

# Seminario de Álgebra del IMERL

ORGANIZADOR: MARCO A. PÉREZ

mperez@fing.edu.uy

1er Semestre de 2021

- **Mauricio ACHIGAR (DMEL - Universidad de la República)**

*Entropía abstracta*

Charla 1: 12 de Marzo de 2021

En la literatura existen diversas teorías de entropía. Las más conocidas son la entropía métrica de funciones medibles que preservan medida (Kolmogorov, Sinaí) y la entropía topológica de mapas continuos (Adler, Konheim, McAndrew, Bowen). Sin embargo hay también varias otras, como la dimensión media para mapas continuos (mean dimensión, de Lindenstrauss), la entropía algebraica para homomorfismos de un grupo abeliano (Wiess), la entropía algebraica adjunta para homomorfismos de un grupo abeliano (Dikranjan, Giordano Bruno, Salce), y muchísimas más.

En la charla comentaré la definición de algunas de estas entropías y mostraré un conjunto de axiomas sobre el cual se puede construir una teoría unificada de la mayoría de estas entropías, que permite deducir las propiedades principales. Este enfoque conduce a considerar una estructura algebraica concreta que podría denominarse “semigrupo preordenado seminormado” sobre el que se basa la teoría.

Esto es parte de un trabajo de investigación que vengo realizando desde 2020.

- **Gustavo MATA y Marcos BARRIOS (IMERL - Universidad de la República)**

*Álgebras Lat-Igusa-Todorov*

Charlas 2 y 3: 19 y 26 de Marzo de 2021

Las álgebras de Igusa-Todorov fueron introducidas por J. Wei en [W1]. Estas álgebras verifican la conjetura finitista, pero no toda álgebra de Artin es de este tipo como se ve en el ejemplo de Rouquier-Conde (ver [C] y [R]).

Más recientemente D. Bravo, M. Lanzilotta, O. Mendoza y J. Vivero definen las álgebras Lat-Igusa-Todorov en [BLMV]. Estas álgebras generalizan la noción de álgebra de Igusa-Todorov y también verifican la conjetura finitista.

En estas dos charlas veremos propiedades de las álgebras Lat-Igusa-Todorov, algunas de las cuales son adaptaciones de las pruebas de J. Wei de [W1] y [W2]. También veremos con un ejemplo que no toda álgebra de Artin es Lat-Igusa-Todorov.

- [BLMV] D. Bravo, M. Lanzilotta, O. Mendoza, J. Vivero. “Generalized Igusa-Todorov functions and Lat-Igusa-Todorov algebras” <http://arxiv.org/abs/2002.07866v1>.
- [C] T. Conde, “On certain strongly quasi hereditary algebras”, PhD Thesis (2015).
- [R] R. Rouquier, “Representation dimension of exterior algebras”. *Invent. Math.*, 165(2), pp. 357-367(2006).
- [W1] J. Wei, “Finitistic dimension and Igusa-Todorov algebras”, *Adv. Math.* 222(6), pp. 2215-2226 (2009).
- [W2] J. Wei, “Finitistic dimension conjecture and conditions on ideals”, *Forum Math.* 23 (3), pp. 549-564 (2011).

- **Ana GONZÁLEZ (IMERL - Universidad de la República)**

*Álgebras nearly Frobenius sobre anillos conmutativos*

Charla 4: 9 de Abril de 2021

Las álgebras nearly Frobenius fueron definidas por primera vez en mi tesis doctoral “Estructuras casi-Frobenius” en el 2010. Sin embargo ya se las había mencionado en el trabajo “String topology and cyclic homology”, de Ralph L. Cohen, Kathryn Hess, y Alexander A. Voronov, del 2006. Las mismas surgen de un debilitamiento en la definición de álgebra de Frobenius. Desde el 2010 he estado trabajando con estos objetos y en los últimos años, en colaboración con los Dres. Artenstein y Mata hemos producido una serie de trabajos donde nos concentramos en estudiar las propiedades algebraicas de estos objetos.

En esta charla veremos condiciones equivalentes que caracterizan a las álgebras nearly Frobenius cuando trabajamos sobre anillos conmutativos. Veremos que esta familia de álgebras produce soluciones de las ecuaciones cuánticas de Yang-Baxter. Y como último punto asociaremos a cada álgebra nearly Frobenius un elemento del álgebra, llamado elemento handle, estudiando propiedades sobre este objeto que permitan determinar si el álgebra es separable o no.

- **Jazmín FINOT (IMERL - Universidad de la República)**

*La obstrucción de finitud de Wall*

Charla 5: 23 de Abril de 2021

Nos preguntamos cuándo un espacio topológico finitamente dominado es homotópicamente equivalente a un CW-complejo finito. La obstrucción de finitud de Wall de un espacio topológico  $X$  es un invariante del tipo de homotopía de  $X$  que nos permite responder a esta pregunta. Dicha obstrucción se obtiene como un elemento de  $K_0(\mathbb{Z}G)$ , siendo  $G$  el grupo fundamental de  $X$ , y su anulación es una condición necesaria y suficiente para que un espacio finitamente dominado sea equivalente a un CW-complejo finito.

