

Nota sobre la elección de la cuarta unidad fundamental en electrotécnica

Prof. S. GERSZONOWICZ

El número de magnitudes fundamentales en electrotécnica

Si consideramos las cuatro expresiones que relacionan las magnitudes electrotécnicas y magnéticas a las mecánicas (1)

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial (\varepsilon F)}{\partial t} + \frac{4\pi i}{\lambda} = \text{rot } H \quad (1)$$

$$- \frac{1}{\lambda} \frac{\partial (\mu H)}{\partial t} = \text{rot } F \quad (2)$$

$$\varepsilon F^2 = \frac{W}{w} \quad (3) \quad \mu H^2 = \frac{W}{w} \quad (4)$$

vemos que intervienen seis magnitudes nuevas, independientes de la mecánica. Toda nueva relación introduce una magnitud incógnita suplementaria; parece pues necesaria la introducción de dos magnitudes fundamentales nuevas cuando se pasa del dominio de la mecánica al del electromagnetismo. Las ecuaciones de dimensión de las magnitudes eléctricas o magnéticas se expresarían p. ej. en función de $LMT\lambda\mu$, $LMT\lambda R$, o de otras magnitudes, porque evidentemente se tiene la libertad de elegir a voluntad las magnitudes fundamentales, aunque ciertos sistemas pueden ser más ventajosos. No obstante, si bien ciertos autores indican las dimensiones de las magnitudes eléctricas o magnéticas en función de 5 fundamentales, generalmente se está de acuerdo en admitir que 4 magnitudes bastan. En efecto, la experiencia ha demostrado que la constante λ de acción electromagnética es independiente del medio; se ha convenido en considerarla sin dimensiones y en darle el valor unidad, salvo en ciertos sistemas racionalizados y abstracción hecha del sistema de Gauss.

Se llega así a los sistemas con 4 magnitudes fundamentales, adoptados oficialmente. La cuestión de la cuarta magnitud fundamental no es nueva;

(1) Ver el cuadro I para la significación de los símbolos empleados.

Rücker fué el primero que, en 1889, sostuvo que su introducción es necesaria cuando se pasa de la mecánica al electromagnetismo y estableció las dimensiones en el grupo $LMT\mu$. Con todo, después de numerosas discusiones, fué recién en 1930, en Estocolmo, que el Sub-Comité de Magnitudes y Unidades eléctricas y magnéticas de la CEI (2), consideró por unanimidad que B y H tienen dimensiones físicas diferentes en el espacio vacío de materia, y que, por lo tanto, su cociente μ_0 , la permeabilidad del vacío, es una magnitud con dimensiones. Notemos que el hecho de que la 4.ª unidad se haya adoptado hoy en día oficialmente, no significa de ningún modo que todo el mundo sea de esta opinión; algunos hombres de ciencia consideran que las tres magnitudes fundamentales LMT bastan. Hagamos notar finalmente que algunos autores van más lejos aún, y proponen la adopción de ecuaciones de dimensiones con dos magnitudes fundamentales solamente, admitiendo sin dimensión el coeficiente de la ley de atracción de las masas de Newton.

Elección de un sistema práctico coherente único

Se sabe que habiéndose mostrado las unidades del sistema EMCGS muy incómodas se adoptaron sucesivamente el ohm = 10^9 , el volt = 10^8 , y el farad = 10^{-9} (1861-1867), el ampere = 10^{-1} y el coulomb = 10^{-1} (1881), el henry (llamado primeramente el "cuadrante") = 10^9 , el watt = 10^7 y el joule = 10^7 (1889), el weber = 10^8 UEMCGS (1933). Estas unidades, como lo demostró Maxwell, forman parte de un sistema coherente único, llamado QES, donde las unidades de longitud, masa, y tiempo son respectivamente 10^9 cm, 10^{-11} g, s ("quadrant", "eleventh", segundo). Sin embargo, siendo muy incómodas ciertas unidades magnéticas QES, el Congreso de Chicago en 1893 recomendó la adopción del sistema EMCGS para las unidades magnéticas, empleándose el QES para las unidades eléctricas. Tal

(1) Comisión Electrotécnica Internacional.

estado de cosas ocasionó evidentemente la hibridación de las ecuaciones de electrotécnica y por consiguiente la aparición de coeficientes numéricos parásitos, p. ej. 10^{-1} en $\mathcal{F} = 4\pi Nl \cdot 10^{-1}$, etc. Razones de comodidad, por ser poco práctica la unidad de longitud del sistema QES, han hecho crear unidades híbridas, tales como A/mm^2 , V/cm , etc. cuyo uso ha sido consagrado por la práctica, así como ciertas ecuaciones "industriales" como $R = \rho \frac{l}{s} 10^{-2}$ donde R está en ohms, ρ en mi-

croohms, centímetros, l en metros y s en mm^2 .

