisamente en el campo de la Ingeniería Civil con una jerarquía que no desmerece en nada de la figura conspicua de Mesnager, pero no ha de ser ése su máximo campo de aplicación inmediato, ya que las dificultades de técnica, materiales y aparatos exigen personal y laboratorios muy especializados: son los problemas elásticos generales los estudiados con la fotoelasticidad en forma especial, aunque su resolución colaborará indudablemente, cuando menos desde un punto de vista cualitativo, en la resolución de los problemas de las estructuras.

El perfeccionamiento de la técnica amplía poco a poco el campo de aplicación y permite una especialización cada vez más pequeña en el personal que ha de trabajar en fotoelasticidad y, fundamentalmente, la conjunción de dos perfeccionamientos en los elementos de trabajo permiten una simplificación enorme en la obtención de los resultados fotoelásticos: nos referimos aquí al «Método de las franjas» que Tuzi introduce por el año 1925 y que permite pasar de la determinación de la birrefringencia punto por punto por medio de compensadores, ópticos o elásticos, al estudio en su conjunto por medio del mapa de isocromáticas perfecta y exactamente acotadas, método que fué posible gracias a la utilización simultánea de la bakelita o análogos y de la luz monocromática.

Actualmente pues puede admitirse que no existe ninguna dificultad, hablando relativamente, claro está, en la preparación de ejemplares, ya que el corte, pulido y recocado de bakelita, indudablemente el más perfecto y conveniente de los materiales fotoelásticos actuales, se puede realizar perfectamente; distamos mucho de la época de Mesnager y sus primitivos modelos de vidrio

(\*) Tomado del "Boletín de la Facultad de Ingeniería de Montevideo". - Mayo de 1950.

de complicada ejecución y pequenísima sensibilidad.

Y en estas condiciones no puede sorprender que la fotoelasticidad gane primero el campo de la industria y que establecimientos como General Electric, General Motors, Chrysler, Westinghouse, Metropolitan Vickers, y tantos otros, equipen sus laboratorios con dispositivos fotoelasticimétricos y que luego las oficinas de cálculo de estructuras, no digamos privadas pero sí públicas, empiecen a contar con los estudios fotoelásticos realizados por ellas mismas o por escuelas técnicas, para resolver o aclarar problemas complejos.

En resumen podemos decir que en la actualidad la fotoelasticidad técnica colabora con una eficacia innegable, dadas las condiciones de exactitud de sus medidas y lo complejo de sus observaciones, en todo problema de mecánica de los sólidos:

- Estudios teóricos de elasticidad.
- Interpretación de los resultados del ensayo de materiales.
- Análisis y proyecto de órganos de máquinas.
- Análisis y proyecto de estructuras.

Pero como método que necesita equipo y personal especializado, la fotoelasticidad técnica tiene aun su mayor aplicabilidad en los problemas de máquinas que son, además, los que se adaptan con mayor exactitud y facilidad al estudio en dicha forma, aunque día a día aumenta su utilización en estructuras.

Es necesario reducir cada vez más el coeficiente de seguridad a utilizar en el cálculo, puesto que con ello lo que se hace es cubrir la ignorancia del comportamiento resistente con un exceso de material, —a veces de efectos contrarios—, y también cada vez se exigen construcciones más audaces y aparecen estructuras que, como las aeronáuticas, sólo pueden existir con un mínimo de material.

## II. — LA UTILIDAD EN ESTRUCTURAS CIVILES

Ahora bien, la aplicación de la fotoelasticidad al cálculo de estructuras civiles puede hacerse con dos objetivos diferentes, que son, respectivamente, el estudio del detalle y el estudio del régimen general de sollicitaciones. De estos dos objetivos es el primero el que más ha interesado y el que más ha sido explotado, buscando por su intermedio

un conocimiento más exacto de la repartición de tensiones en los puntos más interesantes de las estructuras, y especialmente las puntas o concentraciones de tensiones, imposibles de obtener con la resistencia de materiales clásica, con excepción de ciertos casos simples.

A este objetivo le ha sido negado su interés en las estructuras civiles debido a que en ellas las oscilaciones de la carga son relativamente pequeñas en amplitud y en frecuencia y a que es bien conocido el efecto uniformador que tienen las deformaciones plásticas.

Aunque tal sea el caso, no por ello debe negarse el valor de las experiencias fotoelásticas en el campo de la ingeniería civil, sino que, como a todo método de investigación, se le debe utilizar con las limitaciones e interpretaciones que le corresponden por sí mismo y por el medio en que va a ser utilizado y no se debe aplicar estrictamente sus resultados sin antes hacer su crítica detenida.

En su obra sobre estructuras de acero, Linton Grinter <sup>(2)</sup>, comenta la aparente antítesis que existe entre la teoría y la práctica, especialmente desde el punto de vista del técnico que construye, y concluye que no hay nada que desacredite tanto la utilidad de la teoría como encararla como un fin y no como una herramienta necesaria para realizar obra técnica y económicamente perfecta y refiriéndose concretamente a la fotoelasticidad expresa que «...esta herramienta ha sido de un valor muy grande aunque, cuando es interpretada descuidadamente, ha confundido tantos problemas cuantos ha aclarado», basándose en el efecto de la ductilidad del acero, aunque reconociéndole mayor utilidad bajo choques o fatiga.

Pero si se desea hacer su crítica comprensiva, es necesario pesar todos los factores que intervienen y abordar todos los puntos de vista desde los cuales se encarará su aplicación; es así que se podría establecer, eligiendo los más importantes puntos, las siguientes consideraciones:

a) Que no todos los materiales poseen esas características plásticas o no las presentan en grado suficiente como para poder asegurar la completa desaparición de las puntas de tensiones antes de que se produzca su falla.

Si bien esa capacidad es muy grande en el acero dulce corriente de 42 a 44 kg/mm.<sup>2</sup> de resistencia y ductilidades que llegan al

30% no sucede lo mismo con los aceros especiales con ductilidades restringidas al 50 ó 60% de esos valores y con temperaturas críticas de fragilidad más alta o las aleaciones livianas que hay tendencia a emplear en las estructuras como también hace notar Frocht (3). Finalmente el hormigón, salvo el caso de compresión tridimensional, es un material incapaz de realizar ese proceso y es por lo tanto, sensible a los valores máximos de las tensiones.

b) El tipo de estado elástico, ya que aun el acero dulce puede llegar en estados elásticos tendientes a la tracción hidrostática, a presentar fractura de carácter frágil por la desaparición de las tensiones tangenciales productoras de las grandes deformaciones plásticas.

c) El carácter dinámico u oscilatorio de las sollicitaciones aplicadas. Ha sido comprobada categóricamente la sensibilidad de la resistencia a la fatiga a las concentraciones de tensiones, en una forma tal que, aunque no haya estricta proporcionalidad de causa a efecto debido a la facultad de adaptación más o menos importante de diversos materiales y otros factores adicionales, puede tomarse el factor de concentración como índice adecuado para la elección de formas.

Estos esfuerzos de fatiga han tomado mayor importancia con la utilización de aceros especiales que permiten estructuras más livianas, y con mayor campo de oscilación, siempre, claro está, que se trate de estructuras con cargas móviles de luz media o pequeña.

d) El interés que puede existir no ya en los valores exactos de las tensiones sino más bien en su variación, signo y repartición general, si es el caso de un cuerpo de estructura heterogénea en el cual la distribución de sus elementos resistentes debe hacerse en forma tal que uno de ellos sea dispuesto en haces convenientemente dirigidos para absorber determinado tipo de tensiones. En este caso el interés de la fotoelasticidad no finca estrictamente en la determinación de las puntas de tensiones sino en el estudio general del campo de tensiones a través de determinados trazos: las isostáticas.

