

Aprendizaje y Enseñanza de Funciones Recursivas

Lic. Lidia Duschatzky



3er Encuentro de Educación en Ciencia de la Computación

La Ciencia de la Computación al alcance de todos

Montevideo, 28 de noviembre de 2015

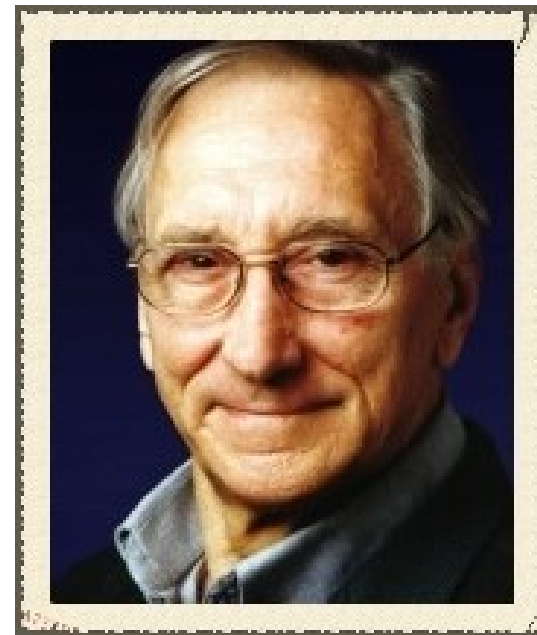


Curso Posgrado: Epistemología Genética y aplicaciones a la Didáctica de la Informática

- INCO – Facultad de Ingeniería – UDELAR
- Docentes:
 - Dra. Sylvia da Rosa
 - Ing. Federico Gómez Frois
- Mayo – Junio de 2015

Marco teórico

- Piaget J. -Teoría Epistemológica
- Brousseau G – Teoría de las situaciones.



Recursividad

- “Hacer lo mismo sobre un objeto que “disminuye” cada vez que se actúa sobre él, hasta llegar a una situación especial que se puede solucionar directamente”.



Los protagonistas



- Escuela: Técnica de Colonia.
- Grupo: 1er. Año del Bachillerato de Informática.
- 26 estudiantes.
- Edades: 15 a 17 años.

Problema planteado

- Dado un natural n hallar la suma de los naturales consecutivos desde 1 hasta n .
- `sumarHasta(n)`
 - Función que suma los números naturales desde 1 hasta n .
 - Problema inicial, por ejemplo:
 $\text{sumarHasta}(6)=6+5+4+3+2+1$

Preguntas guía (I)

- ¿Cuánto vale la función sumarHasta(1), es decir para $n=1$?
- Y si $n=2$?
- Y si $n=3, 4, 5$?

Fue realizado como
puesta en común,
en conjunto
con los estudiantes

Funciones recursivas

Sumar hasta (n)

Sumar hasta (1) = 1

Sumar hasta (2) = $1+2=3$

Sumar hasta (3) = $1+2+3=3+3=6$

Sumar hasta (4) = $1+2+3+4=10$

Sumar hasta (5) = $1+2+3+4+5=15$

Sumar hasta (2) =

Sumar hasta (3) =

Sumar hasta (4) =

Sumar hasta (n) =

Sumar hasta (1)

Sumar hasta (2)

Sumar hasta (3)

TD

min(a,b)

min tres(a,b)

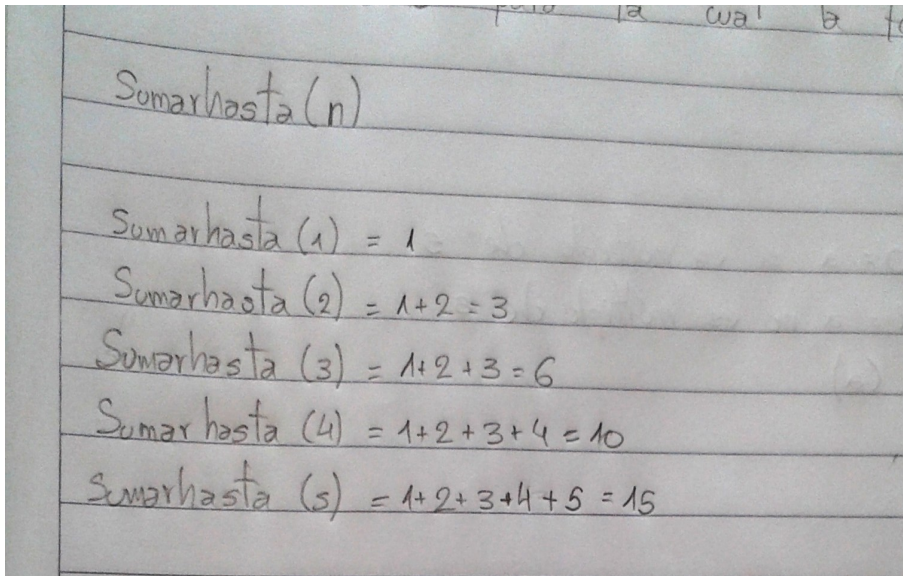
min seis(a,b)

