Seminario de Álgebra del IMERL

Organizador: Diego Bravo

dbravo@fing.edu.uy

2do Semestre de 2018

- **Sonia Trepode (Universidad Nacional de Mar del Plata)**

  La dimensión de representación de un álgebra autoinyectiva de tipo inclinado

  17 de Agosto de 2018

  Trabajo conjunto con Ibrahim Assem y Andrzej Skowronski.

  Nuestro objetivo en esta charla es explorar la relación entre la teoría de representaciones de un álgebra, más precisamente entre la forma de las componentes del carcaj de Auslander-Reiten e invariantes homológicos del álgebra.

  En particular estamos interesados en la dimensión de representación de un álgebra, introducida por Auslander, la cual es una medida de la complejidad de los morfismos en la categoría de módulos. Nos interesan en particular las álgebras cuya dimensión de representación es tres. La razón para este interés proviene de dos vertientes, primero su relación con la conjetura de la dimensión finitista, dado que Igusa y Todorov probaron que las álgebras con dimensión de representación tres tienen dimensión finitista finita. Segundo, basados en la expectativa de Auslander de que la dimensión de representación sería una medida de cuanto se aleja un álgebra de ser de tipo de representación finito, la actual conjetura es que las álgebras mansas tienen dimensión de representación igual a tres.

  Si bien existen álgebra de dimensión de representación arbitrariamente grande, las clases de álgebras mejor entendidas tienen dimensión de representación igual a tres. Este es el caso para las álgebras obtenidas por medio del proceso inclinante, como las álgebras inclinadas, las inclinadas iteradas y las casi inclinadas.

  En esta charla consideraremos álgebras que son álgebras de órbitas del álgebra repetitiva de un álgebra inclinada bajo la acción de un grupo de automorfismos cíclico infinito. Probaremos que la dimensión de representación de un álgebra autoinyectiva de tipo inclinado, Euclideano o salvaje, es igual a tres. Daremos una construcción implícita de un generador de Auslander de su categoría de módulos.

  También mostraremos que si un álgebra autoinyectiva conexa admite una componente del quiver de Auslander-Reiten que es estándar generalizada y acíclica, entonces su dimensión de representación es igual a tres.

- **Elsa Fernández (Universidad Nacional de la Patagonia)**

  Sobre el radio espectral de un grafo y algunas aplicaciones en teoría de representaciones

  `24 de Agosto de 2018 (sesión 1, 11:15 - 12:15)`

  Esta charla está basada en gran parte en un trabajo conjunto con M.l. Platzeck. Se estudiarán algunos aspectos de la teoría espectral de grafos y ciertas conexiones con la teoría de representaciones de álgebras hereditarias finito dimensionales y álgebras de conglomerado.

- **Victoria Guazzelli (Universidad Nacional de Mar del Plata)**

  El carcaj con relaciones de un álgebra y el índice de nilpotencia del radical de su categoría de módulos

  `24 de Agosto de 2018 (sesión 2, 12:20 - 13:00)`

  En la teoría de representaciones de álgebras, uno de los problemas que interesan es determinar el tipo de representación de un álgebra dada. M. Auslander dio una caracterización de las álgebras de tipo de representación finito en el siguiente resultado: "Un álgebra es de tipo de representación finito si y sólo si el radical de su categoría de módulos es nilpotente". Para las álgebras de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado, se ha encontrado este índice de nilpotencia conociendo propiedades de algunos morfismos irreducibles de la categoría de módulos.

  Es conocido que un álgebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado, básica y conexa, es isomorfo al álgebra de caminos de un carcaj cocientado por un ideal de dicha álgebra, denominado ideal admisible. A este carcaj junto con el ideal admisible se lo denomina un carcaj con relaciones del álgebra.

  En esta presentación vamos a considerar algunas álgebras (de tipo de representación finito) bien conocidas, como las álgebras de cuerdas, álgebras inclinadas de conglomerado y álgebras inclinadas iteradas, y determinar el índice de nilpotencia del radical de su categoría de módulos en función del carcaj con relaciones que las representa.