Numerosos autores han buscado una solución a este deplorable estado de cosas y han propuesto diversos sistemas prácticos coherentes únicos, es decir, que puedan ser empleados comodamente en todos los dominios de la mecánica y del electromagnetismo. Los diferentes criterios que han presidido el establecimiento de estos sistemas son:

1) *la condición de conservar intactas las unidades prácticas existentes* (el ohm, el volt, etc) a) sistema OASC (ohm, ampère, segundo, centímetro) de Blondel, considerado bajo forma racionalizada por Dillinger, Bennett y Karapetoff y conocido con el nombre de CGSS (centímetro, gramo siete, segundo) b) sistema MKS (metro, kilogramo, segundo) de Giorgi.

2) *la condición de conservar la densidad del agua igual a la unidad, alterando lo menos posible las unidades prácticas existentes*: es el sistema MTSV (metro, tonelada, segundo, volt) de Brylinski.

3) *la condición de no tener, además del valor cero, más que un solo valor numérico $|\alpha|$ para el exponente del coeficiente $10^{+\alpha}$ que representa la relación entre la unidad de una magnitud en el nuevo sistema práctico y la unidad EMCGS de la misma magnitud*: hay que mencionar aquí el sistema QNS (cuadrante, nueve, segundo) 10^9 cm, 10^{-9} g, s, de Blondel, que es un perfeccionamiento lógico del sistema QES, y el CPDS, (centímetro, pergramo [10^9 g], decacoulomb, segundo) de Germani, basado en los sistemas de Blondel.

A causa de los cambios inadmisibles en las unidades prácticas que ocasionan los sistemas vistos bajo 2) y 3), solo puede conservarse uno de los sistemas CGSS y MKS, aunque las unidades mecánicas propiamente dichas son más cómodas en el sistema MTSV de Brylinski.

El sistema MKS que tiene unidades mecánicas más cómodas que el CGSS (aunque hay que reconocer que en electrotécnica el centímetro es preferi-

ble al metro, pues se ha tomado el hábito de expresar F en volt/cm. y no en volt/m, \mathcal{F} en AV/cm. etc.), ha sido adoptado oficialmente en la reunión plenaria de la Comisión Electrotécnica Internacional de Scheveningen y Bruselas, en junio de 1935. He aquí la decisión: "se adopta el sistema de cuatro unidades fundamentales de Giorgi con reservas sobre la elección de la cuarta unidad fundamental; se designará este sistema por "sistema Giorgi" y en lo relativo a la elección de la cuarta unidad fundamental entre las siete unidades siguientes, coulomb, ampère, volt, ohm, farad, henry, weber, se consultará por una parte al Comité consultivo de Electricidad del Comité Internacional de Pesas y Medidas, y por otra parte, al Comité de Símbolos, Unidades y Nomenclatura (SUN) de la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada". La CEI deja a los autores libres de elegir entre los sistemas racionalizados o no racionalizados, por estar muy divididas las opiniones al respecto.

La introducción del sistema Giorgi va a suprimir las ecuaciones híbridas y evitará en el futuro muchas complicaciones a los estudiantes del grado inferior de la enseñanza técnica así como a los de grado superior no especializados en electrotécnica. Esta introducción constituye pues un progreso cierto, aunque pensamos que sería ilusorio creer que las unidades tales como A/mm^2 , y ecuaciones híbridas tales como $R = \rho \frac{l}{s} 10^{-2}$ introducidas en

la práctica industrial por razones de comodidad, van a desaparecer. No se puede esperar que un instalador exprese la densidad de la corriente en A/m^2 , estando expresadas las secciones de los hilos en mm^2 . Introducir aquí el m^2 sería una complicación inútil; la aplicación de las unidades y ecuaciones híbridas no presenta ningún inconveniente en los problemas simples, tales como por ejemplo el cálculo, con la base de la densidad admisible, de la sección del hilo conociendo la intensidad que debe atravesarlo.

Quedan por fijar dos puntos para terminar la introducción del orden en la cuestión de las unidades en Electrotécnica: 1) adoptar un sistema racionalizado o bien el sistema no racionalizado — asunto que requiere una solución rápida, porque es fatigoso leer la misma relación bajo formas diferentes de una memoria a otra— y 2) fijar las cuatro magnitudes fundamentales. No analizaremos aquí mas que el segundo punto, considerando solamente los sistemas no racionalizados.

Elección de las magnitudes fundamentales

Ya hemos dicho que la CEI decidió consultar al Comité Consultivo de Electricidad del Comité Internacional de Pesas y Medidas, así como a la SUN. El Comité Consultivo se reunió en setiembre de 1935 y decidió por gran mayoría adoptar la permeabilidad del vacío como unidad fundamental. Con todo, como esta magnitud no se encontraba en la lista de las magnitudes propuestas por la CEI para hacer la elección, se votó el ohm (4 votos) con preferencia al ampere (3 votos), especificando que la elección debía efectuarse entre estas dos magnitudes. Por otra parte, Sir R. Glazebrook, como presidente del Comité de Símbolos, Unidades y Nomenclatura de la Unión internacional de Física pura y aplicada, emitió igualmente la opinión de que la 4.^a unidad debía ser la permeabilidad del vacío.

Numerosos autores proponían la adopción de una unidad internacional como 4.^a fundamental.

