Teoría de Lenguajes
Soluciones

Ejercicio 1

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso.

a) Sean L_1 Recursivamente Enumerable no Libre de Contexto y L_2 Regular. Entonces $L_1 \cup L_2$ es Recursivamente Enumerable no Libre de Contexto

Falso. Sean $L_1 = \{a^k b^k c^k, k>0\}$ que es r.e. y no libre de contexto y L_2 dado por la expresión regular a*b*c*. $L_1 \cup L_2 = L(a^*b^*c^*)$ que es Regular y por Jerarquía de Chomsky es Libre de Contexto.

b) Sean L_3 no Regular y $L_3 \cup L_4$ Regular. Entonces L_4 no es Regular

Falso. Sean $L_3 = \{a^k b^k, k>0\}$ que es libre de contexto no regular y $L_4 = (L_3)^c$ es decir, el complemento de L_3 . Si L_4 fuera regular, por propiedad de clausura de lenguajes regulares, su complemento sería regular. Pero $((L_4)^c)^c = L_3$, que sabemos no es regular. Observar que $L \cup L^c = \Sigma^*$ (que es regular). En tonces L_4 no puede ser regular

c) Sean L_5 Libre de Contexto y L_6 Recursivamente Enumerable. Entonces $L_5 . L_6$ es Recursivamente Enumerable

Veradero. Sea $G_5:(V_5,T_5,P_5,S_5)$ una GLC / $L_5=L(G_5)$ y $G_6:(V_6,T_6,P_6,S_6)$ una GI / $L_6=L(G_6)$. Asumiendo que $V_5 \cap V_6 = \emptyset$ se puede construir una nueva gramática irrestricta $G=(V,T,P,S)$ / $V = V_5 \cup V_6 \cup \{S\}$; $T= T_5 \cup T_6$; $P = P_5 \cup P_6 \cup \{S \rightarrow S_5 S_6\}$

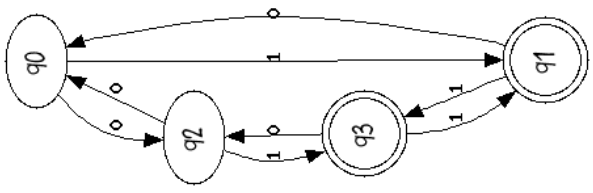
d) Sean L_7 el lenguaje de las tiras definidas sobre el alfabeto {0,1} que terminan en 1 y un autómata finito determinista M tal que $L_7=L(M)$.

1. Entonces se cumple que 001 R_M 01, siendo R_M la relación definida en el curso.

Falso. Dependerá del AFD considerado.
Si por ejemplo se toma el AFD $M:(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0,1\}, \delta, q_0, \{q_1, q_3\})$ siendo δ dado por:

	0	1
q_0	q_2	q_1
q_1	q_0	q_3
q_2	q_0	q_3
q_3	q_2	q_1

En este caso, puede verificarse que ambas tiras, computadas por el AFD llegan a estados diferentes



Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Ejercicio 2

Sean
$L_a = \{\#xy \,/\, \text{con } x,y \in \{0,1\}^* \;\; |x|_0 = |y|_0 \}$
$L_b = \{\#x\#y \,/\, \text{con } x,y \in \{0,1\}^* \;\; |x|_0 = |y|_0 \}$

a) L_a es un Lenguaje Regular y en la parte (b) se construirá una gramática lineal que lo genere.

L_b es un Lenguaje Libre de Contexto no Regular. Se demuestra por contrarecíproco del Pumping Lema para lenguajes regulares que no es Regular y en la parte (b) se construye una gramática Libre de Contexto.

Sea N la constante del PL, y considere la tira $z=\#0^N\#0^N1$
Planteamos las descomposiciones de z en uvw que cumplen las dos primeras hipótesis del PL: $|uv| \leq N$ y $|v| \geq 1$

Caso 1:
$u=\varepsilon$
$v=\#0^k \qquad k \geq 0$
$w=0^{N-k}\#0^N1$

$z_i=(\#0^k)^i0^{N-k}\#0^N1$
Tomando i=0, $z_0=0^{N-k}\#0^N1$ no pertenece al lenguaje porque no comienza con #

Caso 2:
$u=\#0^k$
$v=0^j \qquad k \geq 0,\ j \geq 1$
$w=0^{N-k-j}\#0^N1$

$z_i=\#0^k(0^j)^i0^{N-k-j}\#0^N1= \#0^{N+(i-1)\,j}\#0^N1$
Tomando i=2, $z_2 = \#0^{N\,+\,j}\#0^N1$ y como $j \geq 1$, no pertenece al lenguaje porque tiene más 0's entre los dos # que los que quedan después del segundo #

Como esas son todas las descomposiciones posibles que cumplen $|uv| \leq N$ y $|v| \geq 1$, y en cada caso encontré un i para el que z_i no pertenece al lenguaje, por el contrarecíproco del PL, el lenguaje L_b no es regular.