- **Javier Cóppola (IMERL - UdelaR)**

  Conmutatividad graduada trenzada

  `7 y 14 de Septiembre de 2018`

  Sebastián Reca y Andrea Solotar en su artículo "Homological invariants relating the super Jordan plane to the Virasoro algebra" describen entre un montón de cosas la estructura de álgebra graduada de $H^*(A,k)$ y $H^*(A\#k\mathbb{Z},k)$, donde A es el super plano de Jordan, k el cuerpo de base, $\mathbb{Z}$ el grupo de los enteros, H^* la cohomología de Hochschild y $\#$ la bosonización (vamos a recordar de estos conceptos lo más relevante para la charla). En particular, observan que la primer álgebra no es conmutativa graduada y la segunda sí.

  Entonces Andrea me invitó a pensar con ella si lo que hay en el primer ejemplo no es otra noción de conmutatividad distinta, que la bosonización luego relaciona con la que ya conocemos del segundo ejemplo.

  Voy a hablar del concepto de conmutatividad graduada trenzada tal como aparece en el capítulo 3 del artículo "Cohomology of finite dimensional pointed Hopf algebras" de Mastnak, Pevtsova, Schauenburg y Witherspoon, veremos por qué acá podría pasar algo parecido pero las construcciones y argumentos no se ajustan del todo al ejemplo que nos ocupa, y contar cómo venimos tratando de solucionar esto.

Como mencionaba antes, vamos a repasar / introducir los conceptos de categorías monoidales, cohomología de Hochschild y álgebras de Hopf necesarios, a medida que vayan apareciendo.

- **Eugenia Ellis (IMERL - UdelaR)**

  El teorema de Bass-Heller-Swan usando categorías controladas

  `21 de Septiembre de 2018`

  El teorema de Bass-Heller-Swan afirma que existe un isomorfismo entre $K_1(R\mathbb{Z})$ y $K_0(R) \oplus K_1(R)$ siendo R un anillo regular. La demostración original es puramente algebraica. Presentaré un abordaje de este teorema usando módulos geométricos que ilustra las herramientas utilizadas en los cálculos de $K_1(RG)$ para algunas clases específicas de grupos G.

- **José Armando Vivero (IMERL - UdelaR)**

  Una vista horizontal de las funciones Igusa-Todorov

  `5 de Octubre de 2018`

  En esta charla voy a proponerles una generalización de las funciones I-T desde el punto de vista de la clase de módulos que las define. Por ejemplo las funciones ϕ y ψ dependen de la clase de los proyectivos, entonces es válido preguntarse qué sucede cuando tomamos una clase de módulos que contenga a los proyectivos (de aquí la idea de horizontal) y que permita definir nuevas funciones de manera análoga.

  Los invito entonces a ver la definición de tales funciones, sus propiedades fundamentales y lo más importante: su relación con la función original.

  Desde ya les agradezco por su asistencia.

- **Piotr Hajac (Polish Academy of Sciences)**

  Operator algebras that one can see

  `12 de Octubre de 2018`

  Operator algebras are the language of quantum mechanics just as much as differential geometry is the language of general relativity. Reconciling these two fundamental theories of physics is one of the biggest scientific dreams. It is a driving force behind efforts to geometrize operator algebras and to quantize differential geometry. One of these endeavours is noncommutatvive geometry, whose starting point is natural equivalence between commutative operator algebras (C^*-algebras) and locally compact Hausdorff spaces. Thus noncommutative C^*-algebras are thought of as quantum topological spaces, and are researched from this perspective. However, such C^*-algebras can enjoy features impossible for commutative C^*-algebras, forcing one to abandon the algebraic-topology based intuition. Nevertheless, there is a class of operator algebras for which one can develop new ("quantum") intuition. These are graph algebras, C^*-algebras determined by oriented graphs (quivers). Due to their tangible hands-on nature, graphs are extremely efficient in unraveling the structure and K-theory of graph algebras. We will exemplify this phenomenon by showing a CW-complex structure of the Vaksman-Soibelman quantum complex projective spaces, and how it explains its K-theory.