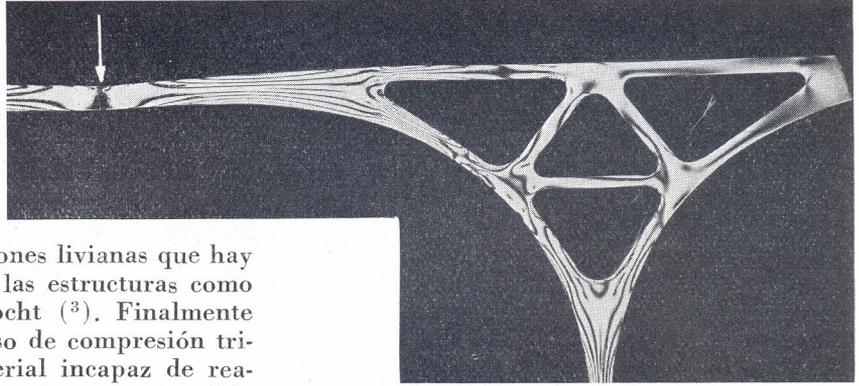


Figura 1

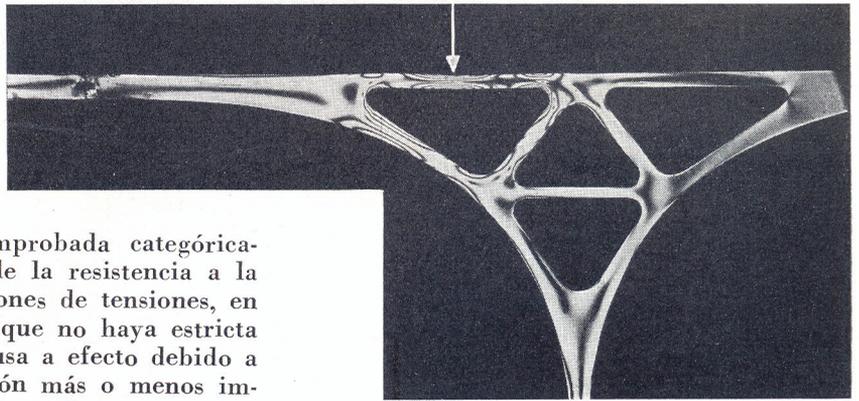


Figura 2

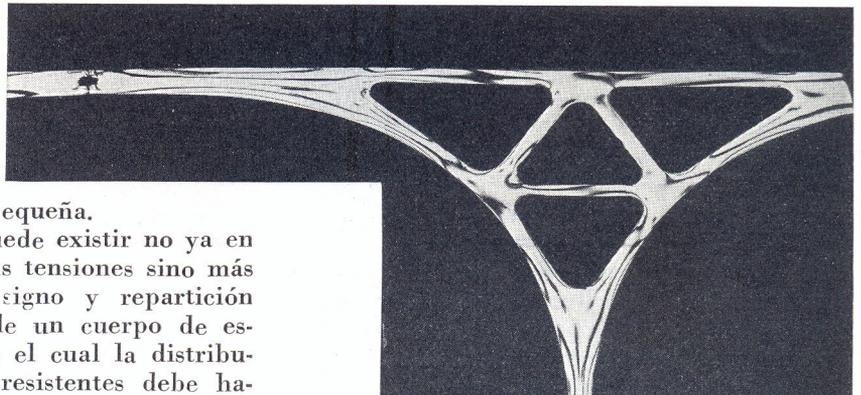


Figura 3

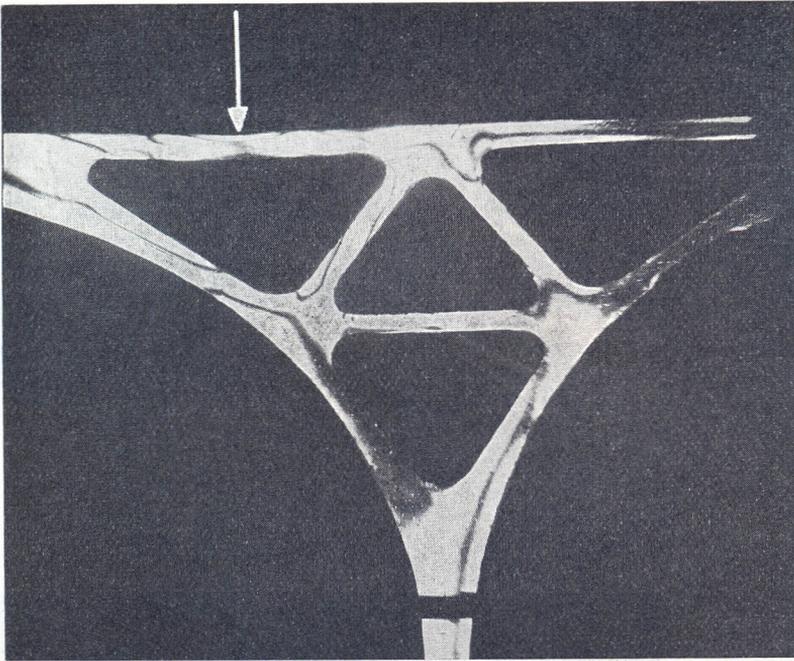


Figura 4

En definitiva podemos establecer, en lo que se refiere al estudio del detalle estructural como objetivo de la fotoelasticidad, que su interés es indiscutible, porque, o bien se trata de solicitaciones que exigen ese conocimiento preciso, fatiga o esfuerzos combinados, por ejemplo, o bien porque aunque se trate de materiales y solicitaciones que hacen depender la resistencia última de la estructura, de las deformaciones plásticas, hay interés en dimensionar, dentro del período elástico, todas las partes con el coeficiente de seguridad más uniforme posible, y dentro de diversas soluciones que den la misma punta de tensiones, elegir la que exija menor cantidad de material.

Nadie puede dudar que si por ejemplo, para elegir el caso citado por Grinter en las consideraciones expuestas recién, con la fotoelasticidad se encuentra que una variación de forma reduce la tensión elástica máxima, tal barra presentará una mayor seguridad respecto a una eventual disminución en la calidad del metal de algún ejemplar o aún, manteniendo una sección suficiente a los esfuerzos uniformes puede hacer posible una disminución de material. Lo que no puede hacerse, sin duda alguna, es condenar un sistema por simples investigaciones fotoelásticas, sin poner en consideración las condiciones prácticas de estructura y material y la experiencia acumulada.

Como todo otro procedimiento, analítico o experimental, que amplía y profundiza los conocimientos teóricos de una ciencia aplicada, podrá ser sospechada por los prácticos de la técnica, en nuestro caso por el ingeniero en general, pero no se debe olvidar que todas las investigaciones, por más teóricas que parezcan a primera vista, han provocado las más eficaces aplicaciones prácticas, a través de un proceso de digestión y ajuste efectuado por quienes han de aplicarlas.

### III. — ESTUDIOS DE ELEMENTOS PARTICULARES

A este tipo de aplicación, —diseño de estructuras—, pertenece como ejemplo más característico el estudio de las uniones soldadas; especialmente cuando hay coexistencia de dos factores, soldadura y fatiga, el problema de la repartición exacta de las tensiones alcanza su máximo interés y por ende resulta de mayor utilidad la aplicación de la fotoelasticidad.

Especialmente aquel tipo de unión soldada cuyo estado elástico puede asimilarse a un estado elástico plano tal como sucede con las uniones a tope o los cordones frontales, en los cuales el efecto tridimensional sería la dependencia de tensiones o desplazamientos con respecto a la coordenada pa-

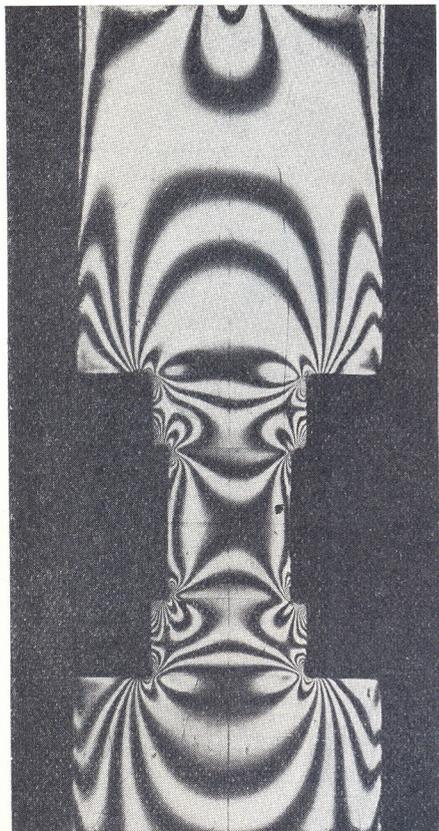


Figura 5

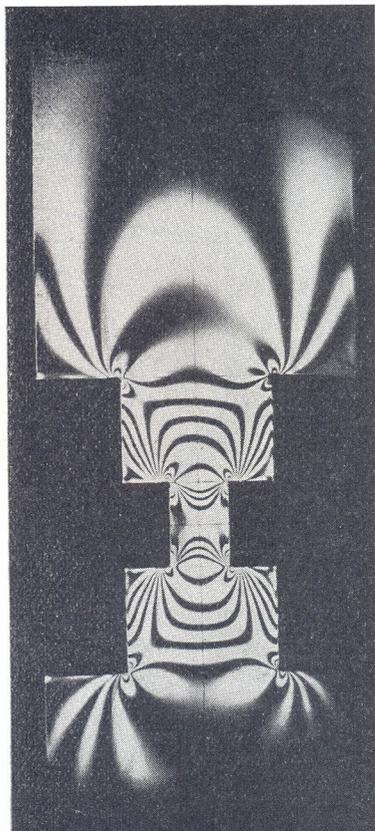


Figura 6

ralela al eje del cordón, lo que es en general de pequeñísima importancia, fué objeto de estudios minuciosos y detallados de Coker y sus colaboradores, observaciones que, como todas las del profesor inglés, pueden quedar como modelo de la época que podríamos llamar científica de la fotoelasticidad; todos estos estudios guiaron el pasaje del cordón «convexo» al cordón «cóncavo» o alargado en las soldaduras frontales y laterales y también al mismo tiempo que contribuían al fresado del refuerzo de las soldaduras a tope, demostraban la superioridad inherente de esta unión sobre los cordones laterales. Todos estos estudios, fotoelasticidad y ensayos, teoría y experiencia, permitieron llevar las mejores uniones soldadas a una resistencia a los esfuerzos repetidos tan grande o mayor que la de las uniones remachadas.

