Teoría de la Programación I

Consideraciones generales	
i)	Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
ii)	Numere todas las hojas.
iii)	En la primera hoja indique el total de hojas.
iv)	Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
v)	Utilice las hojas de un solo lado.
vi)	Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [10 puntos]

Sea $L_1 = \{ a^k b^p \,/\, k,p \geq 0 \text{ y } k \bmod 2 = p \bmod 3\}$

a) Construya un autómata mínimo M_1 / $L_1 = L(M_1)$
b) Construya una gramática simplificada G_1 / $L_1 = L(G_1)$. Justifique.
c) ¿Cuántas clases de equivalencia tiene L_1 según R_L? Justifique.
d) Dé una expresión regular r_1 / $L_1 = L(r_1)$. Justifique.

Ejercicio 2 [13 puntos]

Sea $L_2 = \{ a^p a^q b^r a^p b^q b^r \,/\, p,q,r>0\}$

a) Construya un autómata M_2 / $L_2 = L(M_2)$
b) Clasifique a L_2 según la Jerarquía de Chomsky. Justifique

Ejercicio 3 [6 puntos]

a) Construya un autómata de dos cintas que acepte al lenguaje $\{(a^{2k}b^p, b^t a^{2p+k}) \,/\, k, p, t>0\}$
b) Construya una máquina de Mealy tal que, para la entrada $a^{2k}b^p$, devuelva la salida ba^{2p+k} con k, p> 0

Ejercicio 4 [9 puntos]
Sean las siguientes familias de funciones naturales:

$$f_A(n, m) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \in A \wedge \langle I_x(n), m\rangle\downarrow \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$g_A(n, m) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \in A \wedge \langle I_x(n), m\rangle\downarrow \\ \text{indef.} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

¿Son las siguientes afirmaciones verdaderas o falsas? Justifique.

i. $\forall$A r.e., f_A es una función computable.
ii. $\forall$A r.e., g_A es una función computable.
iii. $\exists$A r.e., f_A es una función computable.

Ejercicio 5 [2 puntos]
En la demostración del Teorema de Cook se utiliza un conjunto de fórmulas con tres «clases» de variables. Explique brevemente el sentido dado a cada una de estas clases.

Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.