DETALLE DE LA PROPUESTA
GRUPO NÚMERO 618: SISTEMAS DINÁMICOS

El grupo cuenta con más de 35 personas con un fin común, el aporte al desarrollo de la matemática, en particular de los sistemas dinámicos en el Uruguay. En esta presentación se ha separado la parte estrictamente académica de la propuesta, en partes que comprenden las diferentes áreas de estudio y que fueron redactadas por diferentes personas; esta sección, que denominaremos "Desarrollo de la Propuesta" contiene buena parte del texto que distribuído en ítems se sugería para la presentación.

0. Antecedentes.
Este grupo tiene un pasado que se viene forjando desde mediados de la década de los '80. Actualmente, el grupo ha multiplicado sus vínculos internacionales y ampliado sus horizontes de trabajo, hasta el punto de abarcar, con la suma de inquietudes y posibilidades de sus integrantes, un amplio espectro de investigación en sistemas dinámicos. Esta es la segunda presentación del grupo a financiación, los informes de avance y las evaluaciones locales y extranjeras son más que alentadores, pueden encontrarse en la página web del grupo. Nuestra propia evaluación de la conveniencia de la presentación global de un grupo tan numeroso es también muy positiva.

Es de destacar un aspecto que más allá de la subjetividad que implica, es preponderante para el progreso y la sustentación de la calidad de la investigación: la conciencia de grupo de todos sus integrantes.

1. Fundamentación y antecedentes del conjunto de la propuesta.
Esta propuesta reúne un conjunto muy amplio de proyectos plurales y también individuales, que se enmarcan todos dentro del mismo panorama, que versa sobre temas de interés común, y que, a pesar de la creciente especialización necesaria para el desarrollo de la actividad matemática de punta, maneja un conjunto de herramientas y un lenguaje adquiridos a través del tiempo por todos los integrantes del grupo. De esta forma se facilita e incentiva la colaboración entre investigadores de diferentes especialidades, así como se estimula la participación de los estudiantes en la amplitud temática. El movimiento lateral entre los investigadores participantes de la propuesta ha sido y seguirá siendo, como se verá más adelante en el desarrollo general, un denominador común y un propósito constante.

2. Objetivos generales y específicos. Ver en "Desarrollo de la Propuesta".

3. Justificación de la propuesta. Ver en "Desarrollo de la Propuesta".

4. Principales preguntas. Ver en "Desarrollo de la Propuesta".

5. Líneas de investigación a desarrollar. Ver en "Desarrollo de la Propuesta".

6. Estrategia de investigación y actividades específicas. En cada una de las lineas de investigación, las estrategias y metodologías a utilizar serán las habituales en el trabajo matemático. Se revisará la bibliografía relacionada con los temas, en particular los que son más novedosos para los miembros del grupo. La realización de experimentos computacionales es de gran ayuda para formular conjeturas que luego se intentará demostrar rigurosamente. Se debe destacar que la naturaleza de nuestro trabajo hace que una de las mayores necesidades sea el contacto con científicos del primer nivel. Para favorecer estos contactos planeamos participar activamente en Congresos en el exterior y promover la realización de reuniones científicas en el país. También es de suma importancia la visita de profesores radicados en el exterior de reconocida trayectoria, con algunos de los cuales ya se han realizado trabajos conjuntos. Las sucesivas instancias de las investigaciones se expondrán en los Seminarios nacionales del aŕea, en que se confrontarán opiniones y resultados. Los resultados de las investigaciones serán publicadas en revistas arbitradas del mejor nivel según la naturaleza de los artículos. Las actividades específicas incluyen: obtención y estudio de material bibliográfico, participación de seminarios, encuentros, congresos y pasantías para la discusión de ideas, en particular con científicos de otras áreas, obtención y análisis de datos por simulación en computadora, actividad creativa innovadora, síntesis de investigación, presentación en congresos, dictado de cursos de grado y posgrado, orientación de estudiantes, dirección y participación en seminarios, redacción de artículos, edición y distribución de prepublicaciones, y sometimiento de artículos para publicación en revistas arbitradas.

Como actividades específicas pensamos realizar al menos un par de congresos de nivel internacional. El primero de ellos se realizará en el año 2015 en la ciudad de Salto, es una escuela de investigación en sistemas lagrangianos con apoyo CIMPA, su página web es http://www.cmat.edu.uy/cmat/eventos/cimpa-hamiltonian-and-lagrangian-dynamics

Por otro lado, esperamos organizar para el año 2017 un encuentro amplio, abarcando varios de los temas explicados en el desarrollo de la propuesta, y de nivel internacional, como el realizado en agosto del año 2012.

Este Congreso permitirá continuar la buena tradición de realizar periódicamente reuniones de Sistemas Dinámicos en el país, de las cuales las últimas fueron el International Congress on Dynamical Systems, in Memory of José Luis Massera de marzo 2004 y la Escuela Latioamericana (XIV ELAM) de diciembre 2005, el encuentro Surfaces at Montevideo de 2011, y el Congreso Internacional de agosto 2012. La concreción con éxito de estos encuentros constiuirá una buena manera de divulgar en un ambiente de la más alta calidad académica los resultados del equipo, de incrementar los lazos con otros grupos de excelencia y ayudar a colocar a la ciencia uruguaya en el mejor nivel mundial. Se recurrirá a fuentes adicionales para dar tales características a los eventos.

7. Descripción de actividades. Todos los miembros del grupo radicados en el país realizan regularmente actividades de enseñanza de grado en la Facultad de Ciencias y la Facultad de Ingeniería, dictando cursos de las más diversas áreas de la matemática. También orientan estudiantes de grado en sus monografías de fin de

licenciatura. Están también directamente involucrados en los cursos de postgrado de esas Facultades, e.g. Maestría y Doctorado en Matemática y Maestría en Ingeniería Matemática, forman parte de tribunales en estas y otras maestrías y doctorados y dirigen tesis de Postgrado de matemática, en Uruguay y otros países.

En la web del grupo aparece una lista (parcial pero casi completa) de los cursos y seminarios dictados por el grupo desde el 2000. También cabe mencionar que se lleva a cabo un seminario de investigación semanal que comenzó en la década del 80 y ha recibido y recibe investigadores de primer nivel internacional (como se puede apreciar en la página del grupo que tiene lista completa de charlas desde 2005).

Muchos de los miembros del grupo realizan tareas de extensión de diverso tipo: dictando cursos para docentes de otras ramas de la enseñanza, redactando libros de divulgación de su disciplina o dictando conferencias de carácter general. Ver el resto en "Desarrollo de la Propuesta".

8. Personal que participa y personal a contratar. El personal del proyecto incluye varios investigadores con trayectoria consolidada. Como podrá verse en otras partes de este documento, han retornado al país varios de los integrantes del proyecto que en la anterior presentación eran estudiantes y son ahora investigadores entusiastas. Además se ha renovado el grupo de jóvenes participantes, hay un grupo muy valioso de estudiantes de posgrado con diferente grado de avance.

La lista de los investigadores es: E. Catsígeras, M.Cerminara, J. Groisman, N. Guelman, J. Iglesias, J. Lewowicz, E. Maderna, R. Markarian, M. Martínez, R. Muñiz, A. Portela, A. Rovella, M. Sambarino, J. Vieitez. Cada uno de estos encabeza o integra una o más de las líneas de trabajo descritas en el Desarrollo de la Propuesta. Además de ellos, los siguientes investigadores han terminado sus estudios de doctorado en universidades de diferentes países y presentan ambiciosos proyectos de trabajo para los próximos años: Juan Alonso, Diego Armentano, Matías Carrasco, Pablo Guarino, Pablo Lessa, Alejandro Passeggi, Rafael Potrie, Andrés Sambarino y Juliana Xavier.

A lo largo del período de ejecución se espera contratar dos estudiantes avanzados de postgrado en matemática o ciencias afines, para compenetrarse con algunas de las técnicas que se utilizan en las lineas de investigación y colaborar en la organización general del trabajo. A lo largo del período podrían ser dos personas, que se incorporarían al grupo en niveles superiores, además de los jóvenes que ya participan.

9. Equipos y materiales. Se dispone de los locales y equipos del Instituto de Matemática y Estadística "Profesor Ingeniero Rafael Laguardia"(IMERL) de la Facultad de Ingeniería y del Centro de Matemática de la Facultad de Ciencias, así como de sus Bibliotecas, que tienen un catálogo conjunto y reciben apoyo del PEDECIBA, por lo que son consideradas una única Biblioteca. En los últimos lustros debido al incremento de costos del material bibliográfico, una parte de las compras en este rubro se ha hecho con el aporte de los programas y proyectos de financiación ajenas a las tres instituciones nombradas. Dada la importancia que este material tiene para el trabajo matemático se están solicitando ciertos montos para mantener actualizada la Biblioteca. Se dispone también de buenas herramientas de cálculo del cluster de la Facultad de Ingeniería, y de docentes de la Facultad de Ciencias. Por ser un período muy largo, se planea renovar, durane el quinquenio

un buen porcentaje del equipo informático. Los materiales que se propone adquirir son los fungibles habituales (papelería, tintas), los necesarios para las tareas de divulgación que las propias bases preveen y las que se utilizarán en los Congresos mecionados en **7.**

10. Cronograma general de ejecución. Para un programa de largo plazo como es este es complicado brindar un cronograma específico. Detalles de las etapas de los diversos temas de investigación se brindan en el Desarrollo de la Propuesta. Los Congresos aludidos en 7, serán un hito importante de fortalecimiento del grupo como tal.