Según Giorgi la 4.^a magnitud fundamental, debe, de acuerdo con la metrología moderna, ser de origen arbitrario, como el metro, el kilogramo y el segundo. En principio se puede elegir a voluntad esta magnitud entre las electromagnéticas; si se elige la resistencia, susceptible de un patrón, se puede evidentemente adoptar una unidad igual al ohm absoluto, pero tal manera de proceder presenta el defecto de volver disimuladamente al sistema electromagnético y no pone bien en evidencia el significado moderno de las medidas absolutas, que no son más que medidas de propiedades del vacío a partir de patrones arbitrariamente elegidos. El patrón de resistencia se depositaría en Sèvres junto con el metro y el kilogramo; su magnitud podría elegirse próxima al ohm internacional y ser llamada "ohm definitivo". La reproducción de múltiplos y submúltiplos del patrón prototipo así constituido puede ser hecha con gran precisión, ya que las medidas relativas, aún actualmente, son de 10 a 20 veces más exactas que las "absolutas". Con la resistencia como 4.^a unidad fundamental los exponentes en las ecuaciones de dimensiones quedan fraccionarios, y sería más cómodo elegir el "ampere definitivo", definido como la intensidad de corriente que, atravesando el ohm definitivo, desarrolla la potencia de un watt, derivando esta última unidad del metro, kilogramo y segundo. Se podría depositar en Sèvres una balanza electrodiná-

mica patrón en equilibrio bajo la corriente de intensidad unidad.

Esta manera de ver, que creemos fundamental, ya no interesa en la fijación de la 4.^a unidad, por haber reemplazado en 1933-1935 el CIPM ⁽¹⁾ el sistema internacional por el absoluto ⁽²⁾, luego, por haber en principio suprimido la definición de unidades eléctricas por patrones. Esta decisión según ciertos autores (en particular Vallauri) suprime el interés que presentaba la elección de la cuarta unidad fundamental, precisamente porque elimina un patrón prototipo: el patrón que se puede construir no puede más que aproximarse - tanto más cuanto más perfecta se haga la técnica de las medidas - a la unidad absoluta, que no es definida por él.

Nosotros no participamos en tal modo de ver pues el dejar a voluntad de los autores la elección de la 4.^a unidad no hace más que aumentar la confusión en los escritos sobre electrotécnica. Analicemos pues de más cerca la elección de esa unidad.

Notemos en primer lugar que consideraremos aquí sin dimensiones al ángulo y que no haremos intervenir la dimensión (X) de la magnitud "enrollamiento" con la "espira" como unidad. Así la dimensión de la fuerza magnetomotriz será la de intensidad (I) y no el producto de la dimensión de la intensidad por la del enrollamiento (IX).

Para facilitar la comparación hemos agrupado en el cuadro I las ecuaciones de dimensión de las principales magnitudes electromagnéticas y mecánicas, eligiendo como magnitudes fundamentales LMT ϵ (a título de comparación y dado el empleo del sistema electrostático en ciertos casos); LMT μ ; los grupos LMT y como 4.^o magnitud cada una de las recomendadas por la CEI, a saber R, C, ϵ , I, V, Q, Φ ; y finalmente los grupos LTQ Φ , LTIV, LTVR y LTWI, dado que algunos autores preconizan el abandono de la masa como magnitud fundamental y la introducción de dos unidades electromagnéticas en el grupo de cuatro magnitudes fundamentales.

Brylinski propuso LTRI; Kolantaroff preconizó el grupo LTQ Φ que parece presentar cierto interés científico; se ha propuesto igualmente el grupo LTVI, apoyado por Giorgi. Hemos agregado también el LTVR por las razones que veremos más adelante y el LTWI.

La justificación de la elección de este último es la siguiente: la adopción general de los grupos

(1) Comité Internacional de Pesas y Medidas.

(2) La sustitución definitiva se hará a partir del 1.^o de Enero de 1940.

Grupos con cuarta unidad susceptible de ser representada por un patrón:

LMT ξ
LMTR
LMTV
LMTc

Grupos con cuarta unidad no susceptible de ser representada por un patrón:

LMT ε
LMT μ
LMTI
LMTQ
LMT ϕ

Se impone una observación con motivo de Q. Algunos autores han sido partidarios de adoptar Q, a causa de la existencia del electrón, cuya carga es una constante universal; desgraciadamente, la técnica de las medidas no permite actualmente expresar el coulomb con una precisión suficiente como múltiplo de la carga del electrón.

Por consiguiente, si se quieren conservar las tres magnitudes fundamentales LMT, la única cuarta magnitud que presenta a la vez la ventaja de suprimir los exponentes fraccionarios y de permitir la materialización por un patrón propiamente dicho es la ddp. V; la intensidad I tiene las mismas ventajas, con la reserva hecha a propósito de su patrón. Si se consiente en conservar los exponentes fraccionarios, la elección del coeficiente de inducción parece algo preferible a la de la resistencia

El inconveniente de la elección de μ reside no solamente en que la unidad de esta magnitud no es susceptible de un patrón, sino también en el hecho de que toma valores diferentes en los sistemas racionalizados o no: es por estas razones que la CEI no la conservó. En cambio la elección de μ tendría la ventaja de conservar como parte en LMT de las nuevas ecuaciones de dimensión las antiguas ecuaciones del sistema electromagnético con 3 magnitudes fundamentales, realizando así una continuidad en la transformación.

