Seminario de Álgebra del IMERL

Organizador: Diego Bravo
dbravo@fing.edu.uy

2do Semestre de 2019

- **Marcelo LANZILOTTA (IMERL - Universidad de la República)**

  La conjetura de Han:
  La dimensión de la Homología de Hochschild es finita $\Longleftrightarrow$ la dimensión global es finita

  `Charlas 1 y 2: 23 y 30 de Agosto de 2019`

  En el último trabajo en común con Andrea Solotar (UBA), Claude Cibils (U. Montp.), y Eduardo Marcos (USP), demostramos que la clase de álgebras de dimensión finita que verifica la conjetura de Han es cerrada bajo extensiones acotadas escindidas.

  El objetivo de la charla será explicar la conjetura de Han, los términos arriba mencionados, y ofrecer una aproximación a las técnicas utilizadas.

- **Claudio QURESHI (IMERL - Universidad de la República)**

  La conjetura de Golomb y Welch

  `Charlas 3 y 4: 6 y 13 de Septiembre de 2019`

  S. Golomb y L. Welch (1968) conjeturaron que para $n > 2$ y $e > 1$ no se puede descomponer $\mathbb{Z}^n$ como una suma directa de la forma $\mathbb{Z}^n = B(e) + C$, donde $B(e)$ es la bola con centro en el origen y radio e con respecto a la métrica l_1. Esta conjetura, aunque ha sido probada para varios casos especiales, continua abierta hoy en día. El origen de este problema proviene de la teoría de códigos, más concretamente está relacionado con la construcción de códigos perfectos para la métrica de Lee (que es la métrica utilizada para modulación de fase o transmisión en ciertos tipos de canales especiales con ruido).

  En esta charla voy a comenzar hablando un poco sobre teoría de códigos, comenzando por la teoría clásica (Hamming) para luego hablar sobre códigos en la métrica de Lee (en particular sobre la conjetura de Golomb y Welch). Voy a contar un poco sobre los resultados más relevantes relacionados con esta conjetura. En particular voy a enfocar la atención en el caso lineal (cuando C es un reticulado) donde voy a hablar de dos artículos: el primero en coautoría con Antonio Campello (Imperial College London) y Sueli Costa (Unicamp) donde probamos que la conjetura vale para infinitos n para radio $e = 2$ basados en la infinitud de ciertos tipos especiales de primos ("primos amigables") y el otro donde se prueba un criterio de no existencia que generaliza el resultado anterior utilizando propiedades del álgebra de los polinomios simétricos multivariados.

- **Federico CARRASCO (CMAT - Universidad de la República)**

  Topología del grupo de Cremona

  `Charla 5: 27 de Septiembre de 2019`

  Sea k un cuerpo y denotemos por $\mathbb{P}^n$ el espacio proyectivo de dimensión n sobre k. El conjunto $\mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$ de aplicaciones birracionales $f\colon \mathbb{P}^n \to \mathbb{P}^n$ es el llamado grupo de Cremona de dimensión n sobre k.

  Para una variedad algebraica A sobre k, hay una noción natural de familia de elementos de $\mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$ paramentrizada por A. Dicha familia la anotamos $A \to \mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$ y estas familias dan lugar a la topología Zariski de $\mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$.

  En 1966, I.R. Shafarevich preguntó: "¿Es posible introducir una estructura universal de grupo de dimensión infinita en el grupo de automorfismos (automorfismos birracionales) de una variedad algebraica arbitraria?". Esta pregunta fue respondida por J. Blanc y J.P. Furter en 2013, más precisamente fue respondida negativamente.

  La idea de esta charla es entender la topología de $\mathrm{Bir}(\mathbb{P}^n)$ así como también los argumentos de J. Blanc y J.P Furter.

- **Florencia CUBRÍA (IMERL - Universidad de la República)**

  Espectro complementario de un grafo

  `Charla 6: 4 de Octubre de 2019`

  La teoría espectral de grafos asocia a cada grafo G una familia de matrices y estudia un invariante en particular: su espectro. Si bien el espectro de un grafo describe muchas de sus propiedades estructurales, es sabido que existen familias de grafos coespectrales no isomorfos. Tenemos entonces que el espectro no permite caracterizar los grafos en general, al menos para las familias de matrices conocidas.