min cuatro(a

$n-3$ $n-2$ $n-1$ n

Soluciones encontradas:

- Todos lograron resolver la actividad desde un punto de vista práctico (de la acción):
 - sumarHasta (1) = 1
 - sumarHasta (2) = 1+2
 - sumarHasta (3) = 1+2+3
 - sumarHasta (4) = 1+2+3+4



Sumar hasta (n)

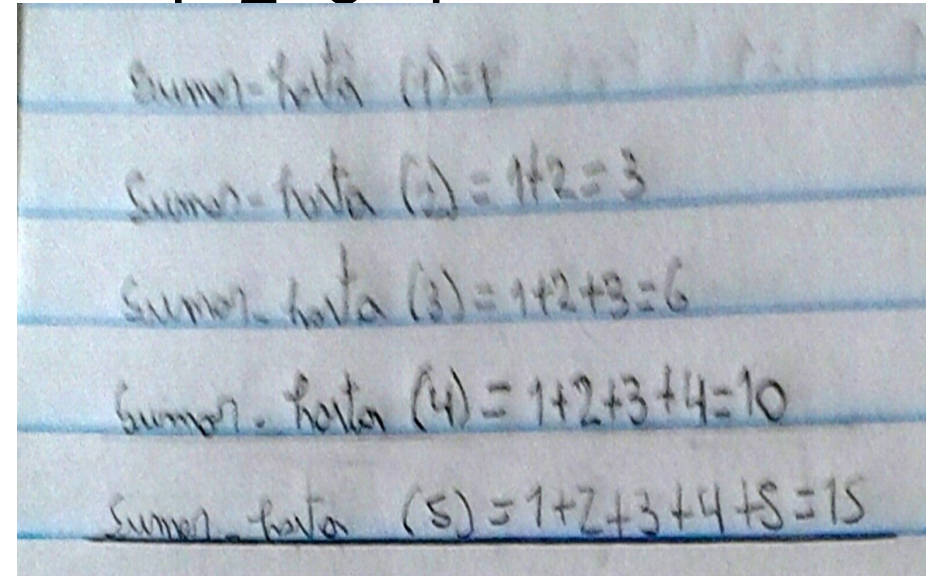
Sumar hasta (1) = 1

Sumar hasta (2) = 1+2 = 3

Sumar hasta (3) = 1+2+3 = 6

Sumar hasta (4) = 1+2+3+4 = 10

