

Teoría de la Programación I

Consideraciones generales

- i) Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
- ii) Numere todas las hojas.
- iii) En la primera hoja indique el total de hojas.
- iv) Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
- v) Utilice las hojas de un solo lado.
- vi) Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [6 puntos]

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique adecuadamente cada respuesta.

- a) Sean Σ, Δ alfabetos, $L_a \subseteq \Sigma^*$ y $h: \Sigma \rightarrow \Delta$ un homomorfismo. Se cumple que si $h(L_a)$ es regular, entonces L_a es regular.
- b) Si L_{b1} y L_{b2} son lenguajes libres de contexto pero no regulares, entonces $L_{b1} \cup L_{b2}$ también es libre de contexto no regular.
- c) Si L_{c1} no es regular y $L_{c1} \cap L_{c2}$ es regular y no vacío, entonces L_{c2} es regular.

Ejercicio 2 [7 puntos]

Sean

$$L_{21} = \{ a^k b^r a^t b^k \mid r > k > 0, r \geq 2t > 0 \}$$

$$L_{22} = \{ a^k b^r (ab)^t \mid r \geq 0; k > 0, t \text{ MOD } 2 = 0 \}$$

Construya gramáticas G_{21} y G_{22} tales que $L_{21}=L(G_{21})$ y $L_{22}=L(G_{22})$, del tipo adecuado según la Jerarquía de Chomsky.

Ejercicio 3 [7 puntos]

Sea la siguiente función $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, definida por:

$$h(0) = 0$$

$$h(n+1) = 2 * h(n) + 1$$

Escriba una Máquina de Turing que compute a la función $f: \{a,b\}^* \rightarrow \{1\}^*$, $f(w) = 1^{h(|w|_a)}$. Así, por ejemplo:

$f(bbb)$	ϵ
$f(babb)$	1
$f(aa)$	111
$f(babaab)$	1111111

Ejercicio 4 [12 puntos]

Sea $L_4 = \{ b^t a^{k+r} b^{2(k-r)} \mid k > r \geq 0, t > 0 \}$

- a) Clasifique L_4 según la Jerarquía de Chomsky.
- b) Construya una gramática $G_4 / L_4 = L(G_4)$. ¿Se encuentra G_4 simplificada? Justifique
- c) Construya un autómata $M_4 / L_4 = L(M_4)$. ¿Es M_4 determinista? Justifique.
- d) Defina la relación R_L para lenguajes vista en el curso. ¿Cuántas clases de equivalencia se definen para el lenguaje L_4 ? Justifique.

Nota: Las gramáticas y los autómatas **deben corresponderse** con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas, así como una breve explicación de éstas. **Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

Ejercicio 5 [8 puntos]

a) Indique si las siguientes funciones son computables. Justifique adecuadamente en cada caso.

i) $f(i,j,k) = 1$ si $\langle Ix(i),k \rangle \downarrow \wedge \langle Ix(j),k \rangle \downarrow$
indef en caso contrario

ii) $g(i,j,k) = 1$ si $\langle Ix(i),k \rangle \downarrow \wedge \langle Ix(j),k \rangle \uparrow$
indef en caso contrario

iii) $h(i,j,k) = 1$ si $\langle Ix(i),k \rangle \downarrow$ en j pasos $\wedge \langle Ix(j),k \rangle \downarrow$ en i pasos
0 en caso contrario

b) Sea el conjunto $D = \{ \langle i,j,k \rangle / f(i,j,k) = 1 \}$, donde f es la función definida en la parte anterior. ¿Es D un conjunto decidable? Justifique.