Es de destacar además lo importante que representa para nuestra área específica el poder contar con recursos para financiar viajes y estadías de estudiantes del grupo a congresos, escuelas y conferencias en el exterior.

11. Beneficios esperados. En general la existencia de grupos de investigación activos, incluyendo los de las area básicas, redunda en la mejoría de la calidad de la enseñanza y los trabajos de asesoramiento. Los resultados que se esperan obtener, los vínculos generados por el desarrollo de las investigaciones y la formación concomitante de recursos humanos, incrementarán areas científicas y técnicas. Respecto de la formación de recursos humanos, el Proyecto cumplirá un papel fundamental no sólo en la consolidación de cuadros más jóvenes, sino en la formación de estudiantes e investigadores en éstas y otras áreas de la matemática. Esto redundaría en un gran beneficio para el desarrollo del grupo de Sistemas Dinámicos. Por tanto hay impactos relacionados con la consolidación de equipos de alta calificación y producción en una rama avanzada y moderna de la disciplina, y su interacción con otros equipos creativos, y concomitantemente, impactos vinculados con la influencia del equipo en la formación de recursos humanos en diversos niveles.

Estrategia de difusión y transferencia de resultados: Es voluntad de los participantes de este Proyecto incrementar las tareas de divulgación con los propósitos de incentivar en estudiantes y docentes la incorporación al trabajo matemático y de extender a otros públicos la importancia de estas investigaciones (cuestión esta en la que algunos de los investigadores tienen experiencia amplia).

12. Referencias. Ver en "Desarrollo de la Propuesta".

DESARROLLO DE LA PROPUESTA

Coherencia dinámica. Participan: M.Sambarino, R.Potrie.

Una herramienta fundamental en la teoría de los sistemas dinámicos ha sido obtener variedades tangentes a ciertas distribuciones. En el caso de un difeomorfismo de Anosov $f : M \to M$ donde el fibrado tangente se descompone en suma de dos

subfibrados invariantes $TM = E^s \oplus E^u$ y donde la acción del diferencial Df contrae exponencialemte vectores de E^s en el futuro y los de E^u en el pasado, estas dos distribuciones E^s y E^u dan lugar a las llamadas foliación estable e inestable respectivamente (y que forman la base de la descripción de la dinámica de f).

En un difeormorfismo parcialemente hiperbólico $f : M \to M$ con estrucutura $TM = E^s \oplus E^c \oplus E^u$ donde la acción en E^s y E^u es como antes pero en E^c no hay un comportamiento uniforme, se sabe que hay foliaciones estable e inestable tangentes a E^s y E^u pero en general no es cierto que haya una foliación tangente a E^c. Se dice que un difeomorfismo parcialmente hiperbólico es dinámicamente coherente si existe una foliación (invariante) tangente a E^c (llamada en ese caso foliación central).

Hay pocos resultados que den condiciones para que un difeomorfismo parcialmente hiperbólico sea dinámicamente coherente. En [Br] se dan condiciones suficientes (aunque restrictivas) para que difeomorfismos *absolutamente* parcialmente hiperbólicos sean dinámicamente coherentes. En variedades de dimensión tres ha habido un gran avance en esta dirección ([BBI_1], [BBI_2], [Pot], [HP_2]).

En [FPS] se prueba que un difeomorfismo parcialmente hiperbólico en el toro $\mathbb{T}^n$ isotópico a un Anosov lineal y en donde la isotopía se realiza a través de difeomorfismos parcialmente hiperbólicos es dinámicamente coherente. En este proyecto de investigación se busca extender este tipo de resultado a otras clases de isotopía (no neceseramiente en la clase de un Anosov) sino también a otras variedades.

Geometría de atractores parcialmente hiperbólicos. Participan: Rafael Potrie y Martín Sambarino, del exterior: Sylvain Crovisier (Orsay)

Mucho trabajo se ha realizado buscando acercarse a la bien conocida conjetura de Palis en topología C^1 (ver [PujSam, Cr]). Aquí, siguiendo la linea comenzada por Crovisier y Pujals (ver [Cr]) en su prueba parcial de dicha conjetura en toda dimensión nos concentramos en el estudio de atractores para dinámicas lejos de tangencias homoclínicas. Nuestro objetivo es mostrar finitud de dichas clases y ya poseemos resultados parciales en esa dirección. Esto está también vinculado con una Conjetura de Bonatti en topología C^1 (ver [Bo]).

Entropía y rotación. (Locales: Alejandro Passeggi, Rafael Potrie, Martín Sambarino)

El objetivo de este proyecto es entender como información topológica de un sistema dinámico se traduce en información sobre su complejidad. En este caso concreto, el objetivo es entender como se relaciona el conjunto de rotación de un homeomorfismo del toro o del anillo con la entropía que este debe poseer. La idea es utlizar técnicas desarrolladas en [Pass]. Un objetivo interesante sería lograr mejorar las cotas obtenidas por Kwapicz en [Kwa].

Teoría de Brouwer. Alejandro Passeggi, Martín Sambarino, Juliana Xavier.
Este proyecto trata de profundizar el conocimiento de la dinámica de homeomorfismos en superficies, teniendo como herramienta fundamental la teoría de Brouwer. Este grupo trabaja en colaboración hace muchos años, desde los estudios de grado

de Passeggi y Xavier. Bibliografía: [XA], [XAV] y [PX]

Endomorfismos en superficies. Participan: Jorge Iglesias, Aldo Portela, Alvaro Rovella y Juliana Xavier.

Este grupo está trabajando en dinámica de endomorfismos de superficies desde el año 2012. Hay dos artículos conteniendo parte de los resultados obtenidos hasta ahora. ([IPRX1] y [IPRX2])

El proyecto consiste en estudiar todos los apsectos dinámicos y topológicos de sistemas no invertibles en superficies, no necesariamente compactas.

1. Clasificación. Desde un punto de vista muy general, este problema consiste en asociar a cada mapa de una amplia clase, un modelo de una clase reducida, cuyos elementos son de algún tipo conocido. La palabra 'asociar' significa encontrar una semiconjugación entre el mapa y el modelo adecuado. Si consideramos la clase de los cubrimientos del anillo abierto, los modelos adecuados a este tipo de mapas son los cubrimientos lineales del círculo. Como se probó en la primera referencia mencionada arriba, no todo cubrimiento del anillo abierto es semiconjugado a alguno de los modelos. Esta dificultad abre nuevos desafíos acerca de cómo clasificar esos ejemplos que no son semiconjugados.

Otro tópico a ser desarrollado es si existe o no un mapa estructuralmente estable en la clase de homotopía de un endomorfismo de Anosov del toro. Este es un problema planteado hace tiempo y de difícil solución.

2. Existencia y tasa de crecimiento de órbitas periódicas. Se trata de dar condiciones para la existencia de puntos periódicos para endomorfismos del anillo abierto. Relacionado a este problema está el problema planteado por Shub que pregunta para qué mapas de grado $d > 1$ de la esfera, la tasa exponencial de crecimiento del conjunto de puntos periódicos de período n es $\log d$. respecto de este asunto, uno de los problemas a investigar es cuales son exactamente los ejemplos de cubrimientos del anillo abierto que no cumplen con el crecimiento exponencial de los puntos periódicos.

3. Teoría de Caratheodory para cubrimientos, teorema de Cartwright-Littlewood para cubrimientos. Estos son dos resultados muy importantes en la teoría de mapas invertibles, cuya generalización a endomorfismos puede constituirse en una herramienta muy útil a la hora de estudiar los problemas planteados en 1 y 2.

Conjuntos C^1 minimales en S^1. Participan: Jorge Iglesias, Aldo Portela.

Para el estudio de un sistema dinámico, es fundamental conocer el conjunto de puntos de acumulación de una órbita. Vamos a considerar homeomorfismos del círculo. Cuando tiene puntos periódicos, su dinámica es sencilla. Por lo tanto siempre vamos a considerar homeomorfismos del círculo sin puntos periódicos. En este caso los puntos de acumulación de una órbita no dependen de la órbita y es llamado el conjunto minimal del homeomorfismo. El conjunto minimal de un homeomorfismo del círculo (sin puntos periódicos) puede ser el círculo (S^1) o un conjunto de Cantor. Fue Denjoy en [D] quién probó que para un difeomorfismo de clase C^2 , el conjunto minimal es S^1. Además, construyó el primer ejemplo de un difeomorfismo de clase $C^{1+\alpha}$, cuyo conjunto minimal es un conjunto de Cantor. Cuando un conjunto de Cantor K es minimal para un difeomorfismo de clase C^1 se dice que el conjunto de Cantor K es C^1-minimal. En 1981, McDuff probó que el conjunto

de Cantor triádico usual no es C^1- minimal. Además, da un conjunto de condiciones tales que si un conjunto de Cantor K satisface dichas condiciones, entonces el conjunto K no es C^1-minimal(ver [M]). Además, en este trabajo, enuncia una conjetura que explicamos a continuación: Sea K un conjunto de Cantor en S^1 y $\{T_j\}, (j \in \mathbb{N})$ el conjunto de los componentes conexas del complemento del conjunto K. Llamamos espectro de K al conjunto ordenado de números λ_i tales que para cada i existe j tal que $\lambda_i = |T_j|$. La conjetura de McDuff dice que si $\frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}} \not\to 1$ entonces el conjunto de Cantor K no es C^1-minimal. En [IP], [IP2] y [P] se generalizan los resultados obtenidos por McDuff y se construyen nuevas familias de conjuntos que no son C^1 -minimales. Otros resultados obtenidos en esta dirección fueron dados por A. Norton ([K1] y [K2]) . En este artículo se definen los conjuntos de Cantor hiperbólicos y los conjuntos de Cantor afines que son una subfamilia de los conjuntos hiperbólicos. Norton demuestra que los conjuntos de Cantor afines no son C^1 minimales y conjetura que los conjuntos de Cantor hiperbólicos no son C^1 minimales. En este proyecto vamos a trabajar en las conjetura de McDuff y Norton.