Sumar hasta (5) = 1+2+3+4+5 = 15



Sumar hasta (1) = 1

Sumar hasta (2) = 1+2 = 3

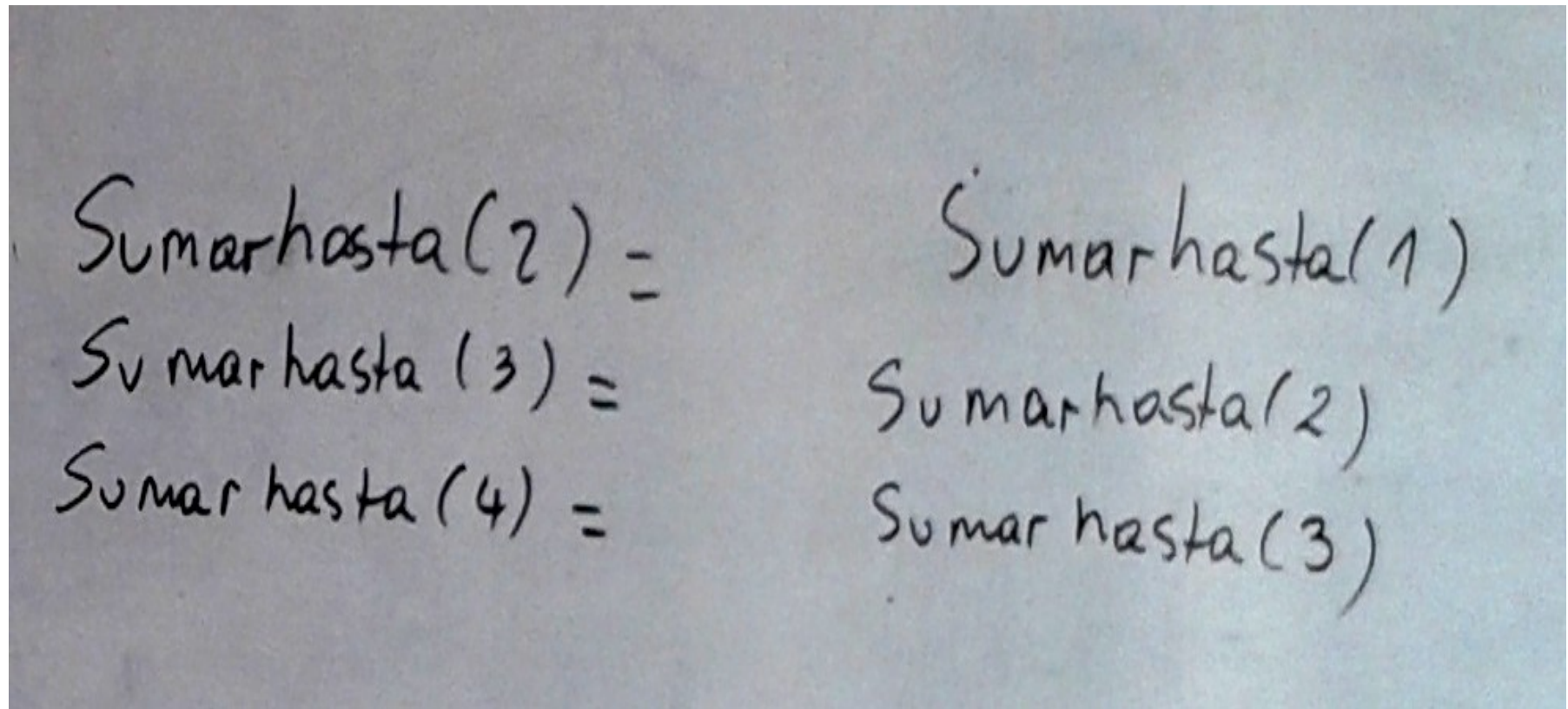
Sumar hasta (3) = 1+2+3 = 6

Sumar hasta (4) = 1+2+3+4 = 10

Sumar hasta (5) = 1+2+3+4+5 = 15

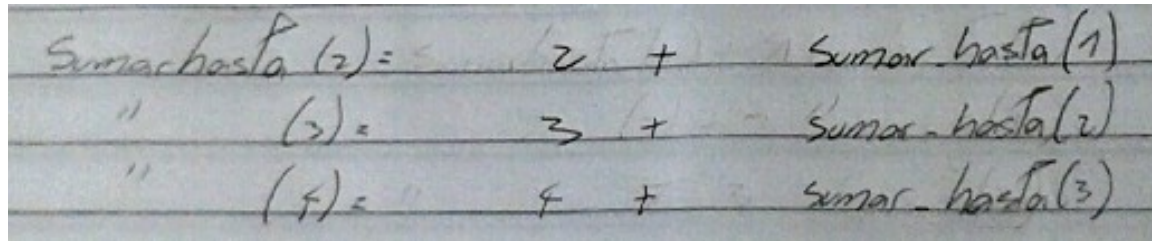
Preguntas guía (II)

- Ahora piensen si pueden relacionar de alguna manera `sumarHasta(2)` y `sumarHasta(1)`?
- Y `sumarHasta(3)` y `sumarHasta(2)`?