Consideremos ahora los grupos que no contienen la masa como magnitud fundamental. Se observa inmediatamente que las ecuaciones de dimensión que se obtienen en estos grupos son mucho más simples, más expresivas que en los que contienen LMT; por ejemplo: escribir $R = VI^{-1}$ o aún $R = WT^{-1}I^{-2}$ es la imagen de las leyes conocidas. En general es mucho más simple interpretar una magnitud según su ecuación de dimensión en los grupos sin M.

El grupo LTVR presenta la ventaja de poder representar V y R por patrones propiamente dichos.

Examinemos ahora la cuestión de la rapidez de formación de las unidades derivadas. Con el fin de poner en evidencia este punto damos en el cuadro II el mecanismo de formación de las ecuaciones de dimensión de las principales magnitudes eléctricas y magnéticas en los grupos de magnitudes fundamentales LMT μ , LMTR, LMT ξ , LMTI, LMTV, LTVI, LTVR y LTVI. Las ecuaciones que figuran en este cuadro son *ecuaciones entre dimensiones*, de manera que se escribe $\mathcal{F} = I$ en lugar de $\mathcal{F} = 4\pi NI$, etc. Para abreviar la escritura hemos conservado en los grupos que contienen LMT los símbolos $f =$ fuerza $= LMT^{-2}$, $W =$ energía $= L^2MT^{-2}$, $P =$ potencia $= L^2MT^{-3}$, $w =$ volumen $= L^3$, $s =$ superficie $= L^2$. En todos los grupos c designa la velocidad $c = LT^{-1}$.

Es evidente que en muchos casos se habrían podido formar las dimensiones de algunas magnitudes derivadas con ayuda de otras fórmulas que lleven con la misma rapidez al resultado.

Del examen del cuadro se deduce que la formación de las unidades derivadas es algo más rápida en los grupos LMTI, LMTV, LTVI, LTVR, LTVI que en los LMT μ , LMTR y LMT ξ siendo la presencia de I particularmente interesante (Sears). Con todo, la diferencia no es muy sensible; no nos parece suficiente como para permitir hacer la elección, ni aún para limitarla. Se observará en particular que el grupo LTVI no ofrece desde este punto de vista ninguna ventaja con relación al LMTI o LTVR, por ejemplo. No hay que juzgar la *rapidez* de formación de la ecuación de dimensión de una unidad derivada según el aspecto de esta ecuación: frecuentemente una ecuación de dimensión que parece complicada se forma tan rápidamente como una simple y fácil de interpretar, p. ej.

$$\frac{LMT\mu}{A = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}}$$

formación:

$$A = \mu I; I = \sqrt{f/\mu} = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$$

$$\therefore A = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$$

$$\frac{LTVI}{A = L^{-1} TV}$$

$$A = L^{-1} TV$$

formación:

$$A = \Phi/L \quad \Phi = TV$$

$$\therefore A = L^{-1} TV.$$

Independientemente de la ventaja que se tiene en llegar rápidamente a la ecuación de dimensión

LTQ Φ	LTIV	LTVR	LTWI
$L^{-1}TQ\Phi^{-1}$	$L^{-1}TIV^{-1}$	$L^{-1}TR^{-1}$	$L^{-1}T^2W^{-1}I^2$
$L^{-1}TQ^{-1}\Phi$	$L^{-1}TI^{-1}V$	$L^{-1}TR$	$L^{-1}WI^{-2}$
Φ	TV	TV	WI^{-1}
$L^{-2}\Phi$	$L^{-2}TV$	$L^{-2}TV$	$L^{-2}WI^{-1}$
$L^{-1}T^{-1}Q$	$L^{-1}I$	$L^{-1}VR^{-1}$	$L^{-1}I$
$L^{-1}\Phi$	$L^{-1}TV$	$L^{-1}TV$	$L^{-1}WI^{-1}$
Q	TI	TVR^{-1}	TI
$L^{-2}Q$	$L^{-2}TI$	$L^{-2}TVR^{-1}$	$L^{-2}TI$
$L^{-1}T^{-1}\Phi$	$L^{-1}V$	$L^{-1}V$	$L^{-1}T^{-1}WI^{-1}$
$T^{-1}Q$	I	VR^{-1}	I
$L^{-2}T^{-1}Q$	$L^{-2}I$	$L^{-2}VR^{-1}$	$L^{-2}I$
$T^{-1}\Phi$	V	V	$T^{-1}WI^{-1}$
$T^{-1}Q\Phi^{-1}$	$T^{-1}IV^{-1}$	$T^{-1}R^{-1}$	$W^{-1}I^2$
$TQ^{-1}\Phi$	$TI^{-1}V$	TR	WI^2
$Q^{-1}\Phi$	$I^{-1}V$	R	$T^{-1}WI^{-2}$
$L^{-1}Q\Phi^{-1}$	$L^{-1}IV^{-1}$	$L^{-1}R^{-1}$	$L^{-1}TW^{-1}I^2$
$TQ\Phi^{-1}$	TIV^{-1}	TR^{-1}	$T^2W^{-1}I^2$
$T^{-1}Q\Phi$	TIV	TV^2R^{-1}	W
$T^{-2}Q\Phi$	IV	V^2R^{-1}	$T^{-1}W$
$L^{-1}T^{-1}Q\Phi$	$L^{-1}TIV$	$L^{-1}TV^2R^{-1}$	$L^{-1}W$
$L^{-2}TQ\Phi$	$L^{-2}T^3IV$	$L^{-2}T^3V^2R^{-1}$	$L^{-2}T^2W$