- **Santiago ARAMBILLETE (Facultad de Ciencias - Universidad de la República)**

*Sucesión espectral de Atiyah-Hirzebruch equivariante*

Charla 6: 30 de Abril de 2021

En este trabajo exponemos y demostramos la sucesión espectral de Atiyah-Hirzebruch equivariante, que es una generalización de la sucesión espectral de Atiyah-Hirzebruch al contexto de los  $G$ -espacios, dado un grupo  $G$ . Esta sucesión permite calcular grupos de homología

para una  $G$ -teoría de homología arbitraria. Primero probamos una versión de la sucesión para  $\mathcal{C}$ -espacios, donde  $\mathcal{C}$  es una categoría pequeña. La versión para  $G$ -espacios se deduce de ésta tomando  $\mathcal{C} = \text{Or}G^{\text{op}}$ , donde  $\text{Or}G$  es la categoría de órbitas de  $G$ . Luego mostramos un ejemplo de cálculo usando esta sucesión espectral.

- **Andrea SOLOTAR (Dept. de Matemática - Universidad de Buenos Aires)**

*Cohomología de Hochschild de álgebras monomiales cuadráticas*

Charla 7: 7 de Mayo de 2021

Los métodos homológicos proporcionan información importante sobre la estructura de las álgebras asociativas, revelando a veces conexiones ocultas entre ellas. La homología y la cohomología de Hochschild de álgebras asociativas unitarias sobre un cuerpo, junto con su estructura de álgebra graduada y su estructura de Gerstenhaber, son invariantes preservados por equivalencias derivadas.

La familia de álgebras monomiales cuadráticas ha atraído la atención de muchos autores en los últimos tiempos, así como algunas subfamilias de las mismas como por ejemplo las álgebras suaves, que están conectadas con muchas otras áreas de la matemática.

Damos una descripción completa de la estructura de la cohomología de Hochschild de un álgebra monomial cuadrática como álgebra conmutativa graduada y como álgebra de Gerstenhaber.

Este es un trabajo conjunto con Cristian Chaparro Acosta, Sibylle Schroll y Mariano Suárez-Álvarez.

- **Alejandro ARGUDÍN (IMATE - Universidad Nacional Autónoma de México)**

*Teoría tilting relativa en categorías abelianas*

Charla 8: 14 de Mayo de 2021

La teoría tilting es una herramienta del álgebra con aplicaciones en diferentes áreas de las matemáticas, como la teoría de representaciones de álgebras, la teoría de grupos algebraicos, la geometría algebraica y la topología algebraica. Uno de sus principales usos es generar aproximaciones de objetos usando ciertas clases relacionadas con el tilting en cuestión. De hecho, uno de los resultados para categorías de módulos de esta teoría es la llamada Correspondencia de Auslander-Reiten, la cual muestra una biyección entre las clases de equivalencia de objetos tilting y las clases de equivalencia de ciertos pares de cotorsión completos.

En esta charla definiremos una teoría tilting relativa para categorías abelianas. Esencialmente, esto quiere decir que recreemos la teoría tilting estándar adentro de una subcategoría  $X$ , de tal manera que obtengamos los resultados clásicos de la teoría tilting relativizados respecto a la clase  $X$ . En particular, mostraremos una versión de la Correspondencia de Auslander-Reiten relativa a una clase  $X$ . Estos resultados forman parte de un trabajo conjunto con Octavio Mendoza.

- **Luis MARTÍNEZ (IMATE - Universidad Nacional Autónoma de México)**

*Clases de torsión relativas*

Charla 9: 4 de Junio de 2021

Sea  $\Lambda$  un álgebra de Artin. Es bien conocido que las clases de torsión funcionalmente finitas se describen mediante la teoría  $\tau$ -tilting. El objetivo de esta charla es introducir la noción de clase de torsión relativa, vinculada a un subfunctor  $F$  del bifunctor  $\text{Ext}_{\Lambda}^1$  y dar una caracterización de estas clases, cuando son una clase preenvolvente. Para hacer eso, presentamos las nociones de módulos  $F$ -presilting y álgebra  $F$ -admisibles. Los  $\Lambda$ -módulos  $F$ -presilting son una generalización de los  $\Lambda$ -módulos  $\tau$ -rígidos y  $F$ -tilting. También mostramos algunos ejemplos de resultados clásicos en pares de torsión que no se satisfacen en clases de torsión relativas.

Estos resultados forman parte de un trabajo conjunto con Octavio Mendoza.

- **Viviana GUBITOSI (IMERL - Universidad de la República)**

*Categoría Repetitiva de conglomerado de tipo  $D$*

Charla 10: 11 de Junio de 2021

En esta charla les contaré cómo se construye la categoría repetitiva de conglomerado que fue definida por Zhu en el año 2011. Nosotros nos concentraremos en las de tipo  $D_n$ .

Para el tipo  $D_n$  les mostraré un modelo geométrico de dicha categoría y les contaré cómo se relaciona la categoría repetitiva de conglomerado con la categoría de conglomerado.

- **Eduardo MARCOS (IME - Universidade de São Paulo)**

*The Braid group action on exceptional sequences for weighted projective lines*

Charla 11: 18 de Junio de 2021

We give a new and intrinsic proof of the transitivity of the braid group action on the set of full exceptional sequences of coherent sheaves on a weighted projective line. We do not use here the corresponding result of Crawley-Boevey for modules over hereditary algebras. As an application we prove that the strongest global dimension of the category of coherent sheaves on a weighted projective line  $X$  does not depend on the parameters of  $X$ . Finally we prove that the determinant of the matrix obtained by taking the values of  $n$   $\mathbb{Z}$ -linear functions defined on the Grothendieck group  $K_0(X) \cong \mathbb{Z}_n$  of the elements of a full exceptional sequence is an invariant, up to sign.