

# Análisis de resultados

Clase nro. 8

Curso 2010

## Independencia de las muestras

Los *resultados* de una corrida de simulación, son *muestras* de alguna distribución.

Esos resultados los llamamos "*respuestas*".

Las *respuestas* pueden ser: promedios de valores recolectados en toda o parte de la corrida, o simplemente una única medida (ej. largo de la cola al final de la corrida).

Las *respuestas* son muestras de distribuciones, por lo tanto *pueden variar* de una corrida a otra o en la misma corrida.

El promedio de la distribución de respuestas la notamos  $\mu$  y lo llamamos la *media (valor medio) de la distribución*.

S.E.D. 2010

## Independencia de las muestras

Cuando los resultados son promedios de valores recolectados en *estado estacionario*, *una sola respuesta* “puede” ser usada como la estimación de la *media de la distribución*.

En *sistemas terminales o no estacionarios* siempre deben realizarse *varias corridas*, de modo de obtener varias muestras como respuestas, tanto para calcular la media como para calcular la varianza.

S.E.D. 2010

## Dispersión de la muestra

La *dispersión* de la variable aleatoria respecto de su media, se mide mediante la *desviación estándar*  $\sigma$  o la *varianza*  $\sigma^2$ .

Si la *varianza es grande* quiere decir que no todos los valores que toma la v.a. están cerca de la media.

Para *calcular la varianza* de la v.a. que estamos muestreando es necesario *obtener varias respuestas independientes*.

S.E.D. 2010

## Análisis de resultados

En *general es aconsejable* realizar varias corridas independientes para tomar *varias muestras como respuestas* tanto para calcular la media como la varianza (y la desviación estándar).

Por lo tanto:

El análisis estadístico de los experimentos de simulación requieren de *varias respuestas independientes*  $x_1, \dots, x_n$ .

Cada una de estas muestras se obtienen a partir de alguno de los siguientes métodos:

S.E.D. 2010

## Métodos muestreo resultados

1.-

Se realizan **n** corridas que generan  $x_1, \dots, x_n$ .

Cada corrida con torrentes de **números aleatorios diferentes e independientes**.

Cada corrida es una *replicación*.

Se pueden registrar resultados solamente en determinados períodos de interés.

S.E.D. 2010

## Métodos muestreo resultados

2.-

El método de **replicación en sistemas estacionarios**.

Los datos se toman **solamente** en el período estacionario, la muestra o resultado es un promedio de los datos obtenidos durante **la** corrida o replicación.

S.E.D. 2010

## Métodos muestreo resultados

3.-

Método **batch means**, usado en simulaciones de estado estacionario, aquellos que llevan mucho tiempo en alcanzar ese estado.

Se corre el período run-in una sola vez; a partir de allí se registran valores de  $x_i$  en intervalos sucesivos de tiempo de igual longitud, 1 ... n.

**Riesgo:** correlación entre resultados sucesivos.

S.E.D. 2010

## Métodos muestreo resultados

4.-

El *método regenerativo* se utiliza cuando nos interesan medidas en períodos o instantes específicos (particulares) del tiempo.

Por ejemplo nos interesa el largo de la cola cuando se rompe una máquina (cantidad de máquinas rotas en esa ocasión).

Entonces consideramos un *punto regenerativo* (la ruptura de la máquina), y se registra una muestra independiente inmediatamente después de cada ruptura.

S.E.D. 2010

## Cálculo media y varianza

*Media, Varianza* son los parámetros que más interesa calcular.

Si  $x_i$  es la  $i$ -ésima respuesta de  $n$  replicaciones o batches entonces podemos estimar  $\mu$  y  $\sigma^2$  respectivamente como:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$$

S.E.D. 2010

## Intervalo de confianza

Nos interesa saber con qué grado de seguridad estamos estimando el valor medio de la distribución.

La estimación es el promedio muestreado de un conjunto de respuestas, entonces **el intervalo de confianza nos brinda una medida de la confianza que le podemos tener a esa estimación.**

Los límites de un 95% de confianza son los puntos extremos de un intervalo alrededor de la media de la muestra; significa que la media de la distribución se muestreará con una probabilidad de 0.95.