Los casos más complejos, distribución de fuerzas a lo largo de los cordones laterales, variación de las tensiones de un cordón frontal en función de su posición, así como uniones remachadas, han podido ser enca-

rados gracias al fotoelasticómetro de reflexión y modelos con una cara plateada, utilizados por Solakian en EE. UU.; su técnica, a pesar de utilizar material tan sensible como el «Marblette» aun no es perfecta y más bien se puede hablar de resultados cualitativos que cuantitativos (4).

Los nudos o uniones de barras de estructuras han recibido una atención grande con la fotoelasticidad, especialmente los «nudos homogéneos», designando con este nombre a los nudos de estructuras flexadas en las cuales, aunque a veces puede existir cierta discontinuidad geométrica, las formas generales de todas las barras que llegan allí son, sin embargo, semejantes y están mutua y rígidamente unidas en todas sus partes, siendo capaces de transmitir cualquier tipo de sollicitación.

El caso de los nudos de barras con esfuerzos axiales, en efecto, es muy complejo para permitir un estudio a fondo, debido a su composición y formas y a la superposición de diversos elementos en la tercera dimensión: en realidad además de una observa-

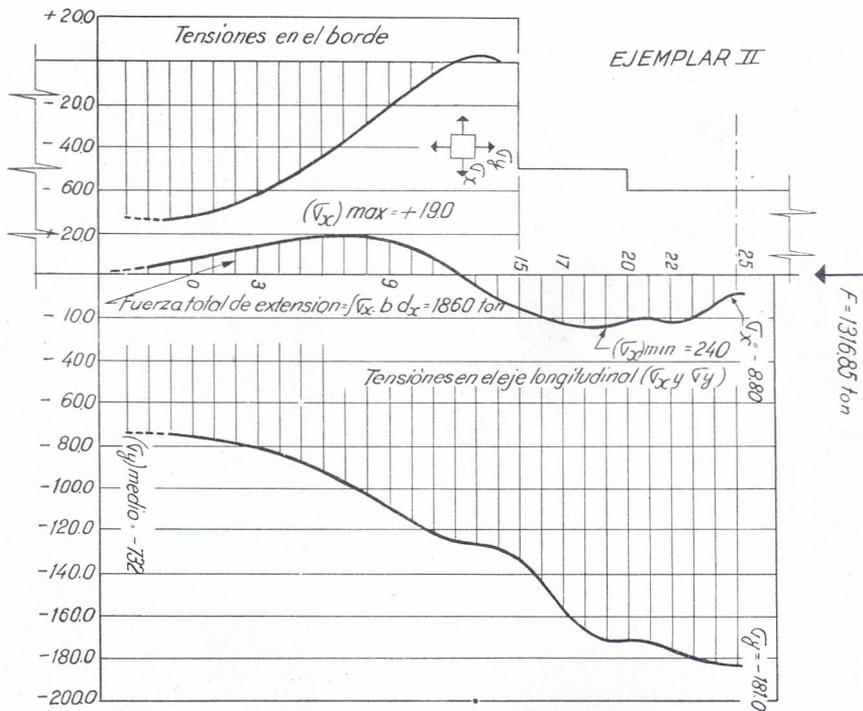


Figura 7

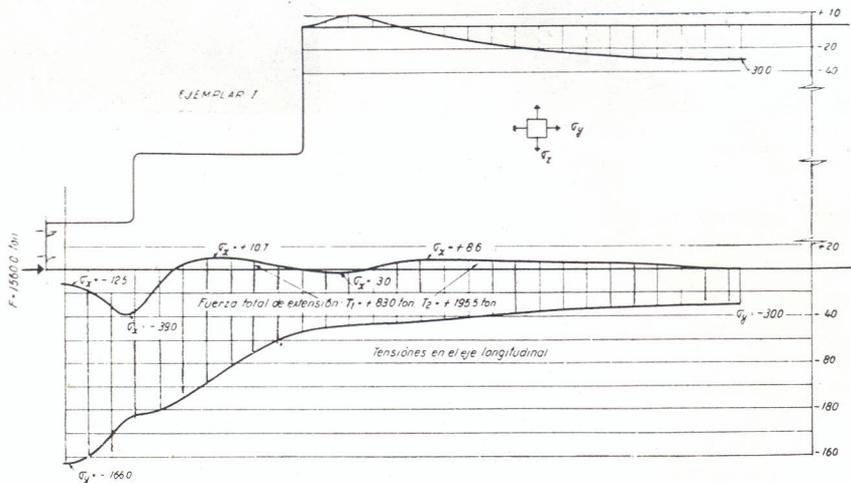


Figura 8

ción más bien de carácter ilustrativo publicada por Heymans (5), se puede mencionar un artículo de Rust (6) que encara diversas formas de chapa pero con dos barras en prolongación unidas en forma continua a la misma. Quizás el empleo del fotoelasticímetro de reflexión permitiría mejorar este estudio haciendo más exacta la similitud del modelo, aunque posiblemente el mejor método experimental para este caso seguirá siendo el de los tensómetros, especialmente ahora con los calibres eléctricos de resistencia, o el de los barnices fisurables.

En cambio la literatura técnica sobre la utilización de la fotoelasticidad en nudos homogéneos es muy abundante y realmente de importancia, puesto que, conjuntamente con las observaciones tensométricas, han permitido un estudio profundo y detallado de las formas más apropiadas así como también han guiado en la elección y mejoramiento de las fórmulas de cálculo de tensiones. A este trabajo están unidos entre otros, los nombres de Hayden (7), Campus (8), Baud (10), y últimamente merecen destacarse los trabajos de A. W. Hendry (11) y

Mustafa <sup>(12)</sup>, especialmente el primero, en los cuales se utilizaron modelos fotoelásticos con sección I fabricados por fresado de una chapa de «Catalin» de gran espesor, en un caso, y por cementado de varias chapas de celuloide entre sí, en el otro. Puede decirse, sin pecar de exagerados, que la fotoelasticidad ha sido el método de más utilidad para llevar el cálculo de los nudos a un terreno firme.

Finalmente hay otro tema de Ingeniería Civil, —que podrá ser incluido en este capítulo como en el siguiente—, en el cual la fotoelasticidad ha significado un aporte bastante importante: las presas de embalse. Aparte de los estudios de carácter más bien teórico y general como el que sirvió a Favre <sup>(13)</sup> para presentar su método óptico de separación de tensiones, pueden destacarse estudios sobre regiones críticas y discontinuidades de los muros de presas de gravedad efectuados por Brahtz <sup>(14)</sup> en el Bureau of Reclamation; sobre diques en arco por Oberti <sup>(15)</sup> en el Politécnico de Milán, y muchos realizados sobre los diques de cabeza redonda (tipo Noetzli) para poner en bases más ciertas el cálculo de las extensiones posibles en el paramento mojado.

#### IV. — REGIMEN GENERAL DE SOLICITACIONES

Al segundo objetivo, —régimen general de las solicitaciones en estructuras a fibra media—, no se le puede presentar ninguna objeción de principio, sino simplemente de oportunidad o conveniencia económica, cuando se le compara a los métodos analíticos o aun a otro tipo de modelos como los elastómetros e influenciómetros. En cuanto a exactitud y consideración de nudos y discontinuidades, la fotoelasticidad puede compararse únicamente con los microinfluenciómetros y análogos, ya que los modelos con deformaciones macroscópicas están sometidos a inexactitudes mucho mayores.

Desde luego la bibliografía sobre estas aplicaciones no es tan nutrida como las otras, puesto que la complejidad del ensayo fotoelástico no le permite extender su campo de utilización hasta los límites a que alcanzan los elastómetros e influenciómetros, especialmente los de deformaciones macroscópicas <sup>(16)</sup>, para los cuales su utilidad llega a verse —como economía de tiempo y de energía—, hasta en estructuras muy simples cuyo estudio teórico no presenta incon-

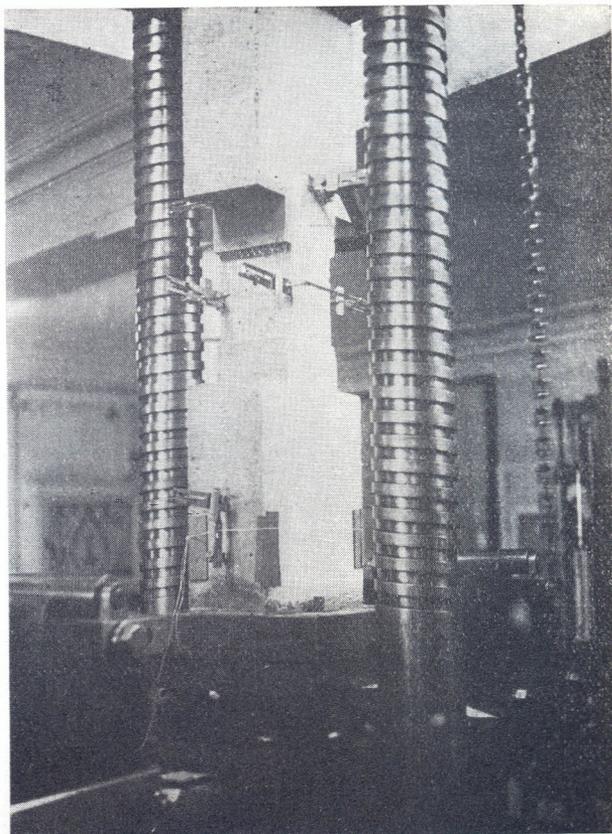


Figura 9

venientes de principio ni mucho menos imposibilidad práctica.