CUADRO II

MAGNITUD	LMT μ	LMTR	LMT \mathcal{L}	LMTI	LMTV	LTVI	LTVR	LTWI
ϵ	$\epsilon \cdot c^2 \mu'$	$\epsilon \cdot c^2 \mu' : \mu^{-1/2} : I \sqrt{PR}$	$\epsilon \cdot c^2 \mu' : \mu^{-1/2} : \mathcal{L} : \mathcal{L}$	$\epsilon \cdot c^2 \mu' : \mu^{-1/2}$	$\epsilon \cdot c^2 \mu' : Q \cdot W/V$	$\epsilon \cdot c^2 \mu' : \mu^{-1/2} : I \sqrt{VIT}$	$\epsilon \cdot c^2 \mu' : \mu^{-1/2} : Q \cdot W/V \cdot W^{-1/2} : R$	$\epsilon \cdot c^2 \mu' : \mu^{-1/2} : f \cdot W/L$
μ	μ	$\mu^{-1/2} : I \cdot \sqrt{PR}$	$\mu^{-1/2} : \mathcal{L} : \mathcal{L}$	$\mu^{-1/2}$	$\mu^{-1/2} : I \cdot P/V$	$\mu^{-1/2} : f \cdot \sqrt{VIT}$	$\mu^{-1/2} : I \cdot V/R \cdot f \cdot \sqrt{VIT}$	$\mu^{-1/2} : f \cdot W/L$
ϕ	$\phi \cdot L \sqrt{f \mu}$	$\phi \cdot W/I : I \cdot \sqrt{PR}$	$\phi \cdot \mathcal{L} : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$\phi \cdot W/I$	$\phi \cdot VT$	$\phi \cdot VT$	$\phi \cdot VT$	$\phi \cdot W/I$
B	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot L \sqrt{f \mu}$	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot W/I : I \cdot \sqrt{PR}$	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot \mathcal{L} : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot W/I$	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot VT$	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot VT$	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot VT$	$B \cdot \phi/S : \phi \cdot W/I$
H	$\mu H^2 \cdot W \cdot H$	$H \cdot \mathcal{L} : \mathcal{L} \cdot I \cdot \sqrt{PR}$	$H \cdot \mathcal{L} : \mathcal{L} \cdot I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$H \cdot \mathcal{L} : \mathcal{L} \cdot I$	$H \cdot \mathcal{L} : \mathcal{L} \cdot I \cdot P/V$	$H \cdot \mathcal{L} : \mathcal{L} \cdot I$	$H \cdot \mathcal{L} : \mathcal{L} \cdot I \cdot V/R$	$H \cdot \mathcal{L} : \mathcal{L} \cdot I$
A	$A \cdot \mu I : I \cdot \sqrt{f \mu}$	$A \cdot \phi/L : \phi \cdot W/I : I \cdot \sqrt{PR}$	$A \cdot \phi/L : \phi \cdot \mathcal{L} : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$A \cdot \phi/L : \phi \cdot W/I$	$A \cdot \phi/L : \phi \cdot VT$	$A \cdot \phi/L : \phi \cdot VT$	$A \cdot \phi/L : \phi \cdot VT$	$A \cdot \phi/L : \phi \cdot W/I$
Q	$Q \cdot IT : I \cdot \sqrt{f \mu}$	$Q \cdot IT : I \cdot \sqrt{PR}$	$Q \cdot IT : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$Q \cdot IT$	$Q \cdot W/V$	$Q \cdot IT$	$Q \cdot W/V : W \cdot V^2/R$	$Q \cdot IT$
D	$D \cdot Q/S : Q \cdot IT : I \cdot \sqrt{f \mu}$	$D \cdot Q/S : Q \cdot IT : I \cdot \sqrt{PR}$	$D \cdot Q/S : Q \cdot IT : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$D \cdot Q/S : Q \cdot IT$	$D \cdot Q/S : Q \cdot W/V$	$D \cdot Q/S : Q \cdot IT$	$D \cdot Q/S : Q \cdot W/V \cdot W \cdot V^2/R$	$D \cdot Q/S : Q \cdot IT$
F	$\epsilon F^2 \cdot W \cdot \epsilon \cdot c^2 \mu' : F$	$F \cdot W/L : V \cdot \sqrt{PR}$	$F \cdot W/L : V \cdot P/I : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$F \cdot W/Q : Q \cdot IT$	$F \cdot W/L$	$F \cdot W/L$	$F \cdot W/L$	$F \cdot W/L : V \cdot W/IT$
I, \mathcal{L}	$f \cdot \mu I^2 \cdot I$	$I \cdot \sqrt{PR}$	$I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	I	$I \cdot P/V$	I	$I \cdot V/R$	I
i	$i \cdot I/S : I \cdot \sqrt{f \mu}$	$i \cdot I/S : I \cdot \sqrt{PR}$	$i \cdot I/S : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$i \cdot I/S$	$i \cdot I/S : I \cdot P/V$	$i \cdot I/S$	$i \cdot I/S : I \cdot V/R$	$i \cdot I/S$
V, E	$v \cdot \phi/I : \phi \cdot L \sqrt{f \mu}$	$v \cdot \sqrt{PR}$	$v \cdot P/I : I \cdot \sqrt{W \mathcal{L}}$	$v \cdot P/I$	v	v	v	$v \cdot W/IT$
\mathcal{L}	$\mathcal{L} \cdot \mu' \cdot L'$	$\mathcal{L} \cdot RT$	\mathcal{L}	$\mathcal{L} \cdot W/I^2$	$\mathcal{L} \cdot W/I^2 : I \cdot P/V$	$\mathcal{L} \cdot W/I^2 : W \cdot VIT$	$\mathcal{L} \cdot RT$	$\mathcal{L} \cdot W/I^2$
L	$\mathcal{L} \cdot W/\mathcal{L} - \mu \mathcal{L}$	$\mathcal{L} \cdot RT$	\mathcal{L}	$\mathcal{L} \cdot W/I^2$	$\mathcal{L} \cdot W/I^2 : I \cdot P/V$	$\mathcal{L} \cdot W/I^2 : W \cdot VIT$	$\mathcal{L} \cdot RT$	$\mathcal{L} \cdot W/I^2$
R	$R \cdot P/I^2 : I \cdot \sqrt{f \mu}$	R	$R \cdot W/I$	$R \cdot P/I^2$	$R \cdot V^2/P$	$R \cdot W/I$	R	$R \cdot W/I^2 T$
σ	$\sigma \cdot W/RL : R \cdot P/I^2 : I \cdot \sqrt{f \mu}$	$\sigma \cdot W/RL$	$\sigma \cdot W/RL : R \cdot W/I$	$\sigma \cdot W/RL : R \cdot P/I^2$	$\sigma \cdot W/RL : R \cdot V^2/P$	$\sigma \cdot W/RL : R \cdot W/I$	$\sigma \cdot W/RL$	$\sigma \cdot W/RL : R \cdot W/I^2 T$
C	$C \cdot W/I^2 : V \cdot \phi/I : \phi \cdot L \sqrt{f \mu}$	$C \cdot W/R$	$C \cdot T^2/\mathcal{L}$	$C \cdot Q^2/W : Q \cdot IT$	$C \cdot W/V^2$	$C \cdot W/V^2 : W \cdot VIT$	$C \cdot W/V^2 : W \cdot V^2/R$	$C \cdot Q^2/W : Q \cdot IT$