Transitividad robusta de endomorfismos. Participan: Jorge Iglesias, Aldo Portela. Del exterior: Cristina Lizana (ULA, Venezuela).
Para difeomorfismos en variedades compactas de cualquier dimensión se sabe que robustamente transitivo implica descomposición dominada, pero en el caso de endomorfismos en [HG] and [LP] se dan ejemplos en que los cuales no la hay. Lo que se sabe es que si es robustamente transitivo y no hay descomposición dominda entonces es volumen expanding [LP]. Este último resultado es válido en ausencia de puntos críticos. En el caso de difeormorfismos en superficies compactas, Mañé probó en [M] que robustamente transitivo implica hiperbolicidad. Para endomorfismos, los ejemplos introducidos por Sumi [S], Boalin he y Shaobo Gan [HG] muestran que la hiperbolicidad no es una condición necesaria. Los primeros ejemplos de endomorfismos robustamente transitivo con puntos críticos fueron introducido por Berger y Rovella [BR]. Junto con Cristina Lizana conseguimos dar nuevos ejemplos de endomorfismos transitivos con puntos críticos. Los ejemplos que damos son de mapas en el toro y en diferentes clases de homotopías con conjunto de puntos crítico persistente. Nuestro objetivo a largo plazo es conseguir los resultados análogos (o contraejemplos) a los obtenidos para endomorfismos sin puntos críticos.

Billares. Participan: Roberto Markarian. Del exterior: Vladas Sidoravicius (IMPA, Brasil), Fabio Tal (USP, Brasil), María Eulalia Vares (UFRJ, Brasil), Leonardo Rolla (UBA, Argentina), Gianluigi del Magno (UTL, Lisboa), Aubín Arroyo (UNAM, Cuernavaca), David Sanders (UNAM, Ciudad de México).
Antecedentes y justificación:
La ejecución de este proyecto intentará avanzar en tres líneas de investigación íntimamente relacionadas con los sistemas dinámicos que modelan movimientos de discos o bolas con movimiento libre entre sus choques y distintos tipos de leyes de choque. Se trata del estudio de propiedades de hiperbolicidad (ergódicas y topológicas) de sistemas con choques elásticos (billares clásicos), con choques donde las leyes de reflexión son modificadas para simular distintos tipos de movimientos del borde y con choques cuyas salidas tienen pequeñas perturbaciones aleatorias.

Las técnicas iniciales para estudiar los tres tipos de fenómenos son diferentes y los resultados a obtener son de índole diversa. En los dos primeros casos se utilizan

ciertos tipos particulares de formas cuadráticas o conos definidos en el espacio tangente, que al evolucionar por la transformación derivada permiten asegurar la existencia de exponentes de Liapunov no nulos en casi todo punto, o la satisfacción de una forma débil de hiperbolicidad, denominada descomposición dominada (y por tanto la existencia de ciertos tipos de atractores). En el último se utilizan elementos de dinámica topológica y de técnicas de acoplamiento.

Respecto de los billares clásicos, luego del trabajo seminal del Sinai [**?**], la teoría ergódica de billares tomó una gran importancia con los trabajos de la escuela rusa en la década de los 70 y los que se desarrollaron posteriormente, constituyéndose en un fértil campo interdisciplinario con la mecánica estadística y otras ramas de la física.

Una parte de la obra de R. Markarian está dedicada a esta temática, como surge de la lista de publicaciones y otras actividades científicas que constan en su curriculum. En particular, con N. Chernov, ha escrito un manual en la que se desarrollan las técnicas fundamentales para el estudio de propiedades caóticas de billares [CM06]. Se trata de una versión muy expandida y corregida de diversas obras de los mismos autores, editadas por Longman (1993), IMCA, Lima (2001), XVIII Escuela Venezolana de Matemática, Caracas (2005), e Introduction to the ergodic theory of chaotic billiards, 2nd. Edition, corrected and enlarged, IMPA, Rio de Janeiro, 208 pp (2003). Otras obras generales sobre billares son [KT91] y [**?**].

En relación con billares no elásticos (ángulo de salida distinto al de entrada) se espera seguir estudiando la estructura de los atractores en billares poligonales.

La descripción anterior indica que las investigaciones que se realizarán están en el centro de los estudios de dinámicas desordenadas, que han tomado un papel relevante en los estudios formalizados de diversas disciplinas que van de la física y la ingeniería a la economía. La revisión bibliográfica se hace en la Sección Antecedentes del equipo de trabajo; los detalles de ubicación de los trabajos en Referencias Bibliográficas.

Antecedentes del equipo de trabajo:

Sobre los dos primeros temas R. Markarian ha desarrollado una gama extensa de pesquisas y se espera obtener resultados más avanzados.

La colaboración con Gianluigi del Magno comenzada hace algo menos de 10 años permitióla elaboración del trabajo [DMM03], que podría ser considerado como un bosquejo del que se propone culminar en esta instancia. El trabajo es de largo aliento por sus dificultades técnicas y se han culmindo dos trabajos, [DMM13-1], [DMM13-2]. Se trata de dar una descripción muy amplia de billares planos que satisfacen propiedades de gran desorden dentro de la jerarquía ergódica. Para ello se han dado nuevas versiones de teoremas de ergodicidad local que permitan analizar los diversos casos que se presentan en una clase muy amplia de billares planos con exponentes de Liapunov nulos [DMM13-1] .

En relación con billares no elásticos, el grupo de investigación formado por Enrique Pujals, Martín Sambarino y R. Markarian dió los fundamentos para el estudio de propiedades de descomposición dominada y se han realizado diversas aplicaciones y búsqueda de ejemplos en trabajos en colaboración de RM con matemáticos de la UNAM, México y de la UFMG, Brasil [AMS09], [AMS12] y [MOP12].

En relación con los billares aleatorios se ha dado la conjunción de probabilistas (Rolla, Sidoravicius, Vares), un especialista en dinámica topológica y Roberto Markarian, analizando temas en los que hay pocos resultados relevantes.

Objetivos específicos:

1. Probar la existencia de clases amplias de mesas de billar planas que satisfacen la propiedad Bernoulli, utilizando los resultados del Objetivo 1 y realizando un estudio muy detallado de la dinámica de billar correspondiente.
2. Dar descripciones más precisas de los atractores en billares poligonales no elásticos.
3. Se espera obtener resultados de acoplamiento en billares con pequeñas perturbaciones aleatorias cuyo billar elástico es no caótico (mesas convexas).

Sistemas dinámicos y teoría ergódica. Participan: E.Catsigeras, H.Enrich, M.Cerminara. Del exterior: Yun Zhao. Investigación de propiedades ergódicas sistemas de clase C1 y C0. Por ejemplo: describir lo más ampliamente posible qué medidas satisfacen la fórmula de Pesin en difeomorfismos con no mayor diferenciabilidad que C1. En colaboración con H. Enrich, M. Cerminara y Yun Zhao (Department of mathematics, Soochow University, Jiangsu, China. Actualmente haciendo PostDoc con Ya. Pesin) Antecedentes y bibliografía reciente [CZ], [CCE]

Aplicaciones de los Sistemas Dinámicos a Neurociencias y Bio-ingeniería. Ejemplos: estudio de dinámica asintótica, sincronización y otras propiedades dinámicas, de modelos matemáticos de redes neuronales biológicas o de redes de inteligencia artificial. En colaboración con P. Guiraud (Univ. Valparaíso, Chile), A. Mayroneinc (Inst. Venezolano de Investigaciones Científicas), E. Ugalde (Univ. San Luis de Potosí, Mexico) y Hans Braun (Neurodynamic Arbeitsgrupe. Philipps Universitat, Marburg, Alemania).

Antecedentes y bibliografía reciente [C], [CG]

En el año 2014 está previsto iniciar el Seminario de Neurodinámica para estudiantes, y grupo de estudio en el IMERL en aplicaciones de los sistemas dinámicos. Se espera la posible participación, entre otros, de Cecilia Mezzera, Pilar Lorenzo, Florencia Cubría, y Santiago Martinchich.