Soluciones encontradas

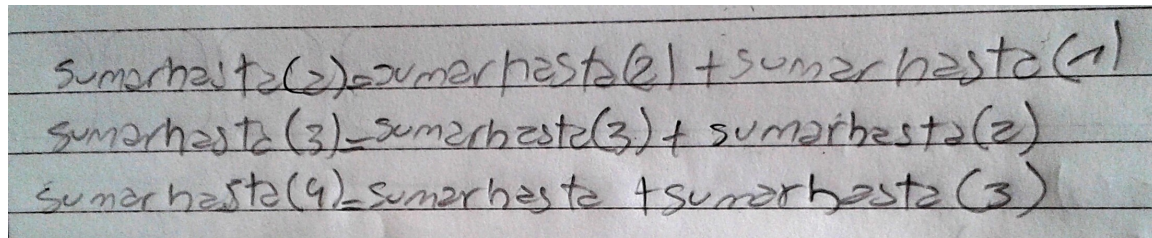
- En este caso, no todos pudieron llegar al planteo correcto:



Handwritten recursive formula for summing up to n :

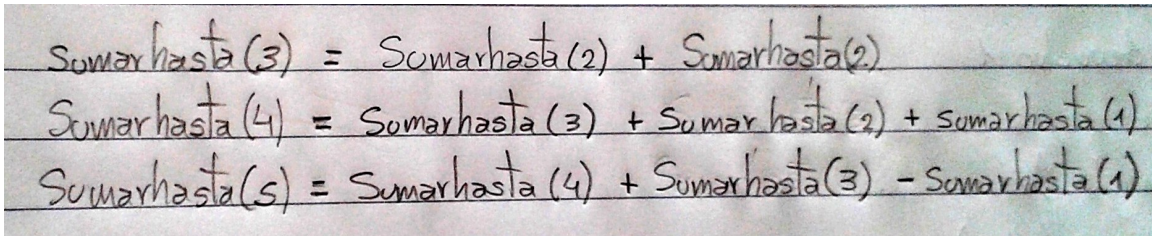
$$\begin{aligned} \text{Sumar hasta } (2) &= 2 + \text{Sumar hasta } (1) \\ \text{" } (3) &= 3 + \text{Sumar hasta } (2) \\ \text{" } (4) &= 4 + \text{Sumar hasta } (3) \end{aligned}$$

Correcto



Handwritten recursive formula for summing up to n :

$$\begin{aligned} \text{sumar hasta } (2) &= \text{sumar hasta } (2) + \text{sumar hasta } (1) \\ \text{sumar hasta } (3) &= \text{sumar hasta } (3) + \text{sumar hasta } (2) \\ \text{sumar hasta } (4) &= \text{sumar hasta } (4) + \text{sumar hasta } (3) \end{aligned}$$



Handwritten recursive formula for summing up to n :

$$\begin{aligned} \text{sumar hasta } (3) &= \text{sumar hasta } (2) + \text{sumar hasta } (2) \\ \text{sumar hasta } (4) &= \text{sumar hasta } (3) + \text{sumar hasta } (2) + \text{sumar hasta } (1) \\ \text{sumar hasta } (5) &= \text{sumar hasta } (4) + \text{sumar hasta } (3) - \text{sumar hasta } (1) \end{aligned}$$

Incorrectos

Piaget: la Toma de Conciencia (TC)

- Las razones funcionales de la TC se ilustran:

$C \leftarrow P \rightarrow C'$

- P (periferia): la reacción más inmediata y exterior del sujeto al objeto.
 - C (mecanismo interno de la acción): reconocimiento de medios empleados, razones de su elección, modificación durante su ejecución...
 - C' (propiedades intrínsecas del objeto)
- La TC parte de la P (objetivos y resultados) y se dirige hacia los centros C y C'.
- El conocimiento se origina en la interacción entre sujeto y objeto.

Diferencias entre la acción y su explicación

- No interpretan correctamente sus acciones,
- Están centrados aún en la periferia (P).

Centro de atención:

Resultado final

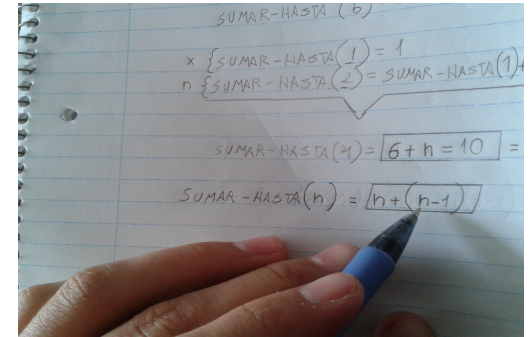


No proceso.