CUADRO III

Sistema	L	M	T	μ ¹⁾	L	M	T	R	L	M	T	\mathcal{L}	L	M	T	I
	L	M	T	V	L	T	V	I	L	T	V	R	L	T	W	I
UEMCGS	1cm.	1g.	1s.	1	1cm.	1g.	1s.	$10^{-9} \Omega$	1cm.	1g.	1s.	$10^{-9} H$	1cm.	1g.	1s.	10A.
Giorgi ¹⁾	10^2 cm.	10^3 g.	1s.	10^7	10^2 cm.	10^3 g.	1s.	1 Ω	10^2 cm.	10^3 g.	1s.	1H.	10^2 cm.	10^3 g.	1s.	1A.
CGSS ¹⁾	1cm.	10^7 g.	1s.	10^9	1cm.	10^7 g.	1s.	1 Ω	1cm.	10^7 g.	1s.	1H.	1cm.	10^7 g.	1s.	1A.
QES ¹⁾	10^9 cm.	10^{-11} g.	1s.	1	10^9 cm.	10^{-11} g.	1s.	1 Ω	10^9 cm.	10^{-11} g.	1s.	1H.	10^9 cm.	10^{-11} g.	1s.	1A.
UESCGS	1cm.	1g.	1s.	$9 \cdot 10^{20}$	1cm.	1g.	1s.	$9 \cdot 10^{11} \Omega$	1cm.	1g.	1s.	$9 \cdot 10^{11} H$	1cm.	1g.	1s.	$\frac{1}{3} 10^{-9} A$
UEMCGS	1cm.	1g.	1s.	$10^{-8} V$	1cm.	1s.	$10^{-8} V$	10A.	1cm.	1s.	$10^{-8} V$	$10^{-9} \Omega$	1cm.	1s.	$10^{-7} J$	10A.
Giorgi ¹⁾	10^2 cm.	10^3 g.	1s.	1V.	10^2 cm.	1s.	1V.	1A.	10^2 cm.	1s.	1V.	1 Ω	10^2 cm.	1s.	1J.	1A.
CGSS ¹⁾	1cm.	10^7 g.	1s.	1V.	1cm.	1s.	1V.	1A.	1cm.	1s.	1V.	1 Ω	1cm.	1s.	1J.	1A.
QES ¹⁾	10^9 cm.	10^{-11} g.	1s.	1V.	10^9 cm.	1s.	1V.	1A.	10^9 cm.	1s.	1V.	1 Ω	10^9 cm.	1s.	1J.	1A.
UESCGS	1cm.	1g.	1s.	300V.	1cm.	1s.	300V.	$\frac{1}{3} 10^{-9} A$	1cm.	1s.	300V.	$9 \cdot 10^{11} \Omega$	1cm.	1s.	$10^{-7} J$	$\frac{1}{3} 10^{-9} A$

1) Se ha considerado los sistemas Giorgi, CGSS y QES no racionalizados.