Cociclos de difeomorfismos sobre dinámicas hiperbólicas. Participan: Rafael Potrie. Del exterior: Alejandro Kocsard (UFF)

El objetivo es extender los resultados acerca de cohomología dinámica sobre dinámicas hiperbólicas ([Liv] [dLMM]) a cociclos tomando valores en otros grupos topológicos no necesariamente abelianos. El reciente resultado de Kalinin ([Kal]) extiende esto a grupos de Lie generales pero pocos resultados son conocidos para grupos de dimensión infinita. El proyecto que tenemos con Kocsard es estudiar estos problemas para grupos de dimensión infinita que son particularmente relevanes en las áreas de rigidez de acciones de lattices de rango superior, a saber, grupos de difeomorfismos de variedades (ver [KaNi]). Tenemos resultados parciales altentadores y buscaremos extenderlos hasta donde sea posible.

Clasificación de difeomorfismos parcialmente hiperbólicos. (Local: Rafael Potrie, Afuera: A.Gogolev, A. Hammerlindl, K. Parwani) El problema de clasificación de difeomorfismos parcialmente hiperbólicos en dimensión 3 surge de una conjetura de Pujals (2001) (ver [BW] [BI] [Pot_2] [RHRHU]). Recientemente, Rafael Potrie y Andy Hammerlindl han avanzado en la dirección de esta clasificación obteniendo resultados completos para variedades cuyo grupo fundamental no es muy grande (ver [Pot] [HP] [HP_2]).

El proyecto es extender esta clasificación a otras 3-variedades, particularmente aquellas que son fibrados en círculos sobre superficies de género mayor. Para esto puede resultar relevante interactuar con el incipiente subgrupo de especialistas en teoría geométrica de grupos con el que contamos en nuestro grupo. También se pretende estudiar resultados de clasificación en dimensiones superiores bajo algunas suposiciones (por resultados de ese estilo, ver por ejemplo [FPS] [Go]).

Medidas físicas con cuencas mezcladas. (Local: Rafael Potrie, del exterior: C. Bonatti) Una famosa construcción de I. Kan ([Kan], [BDV] Capítulo 11) muestra que es posible que dos medidas hiperbólicas cuyas cuencas estadísticas tienen medida positiva (llamadas también medidas SRB) pueden tener cuencas que se mezclan (cada una es densa y con medida positiva en todo abierto que la otra lo es). Desde ese momento se han construido ejemplos en dimensiones mayores que poseen más de 2 cuencas con está propiedad pero en dimensión 3 la existencia de tales ejemplos era aún no sabida. Junto con C. Bonatti tenemos un proyecto parar construir tales ejemplos.

Invariantes de quasi-simetría. (Locales: Matias Carrasco)
El objetivo principal de este proyecto de investigación es el estudio de invariantes de quasi- simetría de un espacio métrico compacto X. Se trata de una disciplina en la interfase entre el análisis en espacios métricos, la teoría geométrica de grupos, y la dinámica conforme. El marco subyacente es el de la geometría quasi-conforme de un espacio métrico [B06, Haiss08, Hei01, Kle06, MT10]. La motivación principal proviene del estudio del borde al infinito de un grupo Gromov-hiperbólico [Gro87]. Se busca estudiar la interacción entre la geometría de un grupo hiperbólico y las propiedades analíticas de su borde al infinito. Un problema central es el de encontrar una métrica 'preferida' en el borde de un grupo o espacio Gromov-hiperbólico dado. La idea principal es mostrar que estas métricas preferidas minimizan ciertas cantidades analíticas, las cuales pueden ser relacionadas con objetos combinatorios más tratables ([Ca]).

Representaciones de grupos por homeomorfismos en dimensiones bajas. Integrantes del grupo: Juan Alonso, Marcos Barrios, Joaquin Brum, Nancy Guelman, Ignacio Monteverde, Juliana Xavier, y Bruno Yemini. En colaboración con profesores del extranjero: Christian Bonatti, Isabelle Liousse, Andrés Navas, Cristobal Rivas, y Hyungryul Baik.

El proyecto es estudiar representaciones de grupos por homeomorfismos. Una de sus facetas es la "teoría de rigidez", una versión no lineal de la teoría de representaciones, donde uno busca entender la naturaleza de las obstrucciones para la existencia de acciones de grupo (fieles) en espacios de fase específicos. En particular,

nos interesamos en el grupo $BS(1, n)$ (y algunas generalizaciones de éste) actuando en dimensiones bajas.

También consideramos grupos más generales actuando en el círculo. Se ha probado que la clase de conjugación de cualquier homeomorfismo del círculo es densa en el conjunto de homeomorfismos con el mismo número de rotación.([BG]). Se quiere estudiar si sucede lo mismo para algunos grupos que actúan en el círculo.

También se quiere investigar los grupos que actúan en el círculo preservando laminaciones. Se probó que un grupo que preserve tres laminaciones transversas debe ser Fuchsiano [Bai]. Se intenta obtener una clasificación de los grupos que actúan preservando dos laminaciones transversas, especialmente en el caso de grupos hiperbólicos.

Flujo de Ricci en Laminaciones y el teorema de uniformización. Participan: R.Muñiz, del exterior Alberto Verjovsky, del departamento de matemática de la UNAM, Cuernavaca, México.
Es bien conocido el teorema de uniformización para laminaciones por superficies hiperbólicas demostrado en [Can], y su imposibilidad en el caso parabólico [Gh]. Un tema bastante relevante en el estudio de las laminaciones es qué tan regular es la uniformización en la dirección transversal. En colaboración con Alberto Verjovski estamos estudiando la posibilidad de utilizar el conocido *flujo de Ricci* para demostrar que en el caso de una foliación por superficies hiperbólicas la uniformización es diferenciable. Se han obtenido algunos resultados parciales, si bien el problema medular, que atañe la utilización de las técnicas típicas del flujo de Ricci para controlar la evolución de las derivadas transversales de la curvatura (éstas deben tender a cero suficientemente rápido), aun queda pendiente.

Métodos variacionales en dinámica conservativa. Participantes : Ezequiel Maderna del exterior: Albert Fathi (ENS Lyon), Alain Chenciner (Observatoire de Paris), Susanna Terracini (Universitá di Torino), Mario Jorge Dias Carneiro (UFMG Brasil).

Desde que se obtuvo la estimación Holder para el potencial de acción para el problema de N-cuerpos en [Mad1] resultó natural el planteo de los análogos para este problema de la teoría de Aubry-Mather y de la teoría KAM débil desarrollada en los últimos 15 años para sistemas hamiltonianos de Tonelli (regulares, estrictamente convexos y superlineales) en variedades compactas. Las principales diferencias en este nuevo contexto para estas teorías son, además de la no compacidad del espacio de configuraciones, la presencia de singularidades (por ejemplo colisiones) y la no completitud del flujo debido a las singularidades.

Sin embargo, no han cesado los avances en esta dirección y en particular se han obtenido nuevos resultados sobre el clásico y paradigmático problema de N cuerpos. En los trabajos de da Luz con Maderna [LM] y de Maderna con Venturelli [MV] se obtuvo la abundancia de movimientos completamente parabólicos. Por otra parte la comprensión de la dinámica en el nivel de energía crítico resulta fundamental para el estudio de órbitas con colisiones (que como es sabido, desde que hay más de tres cuerpos, son las que generan sensibilidad respecto a las condiciones iniciales).

Un enfoque moderno de este desarrollo deberá incluir naturalmente la reducción de las simetrías naturales del sistema. En marzo de 2014 un estudiante de Mario

Jorge Dias Carneiro (UFMG, Brasil) defendió su tesis de doctorado en la que estableció de forma análoga las estimaciones Holder para problemas de N cuerpos en un espacio curvado con curvatura no positiva. La utilización del teorema de Hadamard y teoremas de comparación de Rauch permitieron establecer entonces la teoría KAM débil en estos espacios de configuraciones, y en particular estudiaron en detalle el problema de tres cuerpos en el disco hiperbólico reduciendo las simetrías. Estos avances motivaron la construcción de una teoría de Aubry-Mather relativa, es decir luego de efectuar la reducción simpléctica de las simetrías. En el contexto euclidiano, Maderna probó en [Mad2] que todas las soluciones globales de la ecuación de Hamilton-Jacobi del problema Newtoniano de N cuerpos son invariantes por traslaciones, lo cuál no ocurre respecto al grupo de rotaciones (grupo ortogonal). En dicho trabajo las soluciones invariantes por traslaciones son caracterizadas por el hecho de que sus curvas características corresponden todas a movimientos con centro de gravedad constante. Otro problema natural es el clásico problema del spin infinito. Desde hace mucho tiempo se pretende saber si los movimientos completamente parabólicos (ya sea en el infinito o en una colisión total) pueden tener una configuración normalizada que no sea convergente a una configuración central dada. A pesar de que en los años sesenta esto fue anunciado como imposible por ciertos autores, la comunidad especializada en el tema considera que el problema sigue abierto. Un trabajo en curso de colaboración entre Maderna, Susanna Terracini (Torino) y Vivina Barutello (Torino) pretende establecer la existencia de la forma límite para movimientos que además de ser completamente parabólicos son minimizantes a tiempo libre de la acción lagrangiana (có mo las trayectorias que calibran a las soluciones KAM débiles), habiendo ya establecido el resultado bajo algunas hipótesis particulares, que incluyen el caso de tres cuerpos de igual masa por ejemplo.