  El conjunto de valores propios complementarios de una matriz A se define como aquellos $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que existe $x \in \mathbb{R}^n$ no nulo y no negativo que verifica

  $$Ax \geq \lambda x \qquad \text{y} \qquad \langle Ax - \lambda x, x\rangle = 0.$$

  Este conjunto, que denominaremos espectro complementario, es invariante en la familia de matrices de adyacencia de un grafo y para grafos conexos puede interpretarse como el conjunto de radios espectrales de los subgrafos inducidos de G [1].

  En [1] Fernandes, Judice y Trevisan estudian los valores propios complementarios para familias de matrices asociadas a un grafo entre las cuales se encuentra la familia de matrices adyacencia. Posteriormente, en [2] Seeger propone representar los grafos mediante su espectro complementario. Al día de hoy, no se conocen ejemplos de grafos conexos no isomorfos que posean el mismo espectro complementario, más aún, se sabe que ciertos grafos quedan caracterizados a partir de este conjunto.

  La idea de la charla será comentar algunos de los resultados obtenidos hasta el momento por Seeger, Fernandes, Judice y Trevisan en [1] y [2], y luego contarles algunas ideas para abordar el problema de caracterizar los grafos mediante su espectro complementario.

[1] R. Fernandes, J. Judice, V. Trevisan, Complementarity eigenvalues of graphs, Linear Algebra Appl. 527 (2017) 216-231.

[2] A. Seeger, Complementarity eigenvalue analysis of connected graphs, Linear Algebra Appl. 543 (2018) 205-225.

- **Daniel PANARIO (Carleton University, Canadá)**

  Open Problems for Polynomials over Finite Fields and Applications

  `Charla 7: 11 de Octubre de 2019`

  We survey open problems for polynomials over finite fields. We first comment on the existence and number of several classes of polynomials. The open problems here are of a theoretical nature. Then, we center in classes of low-weight (irreducible) polynomials. The conjectures are practically oriented, specially in cryptography. Next, we focus on iterations of functions over finite fields and their periodicity and permutational implications. Finally, time permitting, we describe open problems from a selection of areas including factorization of polynomials, special polynomials (permutation, almost perfect nonlinear), and relations between integer numbers and polynomials.

- **Eugenia ELLIS (IMERL - Universidad de la República)**

  Álgebra homológica en K-teoría bivariante

  `Charla 8: 18 de Octubre de 2019`

  Ralf Meyer y Ryszard Nest usan ideales homológicos en categorías trianguladas para obtener un criterio suficiente para saber si un par de subcategorías es complementario. Usan este criterio en la K-teoría bivariante de Kasparov para construir un morfismo de asemblaje de la conjetura de Baum-Connes para grupos localmente compactos y grupos cuánticos discretos libres de torsión. Contaré los avances y dificultades que existen al querer trasladar estos resultados a la K-teoría bivariante algebraica.

- **Eduardo MARCOS (Universidade de São Paulo)**

  Idempotentes primitivos y álgebras estándarmente estratificadas

  `Charla 9: 25 de Octubre de 2019`

  Esta charla es sobre una parte del trabajo realizado con Mendoza, Sáenz y Valente.

  Consideramos álgebras con suficientes idempotentes primitivos. Dadas dos de tales álgebras A, B y un $A-B$ bimódulo M consideramos álgebras triangulares de la forma

  $$T = \begin{bmatrix} A & 0 \\ M & B \end{bmatrix}.$$

  Los idempotentes de $Ae = \{e_i\}_{i \in I}$ y los idempotentes de B son $f = \{f_j\}_{j \in J}$ son parcialmente ordenados, y consideramos esos idempotentes como pertencientes a T de manera natural, extendemos el orden a los idempotentes eUf (e unión f) declarando que un elemento de e es menor que un elemento de f.

  Extendemos para este contexto el resultado de Marcos, Merklen, Sáenz. probando que el álgebra T es estándarmente estratificada si y solo si las álgebras A, M son estándarmente estratificadas y si el módulo ${}_BM$ es filtrado.