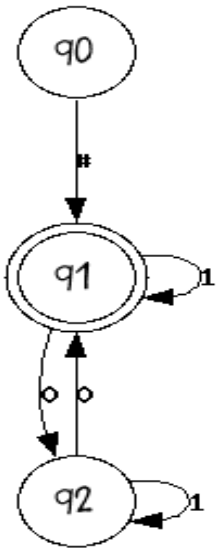
b) Gramáticas

Para L_a Lineal (porque L_a es Regular)
S → #A
A → 1A | 0B | 1
B → 0A | 0 | 1B

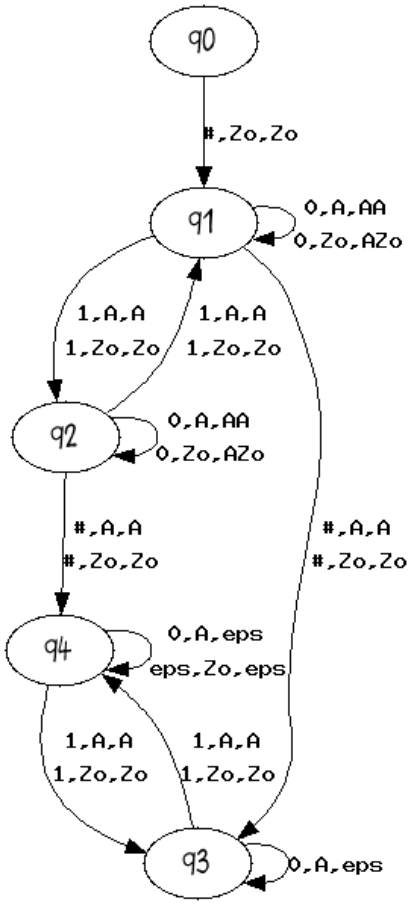
Para L_b Libre de Contexto
S → #A
A → 1B | B1 | 0A0
B → 1A | A1 | 0B0 | #

Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

c) Autómatas



El AFD es determinista



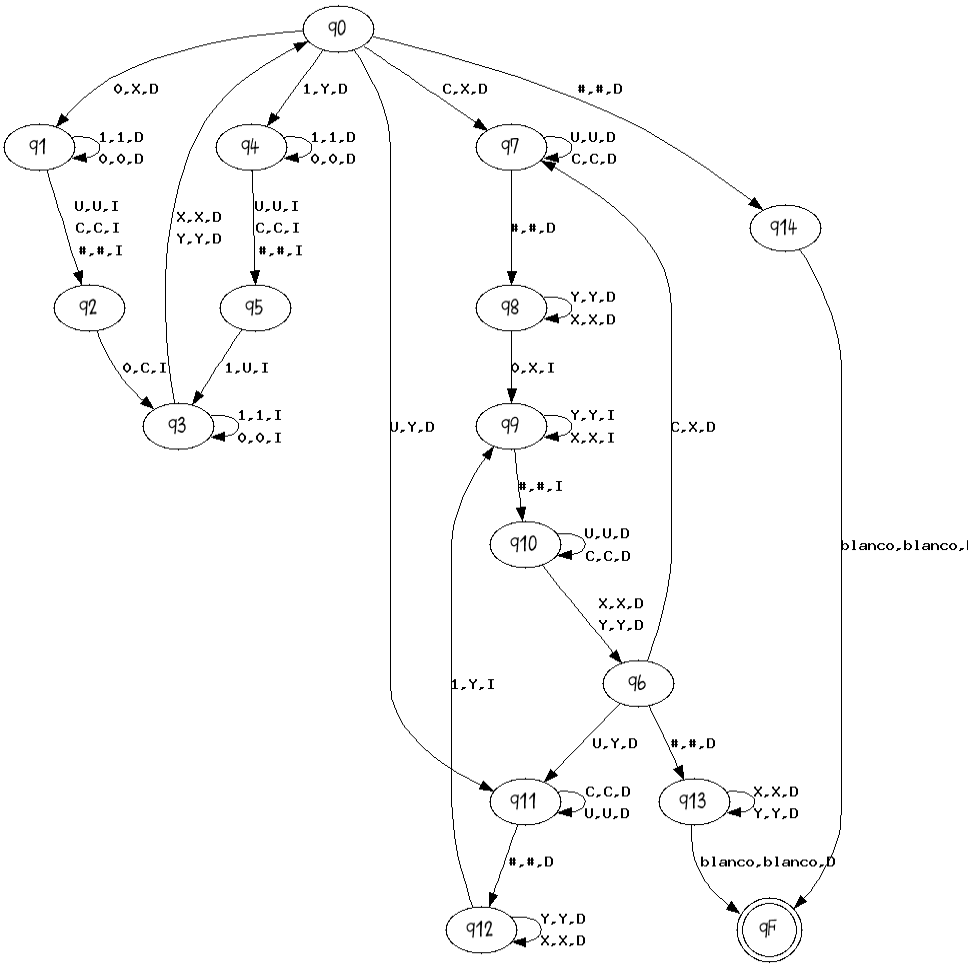
El APD es NO determinista
Se puede ver porque existen las transiciones δ(q4,1,Zo) y δ(q4,ε,Zo)