- **Florencia Cubría (IMERL - UdelaR)**

  Energía de Matrices (Defensa de Tesis de Maestría)

  `19 de Octubre de 2018`

  Sea $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ el espacio de matrices $n \times n$ con entradas complejas. Motivados por distintos tipos de energía de grafos definimos la energía de una matriz A en $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ como

  $$E(A) = \sum_{k=1}^{n} \left| \lambda_k - \frac{\operatorname{tr}(A)}{n} \right|$$

  donde $[\lambda_1, \ldots, \lambda_n]$ y $\operatorname{tr}(A)$ denotan el espectro y la traza de la matriz A, respectivamente, y $|z|$ es el módulo del complejo z. Esta definición generaliza la definición de energía de un grafo introducida por I. Gutman en 1978 tomando A como la matriz de adyacencia del grafo, así como otros tipos de energía . En este trabajo se establecen cotas superiores e inferiores para la definición de energía introducida, además de condiciones necesarias y suficientes para que las mismas sean alcanzadas. A su vez, para los distintos tipos de energía, expresaremos las cotas en términos de elementos del (di)grafo, que en algunos casos extienden cotas ya conocidas y en otros nos permiten obtener nuevos resultados.

- **Mariana Haim (CMAT - UdelaR)**

  Automorfismos expansivos de anillos

  `26 de Octubre de 2018`

  Se tratará de algunas cosas sobre las que hemos estado conversando con Alfonso Artigue.

  Si X es un espacio topológico, el conjunto de funciones continuas a valores reales $C(X)$ es un anillo con unidad que refleja ciertas propiedades de X.

  Nos concentramos en el caso X espacio métrico compacto y traducimos la noción de homeomorfismo y la de homeomorfismo expansivo al contexto de automorfimos en $C(X)$, para luego dar una noción general de automorfismo expansivo (y positivamente expansivo) en anillos con unidad. Vamos a probar que la existencia de un automorfismo positivamente expansivo es equivalente a que el anillo sea un producto finito de cuerpos. Vamos a presentar además varios ejemplos de anillos con finitos ideales maximales que no admiten un automorfismo expansivo.

- **Marcos Barrios (IMERL - UdelaR)**

  Un paseo por la función ϕ de Igusa-Todorov a través de ejemplos

  `9 de Noviembre de 2018`

  Mostraré con ejemplos algunas propiedades de la función ϕ en álgebras de radical cuadrado cero, digamos A. Como cuantos sumandos máximo necesita un módulo para alcanzar la phi dimensión de A y bajo que condiciones se puede asegurar que todos los valores, menores o iguales a $\phi_{\dim}(A)$, se alcanzan por esta función.

  Por último, mostraré un ejemplo de un álgebra de caminos A cuya sizigia m-ésima no es finitamente generada (para todo m) y cómo adaptarlo a otros contextos.

- **Bojana Femic (IMERL-UdelaR)**

  Bicategorías de Turaev

  `16 de Noviembre de 2018`

En el año 2000 Vladimir Turaev introdujo "homotopy quantum field theory (HQFT)" 2 y 3-dimensional como versión de "topological quantum field theory (TQFT)" para variedades M munidas de clases de homotopía de mapas $\to K(G,1)$.

Para el caso 3-dimensional introdujo "(modular) crossed group categories", las que dan lugar a HQFT 3-dimensional con el codominio $K(G,1)$. Cuando el grupo G es trivial, se recupera la construcción habitual de TQFT 3-dimensional.

En 2002 Zunino generaliza una "crossed group category" (que es k-aditiva rígida monoidal) a llamada "categoría de Turaev" (que es monoidal). Estudia categoría centro $Z(C)$ y el doble de Drinfel'd $D(H)$ para una "crossed Hopf π-coalgebra H" en el contexto de categorías de Turaev, y prueba que las tres categorías: $Z({}_H\mathcal{M})$, ${}_{D(H)}\mathcal{M}$ y ${}_H^H\mathcal{YD}$ son isomorfas como categorías de Turaev.

Panaite y Staic introducen en 2007 módulos de Yetter-Drinfel'd generalizados y prueban que ellos forman una "categoría de Turaev" definida por Zunino.

En uno de mis últimos trabajos introduje la noción de una bimónada en una 2-categoría, como y la 2-categoría de bimónadas. Sus 1-endo-celdas llamé "módulos de Yetter-Drinfel'd en 2-categorías". Pues me pregunté si podría definir algo como "módulos de Yetter-Drinfel'd en 2-categorías generalizados". Claro, para ello previamente tendría que definir algo como "bicategoría de Turaev". Esto es lo que hice en el semestre pasado y en esta charla les quiero contar sobre mi construcción. Empezaría por un repaso de la categoría de Turaev y módulos de Yetter-Drinfel'd generalizados de Panaite y Staic, y luego mostraría cómo mi construcción generaliza a la anterior.