Pero aun así su utilidad es mucha y los ejemplos muy interesantes, dado que se le ha empleado tanto para fundamentar o comprobar métodos de cálculo, como para resolver problemas particulares imposibles de abordar en otra forma por la complejidad de su cálculo teórico.

En este tipo de empleo, al cual pertenece el trabajo de Mesnager ya mencionado con el cual se inicia la fotoelasticidad técnica, se pueden citar los trabajos de Levinton citado por Delanghe <sup>(17)</sup> y de Tesar <sup>(18)</sup> referentes también a estructuras en arco con tablero solidario, así como el caso de una viga Vierendeel de forma algo anormal publicado por Frocht <sup>(19)</sup>, el de una estructura para casa de compuertas no asimilable a un conjunto de barras publicado por Kamener y Birnbaum <sup>(20)</sup>, los estudios de diversas formas de costillas en las alas de aviones de Dollan y Richards <sup>(21)</sup>, etc.

Su utilización desde el otro punto de vista mencionado la encontramos especialmente

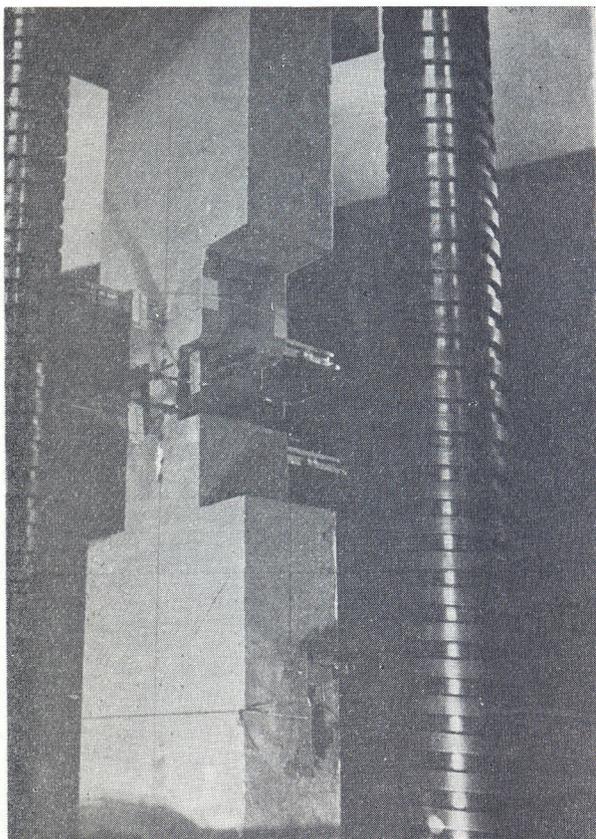


Figura 10

en el cálculo de solicitaciones de las vigas Viendeel corrientes, tales como las experiencias —que son un modelo de técnica— con las cuales Baes <sup>(22)</sup> fundamenta su método de cálculo teórico con la ecuación en  $U$  y su aplicación a diversos casos concretos, el método de cálculo por reducción a condiciones isostáticas expuesto por Polivka <sup>(23)</sup> de la Universidad de California y las comprobaciones efectuadas en el trabajo ya citado de M. Inan. Baes <sup>(24)</sup> también ha trabajado en el estudio de arcos, a cuya categoría pueden también asimilarse los estudios, aunque de orden cualitativo, realizados en este Instituto sobre un modelo de nuevo tipo de puente en hormigón armado ideado por el Prof. de Caminos Ing. Agustín Maggi, cuyo cálculo se ha realizado utilizando el microinfluenciómetro de Beggs; en las figuras 1 a 3 se reproducen las isocromáticas correspondientes a varias de las cargas utilizadas en dicho estudio y en la figura 4 la isocлина de parámetro  $\theta = 25^\circ$  obtenida bajo la misma carga de la figura 3.

Los estudios de Baes y Polivka citados

más arriba utilizan como elemento básico de la determinación fotoelástica, el *punto de inflexión* o punto de momento nulo. Tales puntos, cuyo estudio detallado, analítico y fotoelástico, desde el punto de vista del estado de tensiones y curvas características (isoclinas, isotáticas e isocromáticas) existentes en la región vecina a los mismos, ha sido hecho por Blanjean y Temmermann <sup>(25)</sup> como contribución al estudio de Baes recién mencionado, tiene características fotoelásticas tan notables que permiten su individualización rápida y nítida.

En efecto, se puede ver claramente (figs. 3 y 4), no solamente la ubicación del punto de inflexión sino también la relación del cortante al normal, o inclinación de la resultante, por la inclinación de la línea que une los puntos neutros del contorno.

En el caso de Baes la determinación fotoelástica del punto de inflexión no fué de empleo directo, sino como comprobación de una fórmula teórica para obtener su posición. En cambio, su utilización directa en el cálculo práctico de estructuras empieza hace unos 25 años cuando Rieckhof introduce su «Nupubest», modelo de láminas en elevación derivado del «influenciómetro» de Colonetti y del «Continostat» de Gottschalk, sobre el cual determina esos puntos por medio de un esferómetro.

La resolución completa en problemas más complejos, nudos móviles en el espacio, exigen una distribución de cortantes que realiza observando la ordenada de esos mismos puntos con respecto a una tangente a la deformada por medio de ese sistema coordinado materializado. Análogamente a ese procedimiento, se puede hacer en fotoelasticidad el estudio completo de una estructura a fibra media aun de sección variable <sup>(16)</sup>, o por lo menos facilitararlo, utilizando los característicos puntos, como lo ha hecho Polivka para permitir los trazados gráficos que permiten resolver completamente el problema. Las tensiones frente a los puntos neutros pueden dar un valor del cortante análogo al *índice de rigidez* de Rieckhof, que permite su reparto.

Finalmente pueden también citarse los estudios sobre las vigas de la estación de Firenze hecho por Fava <sup>(33)</sup> y la de la usina de Verbois citado por Ros <sup>(34)</sup>, especialmente este último por lo detallado y completo del mismo y también porque se trata aquí también de una similitud completa,

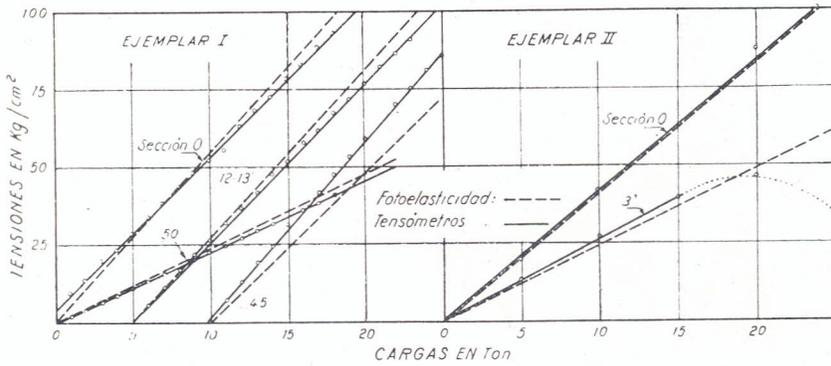


Figura 11

realizando un modelo a tres dimensiones de una viga de alma llena soldada.

### V. — HORMIGÓN ARMADO

La fotoelasticidad no podrá dejar de lado dentro de las estructuras un problema de caracteres tan especiales tal cual es el estudio de las estructuras de hormigón armado, en tanto que se diferencia de otras por la heterogeneidad de su composición. Es así que en 1933 Beyer y Solakian <sup>(26)</sup> publican sus experiencias destinadas a obtener una similitud completa con el prototipo de hormigón armado, fabricando modelos de bakelita armada con barras de aluminio, sistema de materiales que cuentan con las siguientes características:

- Relación de módulos de elasticidad a 14.5, valor ligeramente alto con relación a los valores reales del hormigón, pero dentro de los admitidos.
- Coeficiente de dilatación igual, a la temperatura ambiente.
- Diagramas resistentes de análoga forma.
- Contracción acentuada de la bakelita al solidificarse y enfriarse.

Con estos materiales realizan varios modelos, como motivo de observaciones cualitativas, en cuyas fotografías se observan las tensiones iniciales, de contracción y las tensiones totales posteriores y también el ensayo de una viga recta con armadura simple cuyas tensiones netas observadas comprueban las tensiones calculadas como para el hormigón armado, naturalmente que teniendo en cuenta la resistencia a la tracción.

Sin embargo esta iniciación no tuvo continuación dadas las dificultades de construcción del modelo y muy posiblemente el inconveniente que significa tener que separar dos estados de tensiones superpuestas,

que con excepción de algunos puntos no coinciden en sus direcciones principales, puesto que, aparte del interés que sin duda ofrece la producción de esas tensiones iniciales análogas a las del prototipo, es indispensable conocer también por separado las tensiones de origen exterior.