Finalmente, cabe destacar que en su trabajo más reciente [Mad3], Maderna estableció que la ecuación crítica de Hamilton-Jacobi del problema newtoniano de tres cuerpos no admite soluciones de clase C^1. Esto parece claramente ligado al hecho que el problema no sea completamente integrable. Si bien esto último ya era conocido por Poincaré cuando se pide que las integrales del movimiento sean funciones reales analíticas, este enfoque permitiría probar la no integrabilidad en la clase más amplia posible es decir en la clase C^∞. Estos desarrollos están siendo abordados por Maderna y Chenciner (Paris VI y Observatorio de Paris). El mismo desarrollo resulta factible para el problema de N centros, vinculado al modelo físico del movimiento de un electrón en ciertas moléculas y en problemas de ingeniería vinculados al control de satélites espaciales. En estos problemas se conocen resultados sobre la integrabilidad completa desde algunos trabajos de Euler (dos centros en el plano), Jacobi (N centros alineados en el espacio) y en el caso general se cuenta con los aportes recientes de Knauf y de Bolotin y Negrini de principios de este siglo.

Objetivo general:

Constituir en Montevideo un equipo estable de investigadores especializados en métodos variacionales, en particular aplicados a problemas de mecánica celeste, que interactúe con matemáticos de la región y del mundo, para lo cual se ha dispuesto la realización de una escuela de investigación con el apoyo del CIMPA en marzo del 2015 en la ciudad de Salto:
http://www.cmat.edu.uy/cmat/eventos/cimpa-hamiltonian-and-lagrangian-dynamics

Objetivos específicos dentro de las lineas de investigación en desarrollo:

1) Establecer la imposibilidad de spin infinito para movimientos completamente parabólicos minimizantes. 2) Caracterización de las soluciones invariantes por rotaciones de la ecuación crítica de Hamilton-Jacobi. 3) Estudio de las funciones de Busemann críticas y aplicaciones a la existencia de movimientos doblemente parabólicos heteroclínicos. 4) Estudio de la integrabilidad completa en la clase diferenciable de algunos problemas gravitacionales.

Alternativas a la expansividad y dinámica de la aplicación tangente. Local: Jose Vieitez, Colaboradores: Maria Jose Pacífico Cuando una propiedad de un sistema persiste a perturbaciones, usualmente esto se ve reflejado en propiedades de la aplicación tangente de este. En muchos casos, esta información al nivel de la derivada puede ser utilizada para recuperar nuevas propiedades del sistema original. Es de particular interés estudiar propiedades robustas que puedan ser detectadas por un observador impreciso y es por lo cual generalmente uno se interesa por propiedades como la expansividad y dado que la expansividad puede ser muy exigente, uno a veces reduce los requerimientos de forma tal de poder comprender un grupo más grande de sistemas (ver [PV, FDPV] por algunos ejemplos de esta interacción. Uno de los objetivos para este período es profundizar en estos aspectos logrando comprender más propiedades robustas y su interacción con la dinámica de la aplicación tangente.

Representaciones de grupos hiperbólicos. Andrés Sambarino. Del exterior: R. Canary, M. Bridgeman y F. Labourie.
En un trabajo reciente de los cuatro mencionados, se construye una métrica Riemanniana en el espacio de las representaciones convexas e irreducibles de un grupo hiperbólico en el grupo de las transformaciones lineales que preservan volumen de un espacio vectorial real d-dimensional.

Un paso fundamental para la construcción de esta métrica es encajar este espacio de representaciones en el espacio de observables (con cierta normalización) sobre un flujo de Anosov. El formalismo termodinámico sobre el flujo de Anosov, dota a este último espacio de una geometría natural, conocida como la métrica de la presión, sorprendentemente poco estudiada.

Varias preguntas naturales surgen, como por ejemplo, entender las geodésicas y su significado dentro del espacio de las representaciones, calcular la curvatura, entender el grupo de isometrías de esta métrica.

Homeomorfismos expansivos. Participan: Jorge Groisman, José Vieitez, Alfonso Artigue. Del exterior: Paulo Varandas, Zbigniew Nitecki, Samuel Gomez.
Conjetura de Mendes respecto a los difeomorfismos de Anosov en el plano. Es un trabajo en colaboración de Groisman con Nitecki. Se ha obtenido algún acercamiento a la respuesta lo que resultó en la siguiente publicación: [GN]

Motivados por ejemplos de Besicovich de transitivos en el plano, Groisman y Vieitez buscan determinar la existencia o no de transitivos y expansivos en el plano. La investigación ya realizada dio lugar a [GV].

Groisman, Vieitez, Artigue y Varandas (Universidad Federal de Bahia), buscan una descripcion de los Continuum-Wise expansive homeomorphisms.

Groisman y Gomez (UFBA) (quien se dedica a la teoria de conjuntos y topologia) procuran encontrar vínculos entre los sistemas dinámicos discretos y los ultrafiltros.

Alguna referencia bibliográfica en esa dirección: Topolgy Proceedings, Ultrafilters: where topological dynamics=Algebra=Combinatorics, Vol18, 1993

Dinámica de acciones de grupos unipotentes. Participan: Matilde Martinez. Del exterior: Alberto Verjovsky, Fernando Alcalde y Françoise Dal'Bo.
En una serie de trabajos ya considerados clásicos en la teoría ergódica, Marina Ratner estudiólas propiedades topológicas y ergódicas de las acciones de grupos unipotentes de un grupo de Lie semisimple G en cocientes de G. Así, generalizónumerosos teoremas (de Hedlund, Furstenberg, Dani et al) sobre la dinámica del flujo horocíclico en superficies hiperbólicas, con técnicas novedosas que permitieron resolver, entre otros problemas, la famosa Conjetura de Oppenheim que fue demostrada por Margulis en 1989.

Los trabajos de Ratner siempre parten de una acción transitiva del grupo G en un cierto espacio. Nosotros estamos comenzando con el estudio de la dinámica de subgrupos unipotentes de G en espacios en los que G actúa de forma localmente libre y no transitiva sino minimal. La dificultad de esto radica en que la holonomáıa de la foliación dada por las G-órbitas permite utilizar las técnicas de Ratner sólo en casos muy particulares. En el caso de $G = PSL(2\mathbb{R})$ (correspondiente al flujo horocíclico de superficies en el caso de la acción transitiva), ya se han enviado a publicar trabajos de Matilde Martínez y Alberto Verjovsky, y de Fernando Alcalde y Françoise Dal'Bo (que colaboran con investigadores de nuestro grupo). Independientemente, John Smillie (de la Universidad de Cornell) y Barak Weiss (de la Universidad de Tel Aviv) han estudiado la dinámica del subgrupo unipotente de $SL(2, \mathbb{R})$ en el espacio de moduli de las diferenciales cuadráticas de área 1 sobre superficies.

Foliaciones. Participan: Pablo Lessa, Matías Carrasco. Del exterior: Sebastién Alvarez, François Ledrappier.
En la parte geométrica de la tesis de doctorado de Lessa se estudian los límites posibles de una sucesión de hojas de una foliación compacta en la topología Gromov-Hausdorff puntuada (ver [Les13]).

Otros resultados de su tesis son más de tipo probabilístico. Trabajos análogos han sido publicados en el caso de caminatas en grafos aleatorios Itai Benjamini y Nicolas Curien donde se plantea el problema de equivalencia entre entropía nula y la propiedad de Liouville (ver [BC12]). En colaboración Lessa y Carrasco han adaptado las técnicas de la tesis del primero para resolver este problema. Actualmente trabajan en la construcción de ejemplos con entropía positiva en el que las funciones armónicas acotadas sean sólo las constantes.

Junto con Sebastién Alvarez (que ya tiene aprobados fondos del IFUM para colaboración con Lessa en Montevideo) trabajamos en la identificación del espacio de Teichmuller (métricas de curvatura -1 a lo largo de las hojas consideradas a menos de isotopías de la identidad que preservan las hojas) de una familia concreta de foliaciones llamadas foliaciones de Hirsch.

Lessa con F.Ledrappier han comenzado a explorar la posibilidad de adaptar a foliaciones resultados de Blanchere, Mathieu, y Haissinsky que relacionan invariantes asintó ticos (velocidad de escape y entropía, ver [BHM11]) con la dimensión de Hausdorff de ciertas medidas en el borde de un grupo hiperbólico.

Rigidez de mapas críticos del círculo. Pablo Guarino, Colaboradores externos: Wellington de Melo, Marco Martens, Kleyber da Cunha.
Una conjetura de O. Landford predice que dos mapas críticos suficientemente regulares del circulo con igual número de rotación irracional satisfaciendo una condición aritmética son conjugados por medio de una conjugación diferenciable. Esta conjetura fue corroborada en [Gua] por medio del estudio detallado del operador de renormalización actuando en los mapas críticos con combinatoria acotada y utilizando técnicas en la interfaz del analisis real y complejo como las extensiones asintoticamente holomorfas o el Teorema de Ahlfors-Bers (ver también [deFdeM1, deFdeM2, KhTe, Yam]). En vista de trabajos anteriores en el caso analítico, particularmente debidos a de Faria-de Melo es natural esperar que las condiciones aritméticas pueden ser fuertemente eliminadas obteniendo resultados similares. Esto involucraría comprender mejor las propiedades de los operadores de renormalización para poder reducir el problema al ya resuelto en el caso analítico. Uno de los objetivos en este proyecto es el de intentar mejorar estos resultados lo cual daría una mejor comprensión de las propiedades geométricas de dichos mapas cuya relevancia trasciende la matemática pura por sus vínculos con problemas físicos (ver [Gua] por referencias relevantes). También es de interés comenzar a tratar el caso de mapas críticos con más de un punto con derivada nula.