- **Marco A. PÉREZ (IMERL - Universidad de la República)**

  Categorías n-hereditarias

  `Charla 10: 1 de Noviembre de 2019`

  El concepto de pureza juega un papel importante dentro del álgebra homológica en categorías de Grothendieck. De hecho, existen objetos en dichas categorías con buenas propiedades a la hora de estudiar sucesiones exactas puras. Sin embargo, normalmente uno se encuentra con ciertos agujeros en la literatura a la hora de buscar ejemplos de este tipo de sucesiones, y cuando las hay no siempre se tiene control sobre ellas.

  Un escenario donde sí podemos tener control es cuando los objetos FP-inyectivos forman una clase de torsión. En este caso, para cada objeto M existe una sucesión exacta pura $0 \to \mathbf{t}(M) \to M \to (1:\mathbf{t})(M) \to 0$, donde $\mathbf{t}(M)$ es FP-inyectivo.

  Recordamos de charlas anteriores que una generalización del escenario anterior se da por medio de los objetos FP_n-inyectivos, ya que ellos forman una clase de torsión si, y sólo si, los objetos de tipo FP_n tienen dimensión proyectiva ≤ 1. Un ambiente para que esto ocurra es el de las categorías n-hereditarias.

  El objetivo de esta charla es dar aplicaciones y ejemplos de tal tipo de categorías. Nos enfocaremos en tres ejemplos conocidos de categorías de Grothendieck, y estudiaremos condiciones bajo las cuales ellas son n-hereditarias. A saber:

  1. la categoría $\mathsf{Ch}(R)$ de complejos de cadena de R-módulos;
  2. la categoría de funtores aditivos contravariantes $[\Lambda^{\mathrm{op}}, \mathsf{Ab}]$, donde Λ es una categoría aditiva esqueléticamente pequeña y Ab es la categoría de grupos abelianos; y
  3. la categoría $\mathfrak{Qcoh}(X)$ de haces casi-coherentes sobre un esquema casi-compacto y semi-separado X.

  Veremos que $\mathsf{Ch}(R)$ nunca puede ser una categoría n-hereditaria. En cambio, probaremos que $[\Lambda^{\mathrm{op}}, \mathsf{Ab}]$ es n-hereditaria si, y sólo si, Λ tiene pseudo núcleos con cierta condición de levantamiento. Finalmente, mostraremos que una condición suficiente para que $\mathfrak{Qcoh}(X)$ sea n-hereditaria es tener un cubrimiento finito afín y semi-separado de X tal que cada abierto del cubrimiento es homeomorfo al espectro de un anillo n-hereditario.

  [Trabajo conjunto con Daniel Bravo, Carlos E. Parra y Sinem Odabaşı].

- **Viviana GUBITOSI (IMERL - Universidad de la República)**

  Cohomología de Hochschild de las álgebras $\tilde{A}$ ramificadas I

  `Charlas 11 y 12: 8 y 15 de Noviembre de 2019`

  En esta charla voy a contar cómo a partir de un resultado de Redondo y Román podemos calcular las dimensiones de los grupos de cohomología de las álgebras $\tilde{A}$ ramificadas en función del invariante ϕ de Avella-Alaminos y Geiss para álgebras amables.

- **Dalia ARTENSTEIN (IMERL - Universidad de la República)**

  Todo lo que usted siempre quiso saber sobre las álgebras nearly Frobenius y nunca se animó a preguntar

  `Charla 13: 15 de Noviembre de 2019`

  En esta (media) charla contaré varios de los resultados obtenidos hasta el momento sobre las álgebras nearly Frobenius. Éstas son básicamente álgebras de Frobenuis sin counidad.

- **Lucas Reis (Universidade de São Paulo)**

  Mean value theorems for a class of density like arithmetic function

  `Charla 14: 06 de Diciembre de 2019`

  In this talk we present mean value theorems for arithmetic functions F defined by a convolution product: $F(n) = \prod_{d|n} g(d)$; where g is an arithmetic function taking values in $(0,1]$ and satisfying some generic conditions. This is mainly motivated by the problem of studying densities of primitive and normal elements over finite fields. In particular, we prove that the density $M_q(n)$ (resp. $P_q(n)$) of normal (resp. primitive) elements in the finite field extension F_{q^n} of F_q are arithmetic functions of (non zero) mean values. We also provide further results on the behaviour of the function $M_q(n)$.