¿Cómo resolverlo?

- Preguntas: $\neq$ resultados.
- Tránsito hacia los centros C y C'.



Handwritten notes on a spiral notebook showing the derivation of the sum formula:

$$\begin{aligned} & \text{SUMAR-HASTA}(b) \\ & \times \{ \text{SUMAR-HASTA}(1) = 1 \\ & n \{ \text{SUMAR-HASTA}(2) = \text{SUMAR-HASTA}(1) + 1 \\ & \text{SUMAR-HASTA}(4) = 6 + 4 = 10 = \\ & \text{SUMAR-HASTA}(n) = \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$



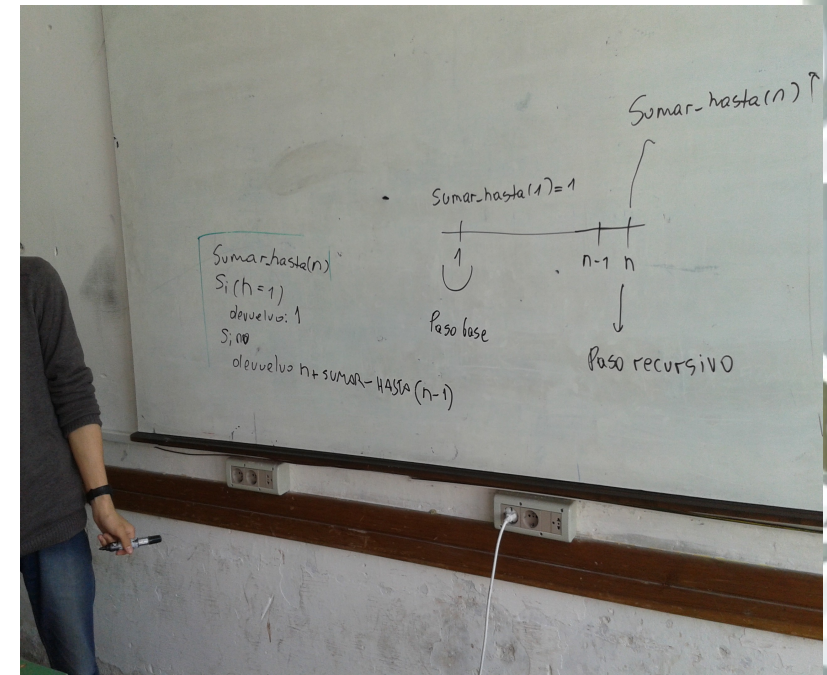
Generalización: Fórmula - Algoritmo

- Pregunta guía:
 - Les parece que esta relación puede ser general es decir que se mantiene para todos los números naturales consecutivos?

Sumar-hasta (1)=1
Sumar-hasta (2)=1+2=3
Sumar-hasta (3)=1+2+3=6
Sumar-hasta (4)=1+2+3+4=10
Sumar-hasta (5)=1+2+3+4+5=15
Sumar-hasta (2)=Sumar-hasta(1)+2=3
Sumar-hasta (3)=Sumar-hasta (2)+3=6
Sumar-hasta (4)=Sumar-hasta (3)+4=10
Sumar-hasta (5)=Sumar-hasta (4)+5=15
Sumar-hasta (n)=Sumar-hasta (n-1)+n

SUMAR-HASTA(h)
SI (h=1)
MUESTRO: SUMAR-HASTA(1)=1
SINO
(h+SUMAR-HASTA(h-1)=x)
DEVUELVO: h+SUMAR-HASTA(h-1)

Sumar-hasta (n)
Si (n=1)
devuelvo 1
Sino
devuelvo n



Formalización: ISETL (I)