Conjuntos de rotación y dinámica de homeomorfismos del toro (Local: Alejandro Passeggi) En el estudio de la dinámica de homeomorfismos del toro, hay dos problemas claves que se destacan: Por un lado, comprender los efectos dinámicos que tiene poseer ciertos conjuntos de rotación y por otro, saber que conjuntos de rotación son posibles. En el trabajo [Pass] se estudió el segundo problema desde la perspectiva de aproximar los homeomorfismos por difeomorfismos Axioma A y reducir los problemas a el estudio de shifts de tipo finito. Es razonable pensar que este enfoque pueda tener más aplicaciones y en general para aplicarlo dos tipos de problemas surgen: Uno de ellos es el de comprender las propiedades dinámicas de los difeomorfismos Axioma A en función de sus conjuntos de rotación (que por como es presentado el enfoque, este debería ser el problema más simple) y por otro lado entender que propiedades pasan al límite cuando hacemos esta aproximación. En principio, los primeros años sería una buena idea intentar testear esta idea para recuperar resultados ya conocidos utilizando este enfoque y de esa forma estar pronto para en los últimos años del proyecto aplicarlo a nuevos problemas que aún no sabemos responder.

Complejidad Algorítmica en Análisis Numérico. Participan Diego Armentano. Del exterior: Carlos Beltrán (Univ. de Santander), Felipe Cucker (CityU Hong Kong), Michael Shub (CUNY).

La complejidad de un algoritmo se puede definir como el número de operaciones aritméticas requeridas para pasar del input al output. El objetivo de este proyecto es profundizar nuestro entendimiento sobre la complejidad de ciertas variantes del *Método de Newton*, denominado *métodos homotópicos*, para encontrar una raíz de un sistema de ecuaciones polinomiales (c.f. [Sma00], [BCSS]). Especial énfasis vamos a poner en la complejidad del problema de valores propios.

Antecedentes:

Los objetivos de este proyecto puntual están en la linea de las siguientes publicaciones de integrantes del proyecto: [A14], [ASh], [ABS], [AC]. Otras referencias importantes: [Sma81], [BCSS], [ShS3], [ShS1], [ShS2], [ShS96], [Sh], [BP], [BC].

Objetivos

- Probar que ciertos métodos homotópicos tienen complejidad media polinomial en el tamaño del input para el caso del problema de valores propios (cf. [A14], [AC]).
- Estimar los volúmenes de las cuencas de atracción generadas por los métodos de homotopía descritos en [ASh].
- Continuar con el estudio de la homotopía sugerida en [ASh] con el objetivo (a largo plazo) de aproximarnos a dar una respuesta al problema 17 de Steve Smale (ver [Sma00].

Estudiantes. Hay varios estudiantes que ya son integrantes del grupo. Con una excepción, todos están realizando sus estudios en el país, orientados por investigadores del grupo.

Son cinco de doctorado, cinco de maestría y cinco estudiantes por terminar la graduación. Estudian el doctorado en la Universidad de la República Adriana da Luz, Alfonso Artigue, Joaquín Brum e Ignacio Monteverde, mientras Carolina Puppo es estudiante de la UFF en Rio de Janeiro. Los cuatro nombrados en primer término presentan sus proyectos de tesis, a continuación los resúmenes:

Campos con singularidades y transitividad robusta. Adriana da Luz. Orientador Martín Sambarino.
En el estudio de los sistemas dinámicos, las propiedades de los sistemas que persisten al alterar en pequeña medida nuestro sistema (propiedades robustas) son de particular interés, ya que un observador no puede distinguir entre dos sistemas muy cercanos, pero si la propiedad es robusta podrá ser observada de todos modos. Los conjuntos transitivos pueden ser vistos como piezas en las cuales se descompone la dinámica de un sistema. Por esto el estudio de la dinámica de los conjuntos robustamente transitivos de gran relevancia. Un ejemplo particularmente complejo es el de los atractores de Lorenz. En los 90 Morales, Pacífico y Pujals ([MPP]) hacen un gran avance en el entendimiento de estos conjuntos en dimensión 3. Prueban que los conjuntos robustamente transitivos en dimensión 3 son atractores o repulsores y son esencialmente como el atractor de Lorenz. Desde entonces se han hecho muchos esfuerzos por entender como son los conjuntos robustamente transitivos en dimensiones mayores. En este contexto aparecen variedad de nuevos fenó menos y hay otros tantos que se sospecha que podrían aparecer ([AAS], [BLY], [GWZ]). De todas formas es claro que tanto las herramientas existentes como los ejemplos disponibles no son suficientes para dar un panorama global de las posibilidades en este contexto. Muchas de las preguntas naturales de este problema siguen parcial o totalmente sin respuesta. El tipo de preguntas que abordaremos:
Estudiar la estructura de los conjuntos que contienen singularidades y son robustamente acumulados por órbitas periódicas hiperbólicas.
¿Existen atractores robustos con singularidades de distinto índice?
¿Existen atractores robustos que no sean singularmente hiperbólicos?

Grupos de Baumslag-Solitar generalizados. Joaquín Brum. Orientadores: Miguel Paternain y Juan Alonso.
1) Estudiamos una familia particular de grupos llamada grupos de Baumslag-Solitar generalizados (GBS) (ver [For], [Alo]). Este familia de grupos generaliza los grupos de Baumslag-Solitar (BS) desde el punto de vista de la descomopsición en grafo de grupos (http://es.wikipedia.org/wiki Grafodegrupos). Más precisamente, un grupo GBS es el grupo fundamental de un grafo de grupos en el que todos los grupos vértice y arista son cíclicos infinitos. Nuestro trabajo consiste en estudiar la clausura de los GBS dentro del espacio de grupos marcados, extendiendo los resultados en [GS]. En el siguiente artículo Yves Stalder estudia el problema de calcular la clausura de las marcaciones habituales de los grupos de Baumslag Solitar clásicos en el espacio de grupos marcados http://arxiv.org/pdf/math/0403241v3.pdf

Expansividad robusta. Alfonso Artigue. Orientadores: José Vieitez y María José Pacífico (UFRJ, Brasil).
Estudiar sistemas caó ticos con alguna forma de expansividad, tanto en tiempo discreto como en tiempo continuo. En particular la N-expansividad robusta de difeomorfismos de superficies. La N-expansividad fue introducida recientemente por C. Morales [M] para homeomorfismos. Nosotros pretendemos estudiar la robustez en la topología C^2. En trabajo conjunto con M. J. Pacífico y J. Vieitez [APV] se estudió la N-expansividad de homeomorfismos de superficies mostrando que ésta no coincide con la expansividad si hay puntos errantes. Se espera encontrar difeomorfismos con puntos errantes que sean robustamente N-expansivos pero no expansivos.

Grupos de homeomorfismos. Ignacio Monteverde. Orientadores Nancy Guelman y Andrés Navas(Chile).
Su proyecto es estudiar los grupos de homeomorfismos afines a trozos del círculo. Este es un tema tremendamente extenso e interesante desde la dinámica y el álgebra. Por ejemplo, intentar saber si el grupo $PL(S^1)$ contiene elementos distorsionados.

Los estudiantes de **maestría** son Marcos Barrios, Mario Shannon, Emiliano Sequeira, Bruno Yemini y Pilar Lorenzo. Todos realizan su posgrado en el país, con orientadores del grupo.
Los estudiantes de **grado** que participan de una forma u otra son Santiago Martinchich, Cecile Mezzera, Florencia Cubría, Luis Piñeyrúa y María Magdalena Rubio.

Referencias

[Alo] J. Alonso. JSJ decompositions of Quadratic Baumslag-Solitar groups. Alg. and Geom. Topology 12 (2012), pp 2027-2047.

[AAS] Vitor Araujo, Alexander Arbieto y Luciana Salgado Dominated Splittings for Flows with singularities Nonlinearity 26 (2013) 2391-2407.

[A14] D. Armentano, Complexity of Path-Following Methods for the Eigenvalue Problem. Foundation of Computational Mathematics. April 2014, Volume 14, Issue 2, pp 185-236

[ABS] Armentano D., Beltrán C., Shub M., Minimizing The Discrete Logarithmic Energy On The Sphere: The Role Of Random Polynomials. Transaction of the American Mathematical Society v. 363 6 , p. 2955-2965,(2011).

[AC] D. Armentano, F. Cucker, A Randomized Homotopy for the Hermitian Eigenpair Problem. Sometido a Foundations of Computational Mathematics.

[ASh] D. Armentano, M. Shub, Smale's Fundamental Theorem of Algebra Reconsidered. Foundations of Computational Mathematics February 2014, Volume 14, Issue 1, pp 85-114.

[APV] A.Artigue, M.J.Pacifico, J.L.Vieitez. N-expansive homeomorphisms on surfaces, (2013), preprint.

[AMS09] A Arroyo, R. Markarian, D. Sanders. Bifurcations of periodic and chaotic attractors in pinball billiards with focusing boundaries. Nonlinearity 22 (2009), 1499-1522.