Tal imposibilidad momentánea, no debemos aventurarnos a suponerla definitiva, no impide sin embargo aprovechar ventajosamente la fotoelasticidad de los modelos homogéneos al estudio del hormigón armado.

Las ventajas de la fotoelasticidad en las estructuras heterogéneas, exactamente en el hormigón armado, residen precisamente en poder diseñar una distribución de los elementos resistentes, haces de acero en el hormigón, tal que se obtengan una serie de objetivos bien definidos en un interesante estudio de A. Chaulet <sup>(27)</sup>:

a) Que los esfuerzos primarios sean semejantes a los que se producirían en un cuerpo homogéneo y que sean tales que el hormigón, las armaduras y su superficie de contacto los puedan resistir.

b) Disminuir todo lo que sea posible los esfuerzos secundarios; (esta condición queda automáticamente satisfecha cuando lo es la primera).

Clasificando los esfuerzos secundarios como aquéllos provenientes de que las armaduras no tienen una distribución continua, ni siguen perfectamente las direcciones correctas.

Como consecuencia es de importancia primaria la obtención de las isostáticas a partir de los datos fotoelásticos, para disponer las armaduras en forma tal que coincidan lo más posible con ellas, con lo cual, al atribuirse a cada material componente el esfuerzo que está mejor capacitado para resistir, se obtendrá la solución más económica ya que exis-

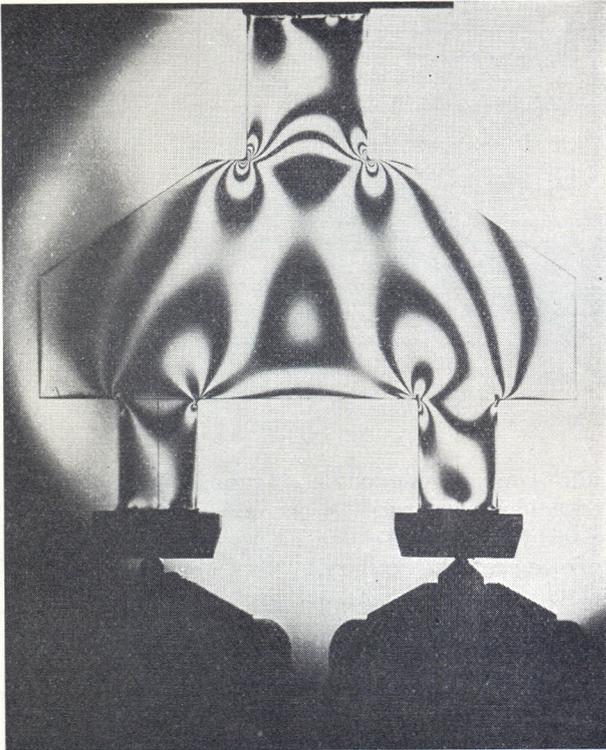


Figura 12

tirá un valor uniforme del coeficiente de seguridad en todos los puntos del cuerpo, valor que podrá hacerse más pequeño que en otros casos.

Ese trazado de isostáticas ofrece pues, por sí sólo, un interés muy grande cuando se hace su interpretación cualitativa con la colaboración de los diversos teoremas que a ellos se refieren, tal como ya lo hiciera notar Mesnager <sup>(28)</sup> en 1930 y como lo ha desarrollado y perfeccionado A. Paduart <sup>(29)</sup> recientemente, para los casos corrientes en estructuras en los cuales es posible deducir los trazados en forma analítica y obtener conclusiones generales.

Cuando la estructura, en su conjunto o en alguna parte, no puede asimilarse a estos casos simples, la fotoelasticidad nos ofrece un magnífico método de determinar con toda precisión el trazado de isostáticas y también la distribución y valor de las tensiones principales, y con ello todos los elementos necesarios para proyectar en magnitud y forma las armaduras necesarias.

Especialmente en puentes tenemos como ejemplos de este proceso el estudio del block de extremidad del puente en arco con tirante de Borden <sup>(30)</sup>, el de la región de

apoyos del puente cantilever y Bry-sur-Marne <sup>(31)</sup>, y el caso de dos semiarticulaciones de un puente en arco estudiadas en este Instituto, algunos de cuyos resultados se reproducen a continuación.

En las figuras 5 y 6 se reproduce la red de isocromáticas a fondo oscuro para dichas semiarticulaciones, a partir de las cuales y con el conjunto de isoclinas se obtuvieron las tensiones normales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  (normales y paralelas al eje longitudinal) por integración gráfica según el método de Lilon-Fracht, de las cuales se reproducen en las figuras 7 y 8 las correspondientes al eje longitudinal, como que son las tensiones críticas. Los valores indicados son las tensiones en el prototipo bajo las fuerzas reales.

Es indudable que siempre que sea posible es deseable completar los estudios fotoelásticos con ensayos sobre modelos en hormigón armado a escala reducida, cuyos resultados son interpretados a la luz de aquéllos. En este caso se hicieron dichos modelos en escala 0.015 (Ej. II) y 0.085 (Ej. I), como puede verse en las figuras 9 y 10, sobre las cuales se hicieron algunas observaciones tensométricas con aparatos Huggenberger y además se llevaron posteriormente a la rotura.

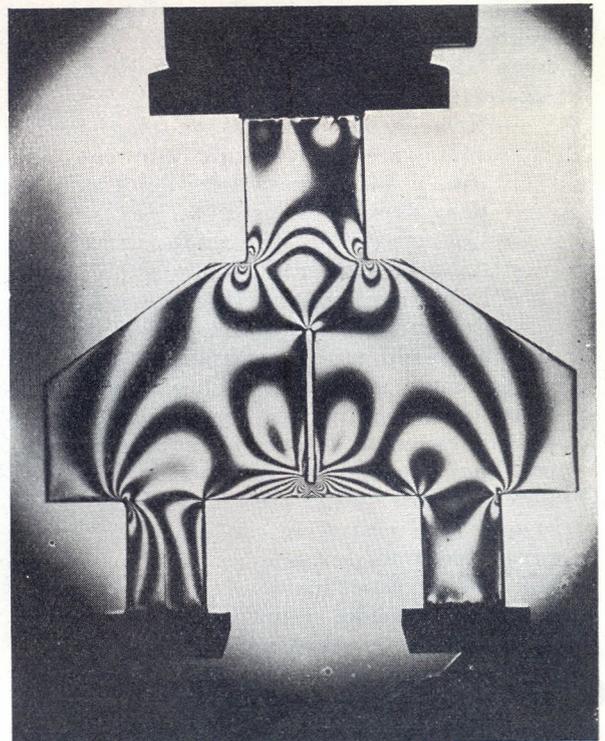
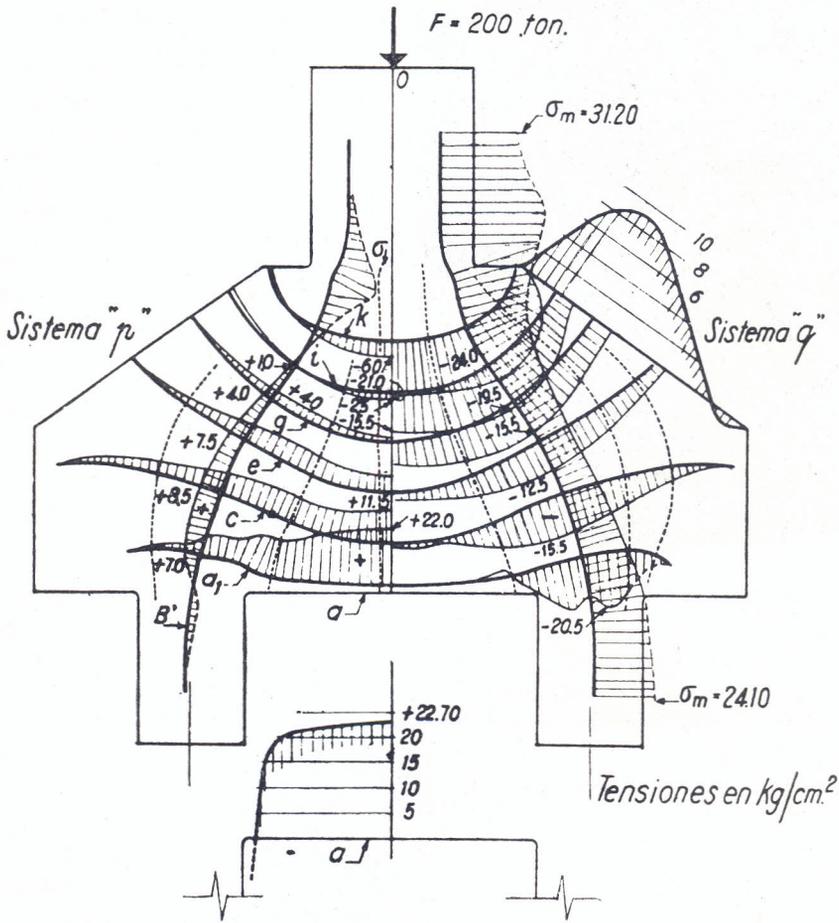


Figura 13



### MODELO 34-1

Figura 14

En la figura 11 se hace una comparación de las tensiones obtenidas en las dos formas durante el período elástico, en la cual puede verse su buena coincidencia; los resultados tensométricos directos fueron corregidos para tener en cuenta una armadura longitudinal existente y la repartición no uniforme de las tensiones.