S.E.D. 2010

## Intervalo de confianza

La varianza de la media de la muestra de tamaño  $n$  es

$$\frac{\sigma^2}{n} \text{ estimada mediante } \frac{s^2}{n} = s_{\bar{x}}^2$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$$

S.E.D. 2010

## Intervalo de confianza

Los límites del 95% del intervalo de confianza se pueden calcular a partir de tablas de:

- distribución **t-Student** para muestras pequeñas,
- distribución **Normal** para muestras grandes.

Para la Normal los límites de un intervalo de confianza de 95% son

$$\bar{X} \pm 1.96 s_{\bar{x}}$$

S.E.D. 2010

## Intervalo de confianza

$$P\left(\bar{x} - \lambda_{\alpha/2} D < m < \bar{x} + \lambda_{\alpha/2} D\right) = 1 - \alpha = 0.95$$

$$\lambda_{\alpha/2} = 1.96 \quad D = s_{\bar{x}}$$

S.E.D. 2010

## Otras técnicas de análisis

La *técnica predictiva* se usa en simulaciones no terminales que no alcanzan estado estacionario.

Se toma una medida de la media  $x_t$  en un intervalo de tiempo  $t$  y se grafican los valores tomados ( $x_t$  vs  $t$ ) para tener una idea de como varían los valores con el tiempo.

Si queremos una idea más precisa, se pueden realizar varias y diferentes corridas y tomar promedios de ellas.

También se puede usar técnicas de regresión múltiple para ajustar los valores obtenidos a algún tipo de curva, aunque a veces el patrón de conducta de  $x_t$  puede ser complejo, lo que dificulta el análisis de la misma.

S.E.D. 2010

## Verificación de hipótesis

Se usa para determinar cuando las respuestas de simulaciones comparativas son significantes estadísticamente.

Si  $x$  es una respuesta de una v.a de media  $\mu_x$  de una corrida  $e$  y ( $y$  media  $\mu_y$ ) es la respuesta de la corrida con valores cambiados de las var. de decisión, entonces **la hipótesis a verificar es  $\mu_x = \mu_y$ .**

S.E.D. 2010

## Verificación de hipótesis

Si realizamos  $n$  corridas para un conjunto de valores de las variables de decisión y repetimos el mismo número de corridas para los valores cambiados, entonces la media muestreada de la primera experiencia es  $X$  y de la segunda es  $Y$ .

La verificación se basa en la diferencia entre  $X$  e  $Y$  y cuánto se aleja la desviación estándar de la media.

El cálculo de la desviación estándar dependerá de cuan independientes son los valores  $x_i$  e  $y_i$  de las corridas realizadas (distribución t-Student o Normal).

S.E.D. 2010

## Análisis de factores

Se utiliza para evaluar o determinar los efectos que los cambios en las variables de decisión producen en las salidas o resultados de la simulación.

Las variables de decisión se llaman factores, por lo tanto corremos la simulación con distintos valores asignados a los factores (niveles) para medir cuánto afecta a los resultados de la simulación, los distintos factores ya sea individualmente como interactuando uno con otro.

S.E.D. 2010

## Análisis de factores

La complejidad del análisis crece exponencialmente con la cantidad de factores, ya que si tenemos  $n$  factores y nos interesa el factor  $i$  medido en el nivel  $m_i$ , tenemos  $\prod m_i$  diferentes posibles formas de hacerlo.

Esto además se complica más, si existe más de una salida a considerar.

S.E.D. 2010

## Análisis de factores

Esta técnica es usable para simulaciones con muchos factores a ser testeados en varios niveles.

Pero es una técnica muy costosa en tiempo y por lo tanto muchos test estadísticos no pueden ser terminados.

De todos modos es valiosa para tener una idea o imagen de los efectos ocasionados por distintos cambios en los factores de la simulación (Law y Kelton, 82).

Depende también de la cantidad de torres accesibles.

S.E.D. 2010

## **Resumen Capítulo 5**

Simulación terminal, estacionaria.

Detección estado estacionario.

Parámetros interesantes; como registrarlos y presentarlos.

Técnicas de análisis de resultados.

S.E.D. 2010