Lenguaje Natural

sumarHasta ()

si (condicion)

 instrucciones_verdaderas

sino

 instrucciones_falsas

devolver

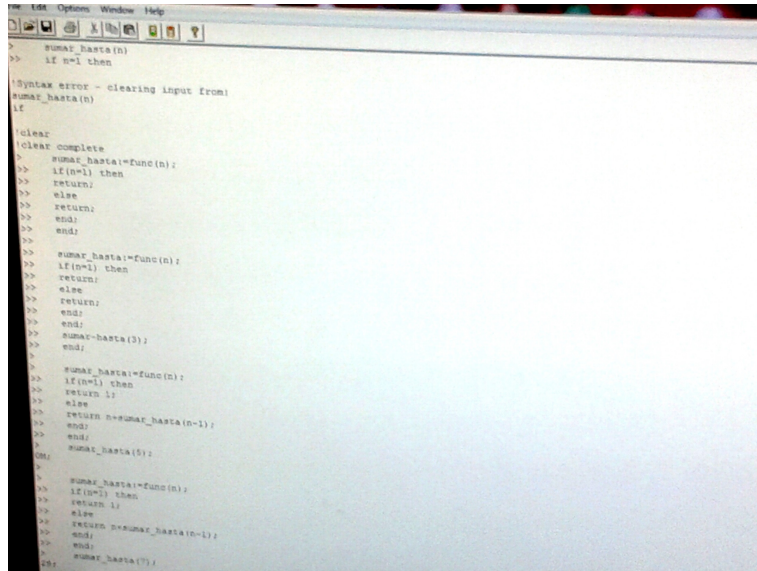
ISETL

sumarhasta:=func(n);
end; (instrucción de finalización de la función)

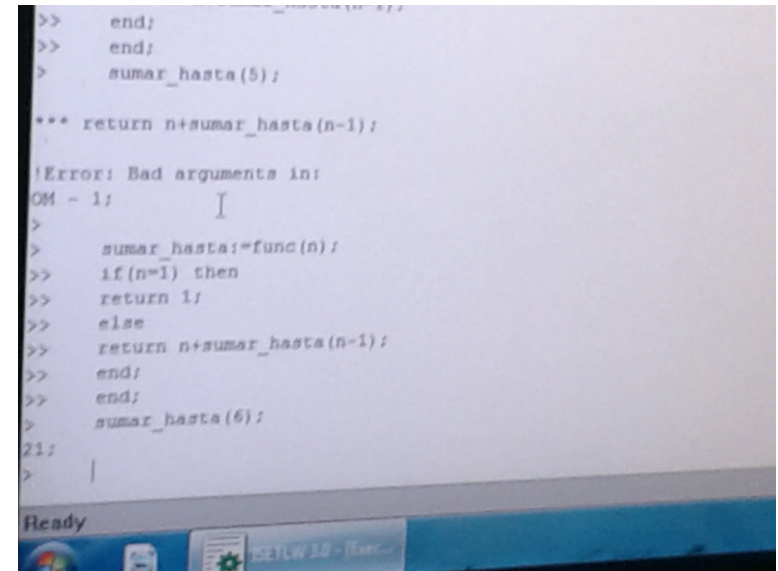
if (condicion) then
 instrucciones_verdaderas;
else
 instrucciones_falsas;
end;

return;

Laboratorio de Informática



```
File Edit Options Window Help
> sumar_hasta(n)
> if n=1 then
Syntax error - clearing input from:
sumar_hasta(n)
if
clear
clear complete
> sumar_hasta:=func(n);
> if(n=1) then
> return;
> else
> return;
> end;
> end;
>
> sumar_hasta:=func(n);
> if(n=1) then
> return;
> else
> return;
> end;
> end;
> sumar_hasta(3);
> end;
>
> sumar_hasta:=func(n);
> if(n=1) then
> return 1;
> else
> return n+sumar_hasta(n-1);
> end;
> end;
> sumar_hasta(5);
>
>
> sumar_hasta:=func(n);
> if(n=1) then
> return 1;
> else
> return n+sumar_hasta(n-1);
> end;
> end;
> sumar_hasta(7);
>
>
```



```
>> end;
>> end;
> sumar_hasta(5);
*** return n+sumar_hasta(n-1);
!Error: Bad arguments in:
OM - 1;
>
> sumar_hasta:=func(n);
>> if(n=1) then
>> return 1;
>> else
>> return n+sumar_hasta(n-1);
>> end;
>> end;
> sumar_hasta(6);
21;
>
>
```

