

Teoría de Lenguajes

Consideraciones generales

- i) Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
- ii) Numere todas las hojas.
- iii) En la primera hoja indique el total de hojas.
- iv) Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
- v) Utilice las hojas de un solo lado.
- vi) Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [7 puntos]

Escribir una Máquina de Turing que compute una función f que recibe secuencias no vacías de **a**'s separadas por numerales (#) y devuelve una secuencia de **0**'s y **1**'s con un **uno** en las posiciones que representa el largo de cada secuencia entre “#” recibidas como entrada, y **cero** en las demás. El largo de la tira de salida será igual a la secuencia de largo mayor.

Entrada	Salida
aaa	001
aaaaa#aa	01001
a#aaaa	1001
a	1
aaaa#aa#a#aaa	1111
aa#a	11

Ejercicio 2 [12 puntos]

Sea $L_2 = \{ a^k(ab)^p a^r / k > 0, p > r \geq 0 \}$

- a) Clasifique a L_2 según la Jerarquía de Chomsky.
- b) Construya una gramática simplificada $G_2 / L_2 = L(G_2)$.
- c) Construya un autómata $M_2 / L_2 = L(M_2)$. ¿Es determinista? Justifique. En caso de construir un autómata no determinista, muestre aquellos estados donde se presenta el no determinismo.

Ejercicio 3 [8 puntos]

Decir si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Justifique adecuadamente cada respuesta.

- a) Sean Σ, Δ alfabetos, $L_a \subseteq \Sigma^*$ y $h: \Sigma \rightarrow \Delta$ un homomorfismo.
Se cumple que si $h(L_a)$ es regular, entonces L_a es regular.
- b) Sean Σ, Δ alfabetos, $L_b \subseteq \Sigma^*$, $h: \Sigma \rightarrow \Delta$ un homomorfismo y h^{-1} el homomorfismo inverso de h .
Se cumple $L_b = h^{-1}(h(L_b))$ siendo L_b un lenguaje regular
- c) Sea k un natural. $L_k = \{ a^k b^k \}$ (k fijo)
Se cumple que R_L (para $L=L_k$) tiene $2k + 1$ clases de equivalencia.
- d) Si L_d es un lenguaje libre de contexto, entonces L_d es un lenguaje infinito.

Ejercicio 4 [3 puntos]

Construya un Autómata Finito Determinista de dos cintas que acepte la relación:

$$\{ \langle c^{2k}(ab)^t, b^n a^k c^t \rangle / t \geq 0, k > 0, n > 0, n \bmod 3 \neq 0 \}$$

Nota: Las gramáticas y los autómatas **deben corresponderse** con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas, así como una breve explicación de éstas. **Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

Ejercicio 5 [10 puntos]

a) Defina la relación R_M dado un AFD M cualquiera.

b) Sea L_5 el lenguaje reconocido por el siguiente autómata finito $M = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ donde:

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ $\Sigma = \{a, b\}$ $F = \{q_3\}$ y δ dada por:

	a	b	ϵ
q_0	$\{q_2\}$	$\{\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{\}$	$\{q_1\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_1, q_4\}$	$\{\}$
q_3	$\{\}$	$\{q_0\}$	$\{\}$
q_4	$\{\}$	$\{\}$	$\{q_2\}$

- Construya el autómata finito mínimo $M' / L_5 = L(M')$
- Expresar las clases de equivalencia definidas por la relación R_{L_5} mediante expresiones regulares. Justifique su razonamiento.
- Dé una expresión regular que denote al lenguaje L_5 . Justifique.