CUADRO IV

Magnitud de		Grupo							
		LMT μ	LMTR	LMT ζ	LMTI	LMTV	LTVI	LTVR	LTWI
4 símbolos	}	$\phi, B, H, A, F, I, i, V, \mathfrak{F}$	$\phi, Q, B, D, I, i, V, \mathfrak{F}$	$\phi, B, I, i, V, \mathfrak{F}$	$\epsilon, \mu, \phi, A, F, V, \mathfrak{F}, \zeta, R, \sigma, C$	$\epsilon, \mu, Q, H, I, \mathfrak{F}, \mathfrak{F}, \zeta, \sigma, R, C$	ϵ, μ	D	ϵ, F, σ
3 símbolos	}	Q, D	ϵ, μ, A, F, H	Q, D	B, D	B, D, A, i	σ	H, i	μ, B, A
2 símbolos	}	ϵ, R, σ, C	σ	μ	H, i	F	H, F, i, R	F, I, \mathfrak{F}, σ	$\phi, H, i, \mathfrak{F}, \zeta$
1 símbolo	}	μ	R	\mathfrak{F}, ζ	I, \mathfrak{F}	V	I, V, \mathfrak{F}	V, R	I, \mathfrak{F}

rápidos los cálculos relativos al pasaje de un sistema de unidades a otro. Los sistemas que tendremos en cuenta son: UEMGCS, Giorgi, CGSS, QES, UESGCS. Para facilitar el problema del pasaje de uno a otro de estos sistemas damos en el cuadro III los elementos que permiten formar inmediatamente la relación de las unidades para los grupos LMT μ , LMTR, LMT ζ , LMTI, LMTV, LTVI, LTVR, LTVI.

Para juzgar fácilmente la rapidez de los cálculos relativos al pasaje de un sistema a otro hemos clasificado en el cuadro IV las diferentes magnitudes principales según el número de magnitudes fundamentales que figuran en sus ecuaciones de dimensión. Se ha hecho una distinción según que T figure o no en la ecuación de dimensión; en efecto, una magnitud cuya ecuación de dimensión tiene por ejemplo tres magnitudes fundamentales con T, equivale, desde el punto de vista del pasaje de un sistema a otro, a una de dos magnitudes fundamentales sin T, ya que el segundo es la unidad de tiempo en todos los sistemas.

El examen del cuadro muestra la superioridad de los grupos sin M; es interesante notar que la presencia de I no ofrece aquí ventajas suplementarias: la elección de un grupo tal como LTVR equivale a la de LTVI.

En resumen, si se decide abandonar μ , lo que, repetimos, presenta el inconveniente de romper la continuidad entre las antiguas ecuaciones de dimensión electromagnéticas en LMT y las nuevas de cuatro magnitudes fundamentales, pero se decide la conservación de LMT, la elección de V como cuarta magnitud fundamental parece la más lógica, por reunir las ventajas de

- 1) suprimir los exponentes fraccionarios
- 2) tener una magnitud cuya unidad sea susceptible de una representación material que se reproduce fácilmente, suficientemente constante en el tiempo, y de valor determinado con una precisión muy suficiente para las necesidades industriales. Por otra parte todo induce a creer que el patrón de fem. se mejorará todavía
- 3) permitir una formación fácil de las magnitudes derivadas.

Pero si, de acuerdo con las ideas directrices del Comité Consultivo, se debe limitar la elección a I o R, es preferible la de I, porque esta magnitud ofrece las mismas ventajas que V, salvo que es

de una magnitud, hay interés en que esta ecuación sea tan simple como sea posible, a fin de hacer

menos apropiado hablar en su caso de un patrón (balanza electrodinámica). Notemos todavía que, por lo menos industrialmente, la unidad de intensidad se conserva por los patrones de fem y de resistencia, pero en cambio la medida absoluta de la fem de la pila patrón se hace comparándola por medio del método de oposición con la caída de tensión ocasionada en una resistencia patrón por una corriente medida con una balanza patrón: este último hecho podría constituir un argumento en favor de la elección de I.

Si se decide abandonar M como magnitud fundamental, lo que, a menos tal vez de elegir W o P en lugar de M, conduciría a una separación entre el sistema mecánico y el electromagnético (es difícil pedir que en mecánica se represente por ejemplo el momento de inercia por T^3 VI), la elección de LTVR parece lógica, ya que tiene como ventajas suplementarias con relación a LMTV

a) ecuaciones de dimensión de forma más simple y fácil de interpretar

b) cálculos relativos al pasaje de un sistema de unidades a otro más reducidos (cuadro IV).

