MI VILLANO FAVORITO

Abstract. Hace veinte años Kan presentó un ejemplo de un endomorfismo del cilindro con las siguientes propiedades:

- su restricción a cada círculo del borde es expansora
- las medidas invariantes absolutamente continuas soportadas en los bordes tienen un exponente de Lyapunov negativo
- la cuenca de cada una de estas medidas es densa en el cilindro.

Además, esta construcción es robusta entre los endomorfismos que preservan el borde. Siguiendo el mismo camino es posible construir un difeomorfismo de $N = \mathbb{T}^2 \times [0, 1]$ que tiene dos medidas SRB soportadas en los toros del borde y con cuencas entremezcladas. Nuevamente, este fenómeno es robusto en el mundo de los difeomorfismos de N. Se puede ir más allá y construir, pegando dos ejemplos como los anteriores, un difeomorfismo parcialmente hiperbólico del toro $\mathbb{T}^3$ con dos medidas SRB con bases entremezcladas y soportadas en dos toros bidimensionales con dinámica hiperbólica (Anosov). Es conocido que los ejemplos construidos de esta manera dejan de ser robustos y entonces, la pregunta acerca de la existencia de ejemplos robustos de difeomorfismos, en variedades sin borde, teniendo medidas SRB hiperbólicas con cuencas entremezcladas permanece abierta. En esta charla, además de introducir el ejemplo de Kan, vamos a mostrar un resultado (conjunto con Carlos Vásquez) que muestra que, para difeomorfismos parcialmente hiperbólicos del toro tridimensional, si hay cuencas entremezcladas hay un toro de Anosov (definición más abajo). Este es nuestro villano. En particular, se va a obtener que estos ejemplos no son robustos y que esencialmente son como el de Kan.

Un *toro de Anosov* es un toro bidimensional encajado en una 3-variedad para el cual existe un difeomorfismo que lo deja invariante y cuya restricción al mismo es Anosov.

Este objeto geométrico lo definimos con Jana y Federico y mostramos que su existencia implica fuertes restricciones a la topología de la variedad ambiente. También conjeturamos que está presente en los casos "patológicos" de difeomorfismos parcialmente hiperbólicos en dimensión tres, es decir no ergódicos o no dinámicamente coherentes. Hay resultados nuestros y de Hammerlindl y Potrie que van en la dirección de confirmar nuestras conjeturas.