[AMS12] A Arroyo, R. Markarian, D. Sanders: Structure and evolution of strange attractors in non-elastic triangular billiards. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science 22 10.1063/1.4719149 (2012)

[Bai] H. Baik, Fuchsian Groups, Circularly Ordered Groups, and Dense Invariant Laminations on the Circle. arXiv:1308.3022

[BP] C. Beltrán and L. M. Pardo, Fast linear homotopy to find approximate zeros of polynomial systems. Found. Comput. Math. 11 (2011), no. 1, 95–129

[BC12] Itai Benjamini and Nicolas Curien. Ergodic theory on stationary random graphs. Electron. J. Probab., 17:no. 93, 1–20, 2012.

[BR] P. Berger, A. Rovella.On the inverse limit stability of endomorphisms. Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 30 (2013), no. 3, 463–475.

[Bes] M. Bestvina, M. Feighn. Hyperbolicity of the complex of free factors. arXiv:1107.3308 (2011).

[BR] M. Bestvina, P. Reynolds. The boundary of the complex of free factors. arXiv:1211.3608 (2012).

[BHM11] Sebastien Blanchere, Peter Haissinsky, and Pierre Mathieu. Harmonic measures versus quasiconformal measures for hyperbolic groups. Ann.Sci.Ec.Norm.Super. (4), 44(4):683–721, 2011.

[BCSS] L. Blum, F. Cucker, M. Shub, and S. Smale, Complexity and real computation, Springer-Verlag, New York, 1998.

[BG] C. Bonatti, N. Guelman. Smooth Conjugacy classes of circle diffeomorphisms with irrational rotation number. Aceptado para publicación en Fundamenta Math.

[BLY] Christian Bonatti, Ming Li and Dawei Yang A robustly chain transitive at- tractor with singularities of different indices, Journal of the Institute of Mathe- matics of Jussieu, 12, pp 449-501.

[Bo] C. Bonatti, Towards a a global view of dynamical systems, for the C^1-topology. Ergodic Theory Dynam. Systems 31 (2011), no. 4, 959–993.

[BDV] C. Bonatti, L. Diaz and M. Viana, *Dynamics Beyond Uniform Hyperbolicity. A global geometric and probabilistic perspective*, Encyclopaedia of Mathematical Sciences **102**. Mathematical Physics III. Springer-Verlag (2005).

[BW] C. Bonatti, A. Wilkinson, Transitive partially hyperbolic diffeomorphisms in dimension 3, *Topology* (2004).

[B06] M. Bonk, Quasiconformal geometry of fractals, ICM, Vol. II, 1349-1373, Eur. Math. Soc., Zurich, 2006.

[Br] M. Brin, On dynamical coherence, *Ergodic. Th. and Dynam. Sys.*, **23** (2003), 395–401.

[BBI_1] M. Brin, D. Burago and S. Ivanov, On partially hyperbolic diffeomorphisms of 3-manifolds with commutative fundamental group. *Modern dynamical systems and applications* Cambridge Univ. Press, Cambridge, (2004), 307-312.

[BBI_2] M. Brin, D. Burago and S. Ivanov, Dynamical coherence of partially hyperbolic diffeomorphisms of the 3-torus. *Journal of Modern Dynamics*, **3** (2009), 1-11.

[BC] P. Bürgisser and F. Cucker, On a problem posed by Steve Smale, Ann. of Math. (2) 174 (2011), no. 3, 1785–1836.

[BI] D. Burago, S. Ivanov, Partial hyperbolicity in 3-manifolds with abelian fundamental group, *Journal of Modern Dynamics* (2009).

[Can] A. Candel, *Uniformization of surface laminations*, Ann. Sci.Ec. Norm. Super. 26, 489-516 (1993).

[Ca] Jauge conforme des espace métriques compacts, These de doctorat, Aix-Marseille Université, 160 pages, October 2011.

[CZ] E.Catsigeras; Y.ZHao. Observable optimal state points of sub-additive potentials. Disc. and Cont. Dyn. Systems, Vol. 33 NÂº 4, páginas: 1375 - 1388, 2013 ISSN: 10780947 ; DOI: 10.3934/dcds.2013.33.1375

[CCE] E.Catsigeras, M.Cerminara, H.Enrich: "Pesin's Entropy Formula for C1 Diffeomorphisms with Dominated Splitting". Ergodic Theory and Dynamical Systems - ISSN: 01433857, 2014,

[C] E.Catsigeras: "Dynamics of large cooperative pulsed-coupled networks"Journal of Dynamics and Games, Volume 1, Issue 2, 2014, Pages: 255 - 281

[CG] E.Catsigeras, P.Giraud Ïntegrate and Fire Neural Networks, Piecewise Contractive Maps and Limit Cycles"Journal of Mathematical Biology, Vol. 67 Issue 3 p.: 609-655,

[CM06] N. Chernov, R. Markarian. Chaotic billiards. Mathematical Surveys and Monographs 127 AMS, Providence, 320 pp (2006)

[Cr] S. Crovisier, Perturbations de la dynamique en topologie C^1, *Asterisque*.

[CSY] S. Crovisier, M. Sambarino, D. Yang, Partial hyperbolicity far from homoclinic tangencies, to appear in *Journal of the EMS*.

[deFdeM1] de Faria, E., de Melo, W., Rigidity of critical circle mappings I, J. Eur. Math. Soc., 1, 339-392, (1999).

[deFdeM2] de Faria, E., de Melo, W., Rigidity of critical circle mappings II, J. Amer. Math. Soc., 13, 343-370, (2000).

[dLMM] R. de la Llave, R. Marco, J. M. Moriyon, Canonical Perturbation Theory of Anosov Systems and Regularity Results for the Livsic Cohomology Equation, *Annals of Mathematics* **123** No. 3 (May, 1986), pp. 537-611

[DMM03] G. Del Magno, R. Markarian Bernoulli elliptical stadia, Comm. Math. Phys. 233 (2003) 211-230.

[DMM13-1] G. Del Magno, R. Markarian: A local ergodic theorem for non-uniformly hyperbolic symplectic maps with singularities. Erg. Theory and Dyn. Sys 33 (2013), 983–1007.

[DMM13-2] G. Del Magno, R. Markarian: Singular sets of planar hyperbolic billiards are regular. Regular and Chaotic Dynamics 18 (2013), 425–445

[D] A. Denjoy, *Sur les courbes défines par les équations différentielles à la surface du tore*, J. de Math Pure et Appl. (9), 11 (1932), p.333-375.

[FDPV] L.Díaz, T.Fisher, M.J.Pacífico,J.Vieitez. Entropy-expansiveness for partially hyperbolic diffeomorphisms. Discrete and Continuous Dynamical Systems, v.: 32-12, p.: 4195 - 4207, 2012

[FPS] T. Fisher, R. Potrie, M. Sambarino, Dynamical coherence of partially hyperbolic diffeomorphisms of tori isotopic to Anosov, to appear in *Mathematische Zeitschrift*

[For] M. Forester. On uniqueness of JSJ decompositions of finitely generated groups. Comment. Math. Helv. 78 (2003), pp 740-751.

[GWZ] Shaobo Gan, Lan Wen Shengzhi Zhu, Indices of singularities of robustly transitive sets Discrete Contin. Dyn. Syst., 2008

[Gh] E. Ghys, *Sur l'uniformisation des lamination paraboliques.*, Integrable systems and Foliations/Feuilletages et systÃ¨me intégrables (Montpellier, 1995), 73-91, Progr. Math. 145, Birkhauser Boston, MA, 1997.

[Go] A. Gogolev, Partially hyperbolic diffeomorphisms with compact center foliation, *Journal of Modern Dynamics* (2011).

[GV] Jorge Groisman, José Vieitez. On transitive expansive homeomorphisms of the plane (preprint). January 3, 2014

[GN] J.Groisman and Z.Nitecki. Ergod. Th. and Dynam. Sys. (First published online 2014), page 1 of 14 doi:10.1017/etds.2013.104 Foliations and conjugacy: Anosov structures in the plane

[Gro87] M. Gromov, Hyperbolic groups, Essays in Group Theory, S. Gersten ed., MSRI Publ. 8 (1987), 75-265 Springer.

[GL] N. Guelman, I. Liousse. C1- actions of Baumslag-Solitar groups on S1 AGT 11 (2011) 1701-1707

[GL1] N. Guelman, I. Liousse. Actions of Baumslag-Solitar groups on surfaces- Disc. Cont. Dyn. Sys. Vol. 33, No 5 (2013) 1945-1964

[GL2] N. Guelman, I. Liousse. Burnside problem for measure preserving groups and for 2-groups of toral homeomorphisms. Geometriae Dedicata Febrero 2014,168, 1, pp 387-396

[GS] L. Guyot, Y. Stalder. Limits of Baumslag-Solitar groups. Groups, Geom. and Dynam. 2 (2008), pp 353-381.

[Gua] P. Guarino, Rigidity of critical circle maps, Tesis, IMPA, 2012.

