Teoría de Lenguajes

Consideraciones generales
i) Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
ii) Numere todas las hojas.
iii) En la primera hoja indique el total de hojas.
iv) Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
v) Utilice las hojas de un solo lado.
vi) Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [6 puntos]
Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique adecuadamente cada respuesta.

a) Sean Σ, Δ alfabetos, $L_a \subseteq \Sigma^*$ y $h:\Sigma \rightarrow \Delta$ un homomorfismo.
Se cumple que si $h(L_a)$ es regular, entonces L_a es regular.
b) Si L_{b1} y L_{b2} son lenguajes libres de contexto pero no regulares, entonces $L_{b1} \cup L_{b2}$ también es libre de contexto no regular.
c) Si L_{c1} no es regular y $L_{c1} \cap L_{c2}$ es regular y no vacío, entonces L_{c2} es regular.

Ejercicio 2 [7 puntos]
Sean

$L_{21} = \{ a^k b^r a^t b^k \ / \ r > k > 0, r \geq 2t > 0 \}$
$L_{22} = \{ a^k b^r (ab)^t \ / \ r \geq 0; \ k > 0, \ t \text{ MOD } 2 = 0 \}$

Construya gramáticas G_{21} y G_{22} tales que $L_{21}=L(G_{21})$ y $L_{22}=L(G_{22})$, del tipo adecuado según la Jerarquía de Chomsky.

Ejercicio 3 [7 puntos]
Sea la siguiente función h:N→N, definida por:

$h(0)=0$
$h(n+1)=2*h(n) + 1$

Escriba una Máquina de Turing que compute a la función f:{a,b}*→{1}*, $f(w)=1^{h(|w|a)}$. Así, por ejemplo:

f(bbb)	ε
f(babb)	1
f(aa)	111
f(babaab)	1111111

Ejercicio 4 [12 puntos]
Sea $L_4 = \{ b^t a^{k+r} b^{2(k-r)} \ / \ k > r \geq 0, \ t > 0 \}$

a) Clasifique L_4 según la Jerarquía de Chomsky.
b) Construya una gramática G_4 / $L_4 = L(G_4)$. ¿Se encuentra G_4 simplificada? Justifique
c) Construya un autómata M_4 / $L_4 = L(M_4)$. ¿Es M_4 determinista? Justifique.
d) Defina la relación R_L para lenguajes vista en el curso. ¿Cuántas clases de equivalencia se definen para el lenguaje L_4? Justifique.

Nota: Las gramáticas y los autómatas **deben corresponderse** con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas, así como una breve explicación de éstas. **Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

Ejercicio 5 [8 puntos]
a) Defina la relación R_M dado M, un AFD cualquiera.
b) Sea L_5 el lenguaje reconocido por el siguiente autómata finito M={Q, Σ, δ, q_0, F} donde Q={q_0, q_1, q_2, q_3, q_4}, Σ={a, b}, F={q_3} y δ dada por:

	a	**b**	**ε**
q_0	$\{q_2\}$	$\{\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{\}$	$\{q_1\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_0,q_3\}$	$\{q_1,q_4\}$	$\{\}$
q_3	$\{\}$	$\{q_0\}$	$\{\}$
q_4	$\{\}$	$\{\}$	$\{q_2\}$

i. Construya el autómata finito mínimo M' / L_5 =L(M')
ii. Exprese las clases de equivalencia definidas por la relación R_{L5} mediante expresiones regulares. Justifique su razonamiento.
iii. Dé una expresión regular que denote al lenguaje L_5. Justifique.