Teoría de Lenguajes

Consideraciones generales

- i) Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
- ii) Numere todas las hojas.
- iii) En la primera hoja indique el total de hojas.
- iv) Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
- v) Utilice las hojas de un solo lado.
- vi) Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [10 puntos]

Se considera el conocido juego de “piedra, papel o tijera”, en el que dos jugadores eligen una opción y se gana según las siguientes reglas:

- piedra gana a tijera
- tijera gana a papel
- papel gana a piedra

Se define la “tira de jugadas” como una tira perteneciente a Σ^* , con $\Sigma = \{r, t, p\}$ en donde aparece la opción del jugador A, luego la del jugador B y así sucesivamente hasta que terminan de jugar.

Piedra = r, tijera = t, papel = p

a) Construir un autómata con salida $M_1: (Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0)$ tal que dada como entrada la tira de jugadas, produzca como salida una secuencia de símbolos **a** y **b**, en la que se especifiquen en orden los ganadores de cada jugada.

Considere: $\Delta = \{a, b\}$; $\Sigma = \{r, t, p\}$; $\lambda: Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow (\Delta \cup \{\epsilon\})$

Ejemplos:

Entrada	Salida
rprprtp	bba
rrpptt	
rppr	ba
tp	a

b) Construir una máquina de Turing que a partir de la tira de jugadas, compute el partido y dé como resultado el ganador de todo el juego. La tira resultado debe ser una “**a**” si gana el jugador A, “**b**” si gana el jugador B y “**e**” si es empate.

Ejemplos:

Entrada	Salida
rprprtp	b
rrpptt	e
rppr	e
tp	a

Ejercicio 2 [12 puntos]

Sea $L_2 = \{ a^p b^q c^r \mid r < p + q \wedge (r > p \vee r > q), \text{ con } p, q, r > 0 \}$

- a) Clasifique a L_2 según la Jerarquía de Chomsky.
- b) Construya una gramática $G_2 / L_2 = L(G_2)$. Si es posible simplificarla, simplifíquela.
- c) Construya un autómata $M_2 / L_2 = L(M_2)$. ¿Es determinista? Justifique.

Nota: Las gramáticas y los autómatas **deben corresponderse** con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas, así como una breve explicación de éstas. **Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

Ejercicio 3 [10 puntos]

Sea $L_3 = \{ (0^k 1^k)^t / k, t > 0 \}$

- a) Clasifique a L_3 según la Jerarquía de Chomsky.
- b) Construya una gramática $G_3 / L_3 = L(G_3)$.

Ejercicio 4 [8 puntos]

Decir si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Justifique adecuadamente cada respuesta.

- a) Sean Σ, Δ alfabetos, $L_a \subseteq \Sigma^*$, $h: \Sigma \rightarrow \Delta$ un homomorfismo y h^{-1} el homomorfismo inverso de h .

Se cumple $L_a = h(h^{-1}(L_a))$ siendo L_a un lenguaje regular.

- b) Dado el lenguaje $L_b = L(ab^*a)$, se cumple:

- i) $aa \in R_{L_b}$ ab
- ii) $ba \in R_{L_b}$ a

- c) Sean M_{C1} y M_{C2} Autómatas Finitos Deterministas / $L(M_{C1}) = L(M_{C2}) = L_c \subseteq \Sigma^*$ y sean dos tiras $u, w \in \Sigma^*$; se cumple que $u \in R_{L_c} w \Rightarrow (u \in R_{M_{C1}} w) \vee (u \in R_{L_c} w \Rightarrow u \in R_{M_{C2}} w)$

- d) Si L_d libre de contexto no regular y $L_{d'}$ regular, se cumple que $L_d - L_{d'}$ es libre de contexto.