En lo que se refiere a la rotura por la tracción transversal, la coincidencia también fué satisfactoria, ya que la relación del  $(\sigma_x)_{max}$  para la carga de fisuración calculada con los datos fotoelásticos con respecto al  $(\sigma_{td})$  o carga de rotura por tracción obtenida por compresión diametral de cilindros del hormigón utilizado, valía entre 0.95 y 1.17 para el ejemplar I y 0.92 para el ejemplar II.

Otro ejemplo de interés es el estudio de un cabezal de pilotes <sup>(32)</sup> con empleo de modelos fotoelásticos y en hormigón armado. En las figuras 12 y 13 se reproducen las isocromáticas a fondo claro del modelo antes y después de la fisuración y en la figura 14 las isostáticas y diagramas de las tensiones principales respectivas obtenidas por integración gráfica a lo largo de las mismas. Con estos resultados se proyectaron modificaciones a la armadura inferior, con lo cual las cargas de 1ª fisura y rotura respectivamente pasaron de 4.30 y 6.45 t. a 5.17 y 8.37 t., al mismo tiempo que la sección de rotura, entonces, se desplazó del eje del cabezal (fig. 15) y fué a coincidir con la isostática B' de máximas tracciones (fig. 14), como puede verse en la figura 16.

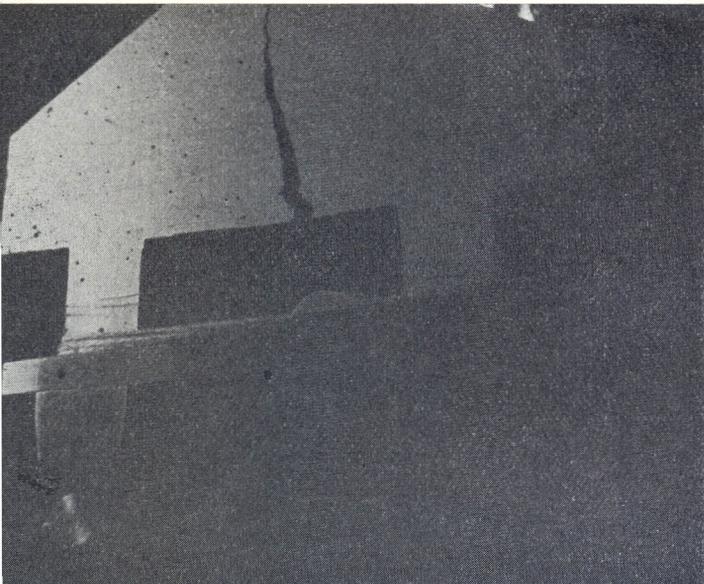


Figura 15

En este caso la correspondencia cuantitativa fotoelasticidad-hormigón no fué tan buena debido posiblemente a heterogeneidad del material, ya que la relación de tensiones llegó a 1.28.

Como último ejemplo —obtenido también en el Instituto de Estática— traemos el caso de un rodillo de dilatación en hormigón armado entre chapas de plomo, cuyas isocromáticas, para dos formas de representar dicho apoyo, se reproducen en las figuras 17 y 18. En las figuras 19 y 20 se han

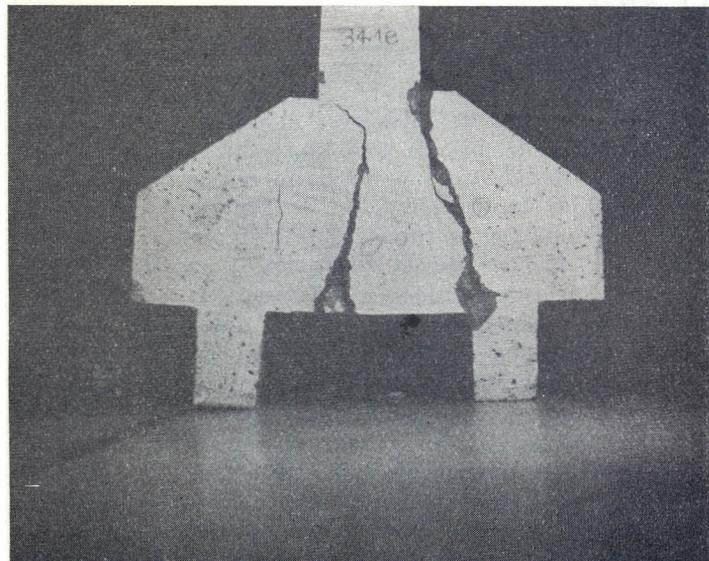


Figura 16

dibujado las tensiones normales ( $\sigma_x$ ) y ( $\sigma_y$ ) a lo largo del eje longitudinal para esos dos casos, obtenidos por integración según secciones rectas de acuerdo al método de Filon-Frocht mediante las isoclinas e isostáticas reproducidas, para un caso, en la figura 21.

También en este caso se hicieron modelos de hormigón simple a escala reducida con los cuales se obtuvo que respecto al tipo de figura 18, indudablemente más semejante a la realidad, la relación tensión de rotura por tracción calculada fotoelásticamente, respecto a la resistencia de tracción ( $\sigma_{td}$ ) del hormigón, alcanzó a 0.85.

## VI. — SIMILITUD

No podría terminarse esta exposición sin una breve referencia a este problema, ya que en el caso de estructuras en el sentido restringido de la palabra, es donde el estudio de las condiciones para obtener la más completa similitud es más necesario dentro de las aplicaciones de la fotoelasticidad, puesto que, en efecto, ni los problemas de extensión y verificación de la teoría de la elasticidad, ni el vasto campo de ensayo de materiales, ni aun las aplicaciones a máquinas, necesitan mayormente de ellas.

Del problema de la similitud interesa no solamente el proyecto y escalas propiamente dichas, sino también —y como base del conjunto de teorías— la propiedad de la «distribución» de las tensiones cuando no sólo se modifican las dimensiones sino también el material. Recordaremos rápidamente los puntos destacados de tal estudio, para conocer el alcance de los resultados fotoelásticos.

Recordaremos que, cuando nos limitamos a elasticidad plana —campo máximo por ahora de la fotoelasticidad aplicada—, y si se desprecian las fuerzas de masa, el problema de la dependencia entre el estado elástico de un cuerpo y el material de que esté construido se aclara y simplifica en forma satisfactoria.

La dependencia exacta ha sido demostrada por Mitchell en 1899 mediante la utilización de la función de tensiones y de la función de desplazamientos, llegando a la conclusión que en el caso general de un cuerpo con conexión múltiple la *distribución* de tensiones depende únicamente del

valor del factor  $\left[ \frac{m}{m+1} \right]$ , siendo  $\left[ \frac{1}{m} \right]$

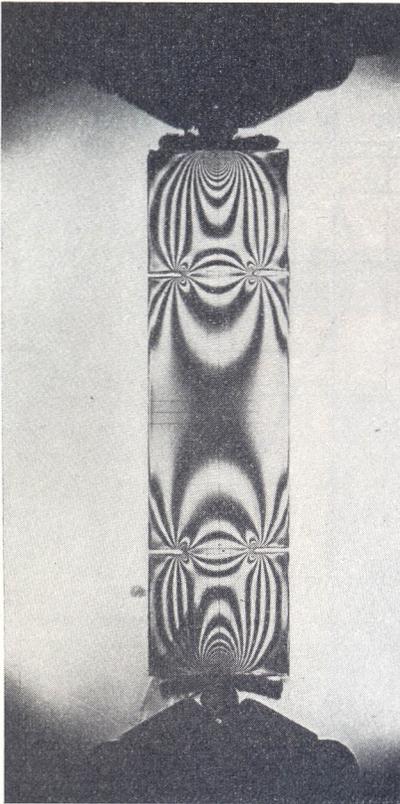


Figura 17

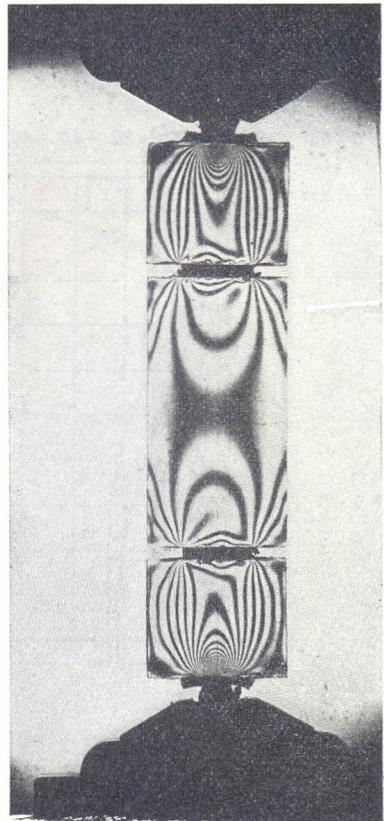


Figura 18

el módulo de contracción transversal, pero que esa dependencia desaparece cuando:

a) dentro de cada contorno se anula la resultante de las fuerzas exteriores que allí se aplican.

b) se trata de un cuerpo de conexión simple.