La elección de LTVI, grupo que ha sido propuesto muchas veces, ofrece las mismas ventajas, pero de las magnitudes eléctricas solo V (en lugar de V y R) sería susceptible de una representación material por un patrón propiamente dicho. El grupo LTWI (hemos elegido I por ser esta magni-

tud mas preconizada hasta ahora que V entre los diversos grupos, pero se podría considerar igualmente el grupo LTWV que presenta una analogía evidente con el LTWI) participa igualmente de las ventajas de los sistemas LTVI o LTVR y permitiría tal vez la conservación del mismo grupo de magnitudes fundamentales para la mecánica y la electrotécnica.

De cualquier manera que sea, hacemos notar que la elección de un grupo en sí nos parece más importante que la composición del grupo elegido. En efecto, las ventajas e inconvenientes de los diferentes grupos, aunque existen, no son muy grandes, mientras que dejando el asunto sin solución se corre el riesgo de ver adoptar grupos diferentes al gusto de los autores: ya se empieza a ver figurar la misma magnitud con dimensiones diferentes en diversas obras y trabajos. Esto, con la racionalización y la hibridación, viene a aumentar aún la confusión en este asunto tan embrollado de las unidades eléctricas, justamente llamado por Blondel la "verdadera vergüenza de la electrotécnica". Esperamos que el Congreso Sudamericano de Ingeniería se unirá a nuestro punto de vista y pedirá a los organismos internacionales habilitados que se active la discusión del asunto en vista de su resolución definitiva.

Manuscrito recibido el 20 de Julio de 1938.

de la permeabilidad magnética del vacío es igual a 10^{-7} .

XI. — *Conclusiones.* Se llega así, por una vía muy simple, y sin recurrir a ninguna consideración filosófica, a constatar que solo existe un solo sistema coherente de unidades mecánicas y eléctricas verdaderamente cómodo para las necesidades de la práctica corriente, y que ese sistema es el sistema Giorgi.

No hay ningún interés, desde el punto de vista de los principios, en tomar como cuarta unidad fundamental (y esto no interesa en modo alguno las unidades mecánicas del sistema) una de las unidades coulomb, ampere, volt, farad, ohm, henry, weber, con preferencia a alguna otra, puesto que como lo he mostrado más arriba en el § VII,

todas esas unidades se reducen las unas a las otras y que el hecho de fijar una, agregado a la elección del joule y del segundo, tiene por efecto fijarlas todas.

Pero si se desea evitar la anarquía en la escritura de las ecuaciones de dimensión, es deseable hacer una elección, e igualmente deseable hacer esa elección (puesto que es indiferente *en principio*) de tal manera que las ecuaciones de dimensiones sean de un empleo cómodo; desde ese punto de vista la elección del *coulomb* o del *ampere* sería recomendable, mientras que la elección del *farad*, del *ohm*, del *henry* o de la unidad de permeabilidad magnética, que conduciría a fórmulas de exponentes fraccionarios, sería particularmente poco feliz.

Sobre la cuarta unidad

Por S. GERSZONOWICZ

El lector debe el interesante artículo de Mr. Brylinski a una discusión originada a propósito de nuestra publicación hecha aquí mismo hace algún tiempo. (1) En la conclusión de nuestro trabajo decíamos que "la elección de un grupo en sí nos parece más importante que la composición del grupo elegido". Mr. Brylinski nos dice: "*Je suis bien d'accord avec vous sur l'urgence de faire un choix sans quoi chaque auteur prendra l'unité qu'il préférerá et ce sera l'anarchie complete dans l'écriture des formules de dimensions. Mais je suis moins large que vous dans les possibilités de ce choix*". Estima en efecto que debiendo el sistema aplicarse a las medidas mecánicas y eléctricas, se debe conservar LMT; en lo que se refiere a la 4.^a unidad, como Mr. Sears, y aún antes que él, prefiere I.

Con todo, en el dominio de la electrotécnica sola, la presencia de la unidad de masa parece inútil a numerosos autores, como lo prueba p. ej. esta frase extraída de una carta del Prof. G. Giorgi: "*Confrontando i diversi suoi quadri, mi convinco sempre piú che il metodo piú appropriato per esprimere*

le dimensioni delle grandezze elettriche è quello che Lei chiamere LTVI e che io per simmetria preferisco chiamare LTVA". El lector juzgará que difícil será conciliar estos diversos puntos de vista, y puede ser que se explique por qué la urgencia de la elección nos parece prevaler sobre la elección en sí misma, a hacer entre las poco numerosas fórmulas definitivamente en presencia. Hemos querido organizar una encuesta internacional sobre este tema — como lo hicimos ya una vez en colaboración con el Prof. V. I. García a propósito de los ensayos por choque de los materiales — desgraciadamente las trágicas circunstancias actuales no se prestan a ello.

Para terminar, queremos, reparando una omisión en nuestro primer artículo, señalar un sistema de unidades "Edmmus", que tiene como unidad de masa 10^{-11} gr. (E : eleventh, como en el sistema QES), como unidad de longitud 10 cm (dm.), y como unidad de tiempo el microsegundo (mus), debido a Mr. Barbillion y Mr. Papin; si bien el sistema no podría imponerse, su construcción es ingeniosa; para emplear una frase de Mr. Barbillion, es un interesante "objeto de distracción del espíritu".