[Haiss08] P. Haissinsky, Géométrie quasiconforme, analyse au bord des espaces métriques hyperboliques et rigidités, d'aprés Mostow, Pansu, Bourdon, Pajot, Bonk, Kleiner... Seminaire Bourbaki 60, 2007/08, n 993

[HP] A. Hammerlindl and R. Potrie, Pointwise partial hyperbolicity in 3-dimensional nilmanifolds, por aparecer en Journal of London Math. Society.

[HP_2] A. Hammerlindl, R. Potrie, Classification of partially hyperbolic diffeomorphisms in manifolds with solvable fundamental group, Sometido.

[HG] B. He, Shaobo Gan.Robustly non-hyperbolic transitive endomorphisms on $\mathbb{T}^2$. Proc. Amer. Math. Soc. 141 (2013), 2453-2465.

[Hei01] J. Heinonen, Lectures on analysis on metric spaces, Universitext. Springer-Verlag, New York, 2001.

[IPRX1] Jorge Iglesias, Aldo Portela, álvaro Rovella y Juliana Xavier. Attracting sets on surfaces. Proceedings of the American Mathematical Society , 2013.

[IPRX2] Jorge Iglesias, Aldo Portela, álvaro Rovella y Juliana Xavier. Dynamics of covering maps of the annulus. arXiv:1402.2317 , 2014.

[IP] J. Iglesias, A. Portela *On the minimality of locally similar Cantor sets of S^1*. Nonlinearity 22 (2009), no. 9, 2151-2159.

[IP2] J. Iglesias, A. Portela *Dynamically defined Cantor sets under the conditions of McDuff's conjecture*. Colloq. Math. 120 (2010), no. 2, 311–317.

[Kan] I. Kan, Open sets of diffeomorphisms having attractors with intermingled basins, *Bulletin AMS* (1995).

[Kal] B. Kalinin, Livsic theorem for matrix cocycles. *Ann. of Math.* (2) **173** (2011), no. 2, 1025–1042.

[KaNi] A. Katok, V. Nitica, *Rigidity in higher rank abelian group actions. Volume I. Introduction and cocycle problem.* Cambridge Tracts in Mathematics, 185. Cambridge University Press, Cambridge, 2011. vi+313 pp.

[KT91] V. V. Kozlov, D. V. Treschev. Billiards. A genetic introduction to the dynamics of systems with impacts. AMS (1991).

[K1] A. N. Kercheval, *Denjoy minimal sets are far from affine*, Ergod. Th. & Dynam. Sys. 22 (2002), 1803–1812.

[K2] A. N. Kercheval, *Erratum for Denjoy minimal sets are far from affine*, http://www.math.fsu.edu/ kercheva/papers/.

[KhTe] Khanin, K., Teplinsky, A., Robust rigidity for circle diffeomorphisms with singularities, Invent. Math., 169, 193-218, (2007).

[Kle06] B. Kleiner, The asymptotic geometry of negatively curved spaces: uniformization, geometrization, and rigidity, ICM, Vol. II, pp. 743–768, Eur. Math. Soc., Zurich, 2006.

[KS] B. Kra, J. Schmeling. *Diophantine classes, dimension and Denjoy maps.* Acta Arith. 105 (2002), no. 4, 323–340.

[Kwa] J. Kwapicz, Rotations sets and entropy, Tesis SUNY-Stony Brook (1995).

[Les11] Pablo Lessa. Rotation vectors for homeomorphisms of non-positively curved manifolds. Nonlinearity, 24(11):3237–3266, 2011.

[Les13] P. Lessa. Reeb stability and the Gromov-Hausdorff limits of leaves in compact foliations. ArXiv e-prints, April 2013.

[Liv] A. N. Livsic, Cohomology of dynamical systems, *Math. USSR Izvestija* 6 (1972), 1278–1301.

[LP] C. Lizana and E. Pujals. Robust transitivity for endomorphisms, Ergodic Theory and Dynam. Systems, to appear.

[LM] A. da Luz, E. Maderna. On the free time minimizers of the Newtonian N-body problem. Math. Proc. of the Camb. Phil. Soc. 156 (2014), no. 2, 209-227

[M] D. McDuff, *C^1-minimal subset of the circle*, Ann. Inst. Fourier, Grenoble. 31 (1981), 177–193.

[Mad1] E. Maderna. On weak KAM theory of N-body problems. Ergodic Theory Dynam. Systems 32 (2012), 1019–1041.

[Mad2] E. Maderna. Translation invariance of weak KAM solutions of the Newtonian N-body problem. Proc. Amer. Math. Soc. 141 (2013), 2809–2816.

[Mad3] E. Maderna. Minimizing configurations and Hamilton-Jacobi equations of homogeneous N-body problems. Regul. Chaotic Dyn 18 (2013), no. 6, 656-673.

[MV] E. Maderna, A. Venturelli. Globally minimizing parabolic motions in the Newtonian N-body problem. Arch. Ration. Mech. Anal. 194 (2009), no. 1, 283–313.

[MT10] J. Mackay, J. Tyson, Conformal dimension: theory and application, University Lecture Series, AMS 2010.

[M] R. Mañé. An Ergodic Closing Lemma. Annals of Math.,116 (1982), 503-540.

[MOP12] Markarian, S Oliffson, S. Pinto de Carvalho: Limit sets in convex non elastic billiards. Dynamical Systems: An International Journal 27, 271–282 (2012)

[MPV13] R. Markarian, M. J. Pacífico, J. L. Vieitez. Exponential speed of mixing for skew-products with singularities. Nonlinearity 26 (2013), 269–287

[MPV] Markarian, M. J. Pacífico, J. L. Vieitez. Corrigendum: Exponential speed of mixing for skew-products with singularities. Nonlinearity 26 (2013), 2923–2923.

[MPP] Morales, C., A., Pacifico, M., J., Pujals, E., R., Singular-hyperbolic systems, Proc. Amer. Math. Soc. 127 (1999), no. 11, 3393-3401.

[M] C. A. Morales. A generalization of expansivity Discrete Contin. Dyn. Syst.,32, (2012), 1, 293–301

[PV] M.J.Pacífico, j.Vieitez. On measure expansive diffeomorphisms . Proceedings of the American Mathematical Society, (aceptado en 2013)

[Pass] A. Passeggi, Rational polygons as rotation sets for generic homeomorphisms of tori, *Journal of the London Math. Society* (2013).

[PX] (Alejandro Passeggi, Juliana Xavier. Minimal sets for surface homeomorphisms . arXiv:1208.1650 , 2012.

[Pass] A. Passeggi, Rational polygons as rotation sets for generic homeomorphisms of tori, *Journal of the London Math. Society* (2013).

[P] A. Portela *Regular Interval Cantor sets of S^1 and minimality.* Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series 40 (2009), no. 1, 53-75.

[Pot] R. Potrie, Partial hyperbolicity and foliations in $\mathbb{T}^3$, *preprint*, arXiv:1206.2860.

[Pot_2] R. Potrie, Partial hyperbolicity and attracting regions in 3-dimensional manifolds, Tesis (2012).

[PujSam] E. Pujals, M. Sambarino, Homoclinic tangencies and hyperbolicity for C^1 diffeomorphisms of surfaces, Annals of Math. (2002).

[RHRHU] F. Rodriguez Hertz, J. Rodriguez Hertz, R. Ures, A non dynamically coherent example in T^3. En preparación.

[Sh] M. Shub, Complexity of Bezout's theorem. VI. Geodesics in the condition (number) metric, Found. Comput. Math. 9 (2009), no. 2, 171–178.

[ShS1] M. Shub and S. Smale, Complexity of Bézout's theorem. I. Geometric aspects, J. Amer. Math. Soc. 6 (1993), no. 2, 459–501.

[ShS3] M. Shub and S. Smale, Complexity of Bezout's theorem. II. Volumes and probabilities, Computational algebraic geometry (Nice, 1992), Progr. Math., vol. 109, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1993, pp. 267–285.

[ShS2] M. Shub and S. Smale, Complexity of Bezout's theorem. III. Condition number and packing, J. Complexity9 (1993), no. 1, 4–14.

[ShS96] M. Shub and S. Smale,, Complexity of Bezout's theorem. IV. Probability of success; extensions, SIAM J. Numer. Anal. 33 (1996), no. 1, 128–148.

[Sma81] S. Smale, The fundamental theorem of algebra and complexity theory, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) 4 (1981), no. 1, 1–36.

[Sma00] S. Smale, Mathematical problems for the next century, Mathematics: frontiers and perspectives, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2000, pp. 271–294.

[S] N. Sumi. A class of differentiable toral maps which are topologically mixing. Proc. Amer. Math. Soc. 127 (1999), 915-924.

[Ta95] S. Tabachnikov. Billiards, Panorama. Synth 1, SMF (1995)

[Vog] K. Vogtmann. Automorphisms of free groups and outer space. Geometriae Dedicata 94 (2002), pp 1-31.

[XA] Juliana Xavier. Handel's fixed point theorem revisited. Ergodic Theory and Dynamical Systems, DOI: http://dx.doi.org/10.1017/S0143385712000338, 2012

[XAV] Juliana Xavier. Cycles of links and fixed points for orientation preserving homeomorphisms of the open unit disk. Fund. Math. 219 (2012), 59-96, DOI: 10.4064/fm219-1-4)

[Yam] Yampolsky, M., Hyperbolicity of renormalization of critical circle maps, Publ. Math. IHES, 96, 1-41, (2002).