Ejercicio 3

a) Se construye una Gramática Irrestricta

S --> 0S0A | 1S1B | #
A1 --> 1A
A0 --> 0A
A# --> #0
B1 --> 1B
B0 --> 0B
B# --> #1

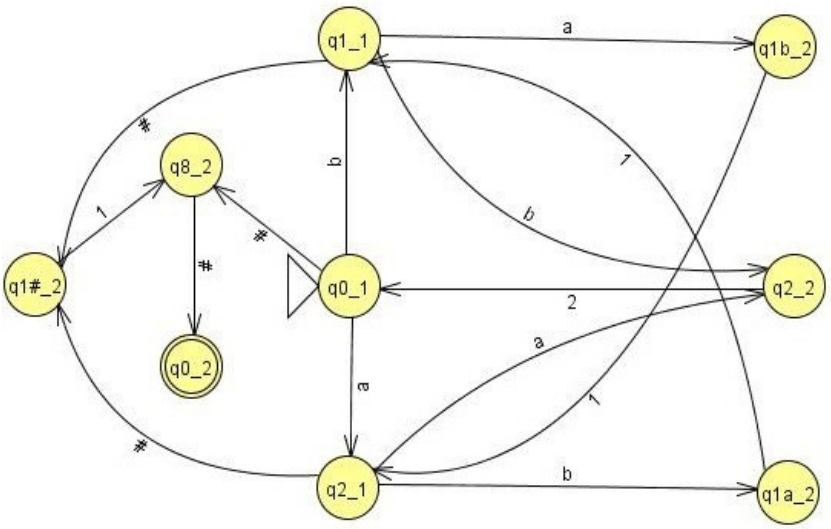
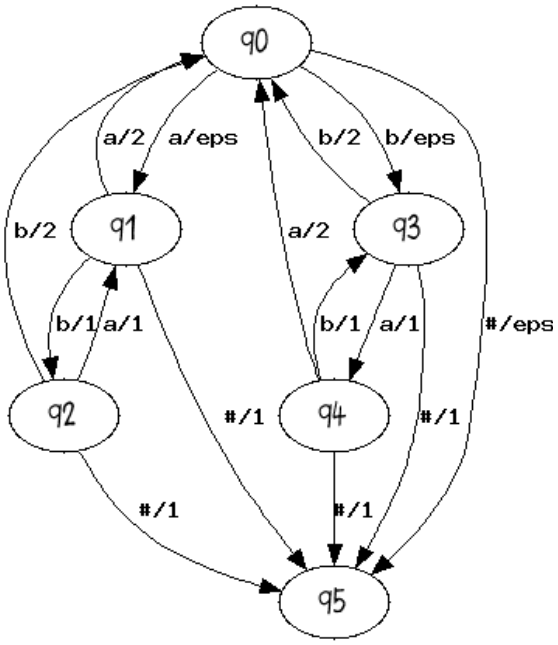
b) Se construye una MT



Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Ejercicio 4

a)



b)