Como corolario también se deduce que esa dependencia es, en la mayor parte de las veces despreciable, desde que dicho fac-

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = \sum_n \int_s \left[ \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{V}{tGA} \frac{\partial V}{\partial x} \right] ds = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ d \end{array} \right.$$

Esta expresión, si bien nos dice que en el caso general también aquí las incógnitas (en este caso solicitaciones) son influenciadas

en distribución por el factor  $\left[ \frac{m}{m+1} \right]$

pero no por los módulos de elasticidad  $E$  y  $G$ , en cambio cuando se desprecia la influencia del cortante, como se supone generalmente, desaparece toda magnitud que dependa del material <sup>(16)</sup>.

En cuanto al proyecto del modelo y las

escalas a utilizar, éste se hará con la base de similitud geométrica rigurosa (escala

tor varía entre 0.70 y 0.75 para los materiales fotoelásticos y entre 0.77 y 0.85 para acero y hormigón respectivamente. Cuando se trata sin embargo del estudio de las *solicitaciones* en estructuras a fibra media, no es necesario recurrir a este estudio tan general realizado por Mitchell sino que es suficiente utilizar como base del estudio a la expresión conocida del teorema de las derivadas del trabajo:

escalas a utilizar, éste se hará con la base de similitud geométrica rigurosa (escala

$\alpha = \frac{lm}{lp}$ ) para el estudio de detalles y en

ese caso la escala de tensiones, — si  $\beta = \frac{Fm}{Fp}$

es la escala de fuerzas—, será simplemente  $c = \frac{\beta}{\alpha^2}$ ; en cambio para las estructuras a

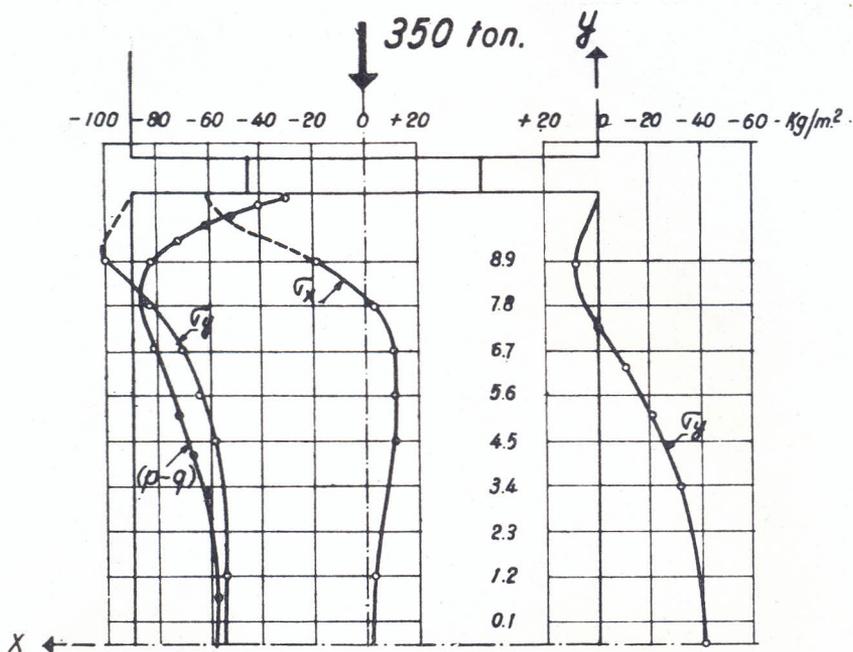


Figura 19

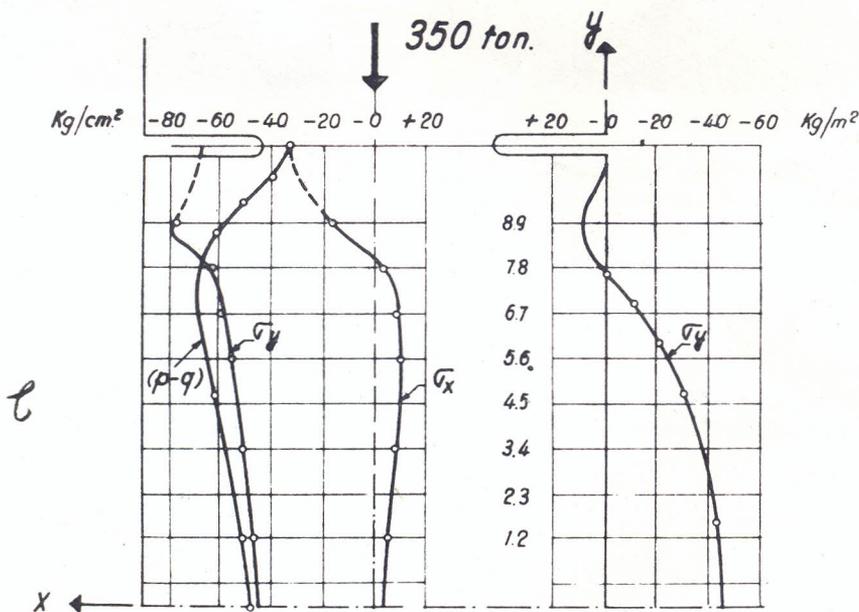


Figura 20

fibra no hay, en general, similitud geométrica rigurosa puesto que salvo excepciones la forma de las barras del modelo será rectangular de espesor constante. En este caso habrá que elegir como sollicitación preponderante en la estructura, a los efectos de las magnitudes hiperestáticas, al momento flector o al esfuerzo normal y en consecuencia

proyectar las secciones tomando como base el momento de inercia o el área respectivamente.

Cuando se trata de estructuras de hormigón armado se presenta el problema accesorio de la sección transversal que es necesario tomar como prototipo aunque, en general, se considera que lo más conveniente es tomar

yes simples de la resistencia de materiales y será posible pasar de tensiones del modelo a las del prototipo con una escala adecuada que puede deducirse fácilmente de las leyes de la similitud elástica (16). En todo otro punto, los resultados no serán rigurosamente exactos y deberán ser interpretados teniendo en cuenta la forma de sección del prototipo.

Pero hay un caso en que no es conveniente este pasaje directo de tensión a tensión sino que es mejor pasar a través de las sollicitaciones de la sección, tal como sucede en las estructuras de hormigón armado, ya que en todos aquellos lugares que existan esfuerzos de tracción las características de la sección sometida a flexión compuesta son funciones de la misma sollicitación. Será mejor entonces pasar de las tensiones del modelo a las sollicitaciones del mismo y de allí, con las escalas convenientes,

### ISOCLINAS

pasar a las del prototipo.

$$F_p = \frac{F_m}{\beta} \quad \text{y} \quad M_p = \frac{M_m}{\alpha\beta}$$

pasar a las del prototipo.

Finalmente hay otro aspecto de la similitud tan fundamental como la del proyecto del modelo mismo, que es la aplicación de las fuerzas exteriores y la realización de los vínculos exteriores de la estructura, ya que, en efecto, su representación en el modelo puede presentar algunas dificultades.

En las fuerzas exteriores esas dificultades se encuentran especialmente con las fuerzas repartidas (uniformes o variables) y con la utilización simultánea de diversas fuerzas y reacciones, ya que mientras que en algunos casos una carga uniformemente repartida puede ser sustituida sin inconvenientes por una serie de fuerzas concentradas o parcialmente repartidas, no sucede lo mismo cuando el punto de interés está en la inmediata vecindad del contorno cargado. Desde este punto de vista son interesantes las soluciones dadas a problemas complicados por Oberti (15), Tesar (18) y Kamener y Birnbaum (20).

Los vínculos de las estructuras son, como en todo modelo, de realización delicada no solamente por lo que pueda significar el paso de un material a otro completamente diferente sino también cuando las condiciones de forma y carga del modelo pueden dar importancia, por lo menos local, a las condiciones de Mitchell sobre independencia de las constantes elásticas, indicadas recién.

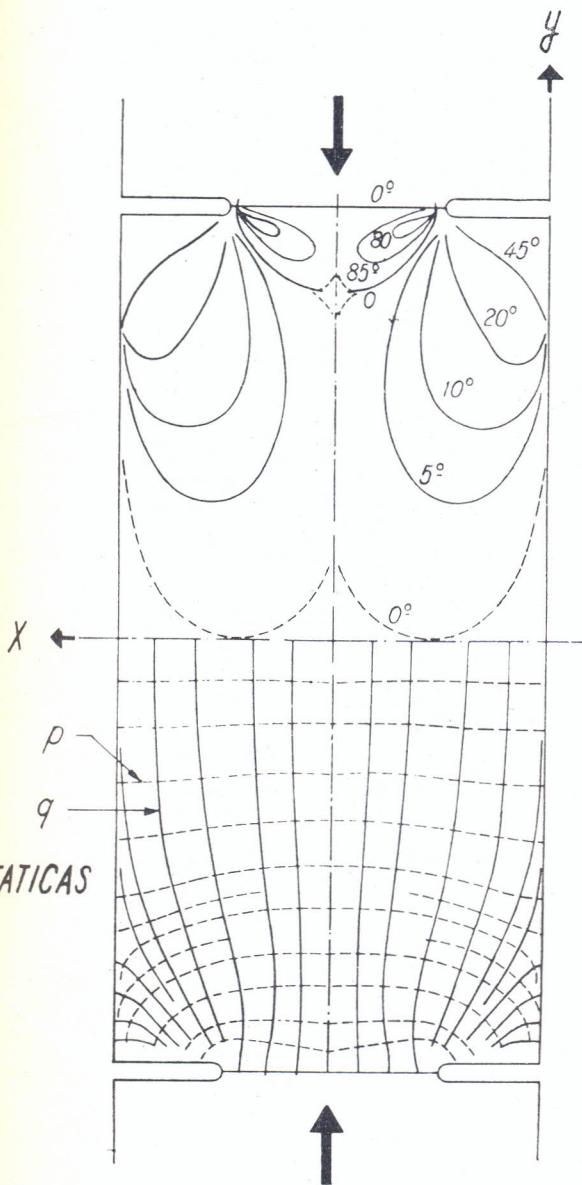


Figura 21

la sección bruta total (9) y aun muchas veces sin necesidad de tener en cuenta el hierro (31).