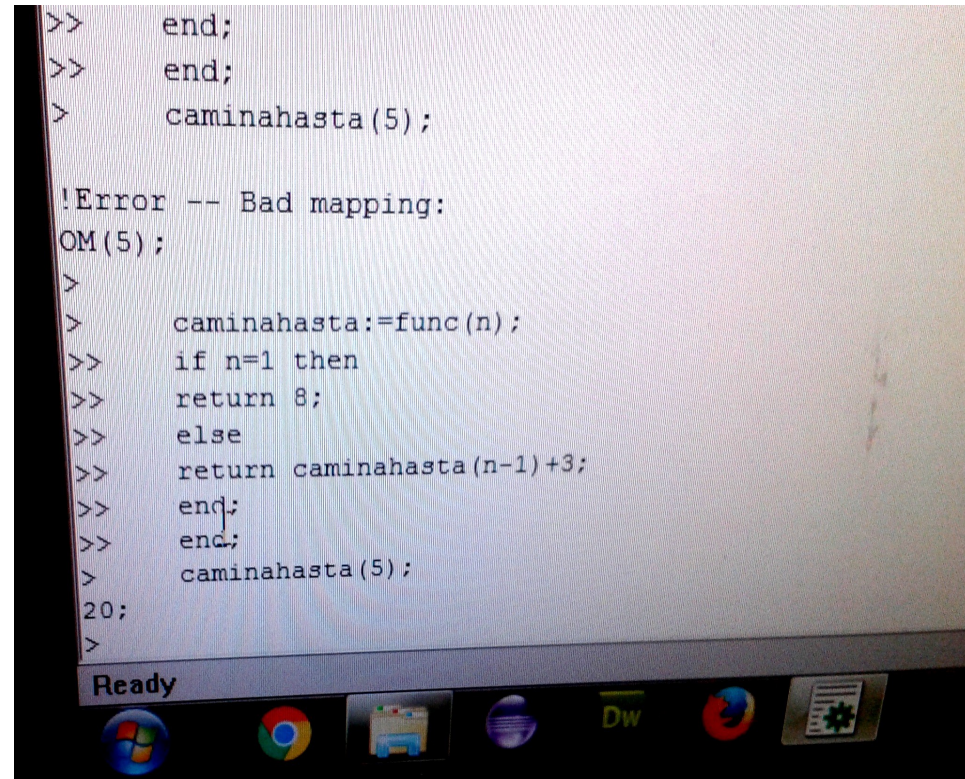


Generalización del aprendizaje

- Una persona viaja cinco días, recorriendo cada día 3 km más que el día anterior, el último día recorrió 20 km ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?

```
>> end;
>> end;
> caminahasta(5);

!Error -- Bad mapping:
OM(5);
>
> caminahasta:=func(n);
>> if n=1 then
>> return 8;
>> else
>> return caminahasta(n-1)+3;
>> end;
>> end;
> caminahasta(5);
20;
>
```

A screenshot of a computer screen displaying a programming environment. The screen shows a function definition for 'caminahasta' and a call to the function. The function is defined as follows: 'caminahasta:=func(n); if n=1 then return 8; else return caminahasta(n-1)+3; end; end;'. The function is then called as 'caminahasta(5);'. The output of the function call is '20;'. The screen also shows an error message: '!Error -- Bad mapping: OM(5);'. The Windows taskbar is visible at the bottom of the screen, showing the 'Ready' status and several application icons including Internet Explorer, Google Chrome, and a folder icon.

¿Qué informática enseñar en el Liceo?

- Gilles Dowek (2012)
 - Meta principal: saber escribir un programa al terminar el bachillerato.
 - Desarrollo intelectual, trabajo en proyectos y aplicación de conocimientos adquiridos.
 - Construye un puente entre el lenguaje y la acción y permite mostrar la utilidad del rigor científico.



Conclusiones



Bibliografía

da Rosa, S - Gómez, F. (2010). “The Construction of the Concept of Binary Search Algorithm”, Clei Electronical Journal Vol. 13, Nr. 2 <http://www.clei.cl/cleiej/volume.php>

Sadovsky P. “Teoría de las Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática.” (https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf)

Piaget J. (1964). “La Toma de Conciencia”. Editorial Presses Universitaires de France.

Dowek G. (2012). “La place de l’informatique dans la classification des sciences”. Séminaire Philosophie de l’informatique, à l’École normale supérieure, Paris.

Muchas gracias

lidiadus.2014@gmail.com