Si con nuestra investigación buscábamos únicamente resultados cualitativos no necesitamos ir más allá de este punto; si, por el contrario, queremos resultados numéricos efectivos debe ser posible convertir los resultados experimentales en tensiones del prototipo. Al no contar con similitud geométrica rigurosa, los valores obtenidos solamente serán exacto en aquellas partes en que las tensiones del prototipo obedecen a las le-

## BIBLIOGRAFIA

- (1) **A. Mesnager.** — "Etude des efforts intérieurs dans les solides". *Annales des Ponts et Chaussées*, 1913, IV, p. 133.
- (2) **Linton Grinter.** — "Design of Modern Steel Structures". 1941.
- (3) **M. M. Frocht.** — "The place of Photoelasticity in the analysis of Statically indeterminate Structures". *Eng. Bull., Carnegie Institute of Technology.*
- (4) **A. G. Solakian.** — "Photoelastic analysis of stress in the lap plates of fillet welded joints". *Welding Journal*, v. 18, n. 9, sept. 1939, p. 318-s/323-s.
- (5) **P. Heymans.** — "La photo élasticimétrie", etc.
- (6) **T. H. Rust.** — "Specification and design of steel gusset plates". *Proceeding American S. Civil Engineers*, v. 59, n. 7, sept. 1933, p. 1121/1132.
- (7) **A. G. Hayden.** — "The Rigid Frame Bridge", 1940, p. 223.
- (8) **F. Campus.** — "Nœuds rigides de charpentes métalliques continues". *Ass. Int. Ponts et Charpentes*, II C, *Publ. Prélim.*, p. 913/959.
- (9) **J. Ricaldoni.** — "La Estática Experimental de las Estructuras". *Boletín de la Facultad de Ingeniería*, a. 4, n. 7, enero 1939, p. 345/416. Montevideo.
- (10) **Baud.** — "Beitrag zur kenntnis der Spannungsverteilung in prismatischen und Keilförmigen Konstruktionselementen mit Querschnittübergängen". *Bericht N° 83. Empa.*
- (11) **A. W. Hendry.** — "An investigation of the stress distribution in Steel Portal Frame knees". *Structural Engineer*, march-april 1947, p. 101/141.
- (12) **Mustafá Inán.** — "Photoelastische und mechanische Untersuchung an Rahmenträgern mit besonderer Berücksichtigung der knotenpunkte. EMPA Bericht N° 140.
- (13) **H. Favre.** — "Sur une nouvelle méthode optique de détermination des tensions intérieures.
- (14) **J. Brahtz.** — "Stress function and photoelasticity applied to dams". *Proc. ASCE*, v. 61, 1935, p. 983/1020.
- (15) **G. Oberti.** — "Studi sul comportamento statico di archi circolari considerati come elementi di dighe a volta". *L'Energia Elettrica*, v. 13, f. 10, ottobre 1936, y también v. 15, f. 8, agosto 1938.
- (16) **J. Ricaldoni.** — "Análisis experimental de estructuras con modelos de barras con 1 y 2 grados de libertad". *Boletín de la Facultad de Ingeniería* v. 3, N° 3, junio 1949. Montevideo.
- (17) **G. Delanghe.** — "La détermination photoélastique des contraintes dues aux dilatations dans un modèle de pont en arc". *Génie Civil*, t. 106, N° 26, 29 juin 1935, p. 635/36.
- (18) **V. Tesar.** — "Recherches photoélasticimétriques". *Association Internationale des Ponts et Charpentes*, 2e. Congrès, Rapport final 1938, p. 557/579.
- (19) **M. M. Frocht.** — "Photoelastic Analysis of Vierendeel Trusses". *Civil Engineering*, v. 8, N° 10, oct. 1938, p. 686/688.
- (20) **L. Kamener and M. Birnbaum.** — "A frame for uniform loading". *Proceedings of the 14th Eastern Photoelasticity Conference*, 1941, p. 37/41.
- (21) **T. J. Dolan and D. G. Richards.** — "A photoelastic study of the stresses in wing ribs". *Journal of the Aeronautical Sciences*, v. 7, N° 8, june 1940, p. 340/346.
- (22) **L. Baes.** — "Ja poutre Vierendeel". "Généralisation de la méthode de calcul par ouverture des mailles par sectionnement d'une des membrures". *Ossature Métallique*, a. 5, N° 10, oct. 1936, p. 447/477.
- (23) **J. J. Polivka.** — "Use of photoelasticity in analysis of hyperstatic Structures". *Proceedings of the 13th Eastern Photoelasticity Conference*, 1941, p. 57/61.
- (24) **L. Baes.** — "L'arc élastique parfaitement encastré a ses deux extrémités". *Technique des Travaux*, N° 8, aout 1937, p. 441.
- (25) **L. Blanjean et F. Temmermann.** — "Etude de la région voisine du point d'inflexion d'une piece droite prismatique en flexion plane composée avec effort tranchant". *Ossature Métallique*, a. 7, N° 3, mars 1938, p. 132/7.
- (26) **A. Beyer and A. G. Solakian.** — "Protoelastic Analysis of stresses in composite materials". *Proceedings ASCE*, v. 59, N° 7, sept. 1933, p. 1121/32.
- (27) **A. Chaulet.** — "Réflexions sur le béton armé". *Technique des Travaux*, a. 9, Nos. 3, 6 y 9, avril 1933, p. 237/246; juin, p. 367/374; sept., p. 567/574.
- (28) **A. Mesnager.** — "Essai sur le tracé des lignes isostatiques dans les problèmes a deux dimensions". *I Congrès International du béton et du béton armé. Liège 1930*, v. I, p. 200/204.
- (29) **A. Paduart.** — "Résistance du Béton Armé a l'effort tranchant". (Ed. Desoer, Liège).
- (30) **C. Neufeld.** — "Bridge stresses analyzed by photoelastic methods". *Engineering and Contract Record*, v. 52, N° 24, june 14, 1939, p. 13/15.
- (31) **V. Tesar.** — "Recherches expérimentales des systèmes d'armatures rationnelles". *Association Internationale des Ponts et Charpentes*. 2e. Congrès, Rapport Final, 1938, p. 456/462.
- (32) **J. Ricaldoni.** — "Estudio experimental de un cabezal para pilotes en hormigón armado". *Boletín de la Facultad de Ingeniería*, v. 3, N° 2, diciembre 1946, p. 144/166. Montevideo.
- (33) **A. Fava.** — "Le grandi travi a ginocchi della nuova stazione di Firenze". *Association Internationale des Ponts et Charpentes*. 2e. Congrès, *Publ. Prélim.*, p. 991/1003.
- (34) **M. Ros.** — "Progres Techniques en Suisse dans les constructions en bois, les constructions métalliques soudées et les constructions en béton armé". *Bruxelles*, 1947.

## Bibliográfica

**LAND DRAINAGE.** Por R. G. Kendall. Faber y Faber. Londres. 133 páginas, 26 fotografías y 12 figuras

Este libro está escrito para llamar la atención sobre los problemas que plantea el drenaje de tierras de labor en Inglaterra. Su autor insiste en la enorme importancia económica que tendría para su país resolver el drenaje de varias decenas de miles de hectáreas actualmente poco productivas por falta de control de la humedad, e indica métodos para subsanar ese estado de cosas.

No es un libro técnico en el sentido corriente, pero su autor basado en una larga experiencia plantea y actualiza los hechos fundamentales que deben tenerse en cuenta al encarar los problemas de desecamiento de tierras de labor si se quiere tener las

mayores probabilidades de éxito. La exposición está amenizada con varios ejemplos de éxitos y fracasos, tomados de la propia experiencia del autor.

Las consideraciones generales que hace el autor y parte de las conclusiones tienen valor en cualquier lugar, pero nos parece que una parte considerable de lo expuesto en el libro, sólo tiene interés local, pues responde a condiciones climáticas típicas de Inglaterra.

*Ing. Augusto Hareau*

NOTA: La Biblioteca de nuestra Asociación ha sido obsequiada por el autor con un ejemplar de la obra, la que se encuentra a disposición de los asociados, para su consulta.