Teoría de Lenguajes
Soluciones
1er. Parcial – Curso 2012

Ejercicio 1.- [Evaluación individual del obligatorio]

a)

1) `Carlos Torres`

2) `Carlos T`

3) ```
Carlos Torres
Yo soy Carlos Torres
```

4) `Yo soy Carlos Torres`

5) `Carlos Torres`

6) ```
Carlos Torres
Yo soy Carlos Torres
```

b) 4

c)
`:Carlos:Torres:`

d)

1) El modificador i sirver para matchear (hacer coincidir) letras independientemente si son mayúsculas o minúsculas.

2) El modificador e sirver en las sustituciones para evaluar una expresión (o código) perl antes de retornar el string que se va a devolver. Por ejemplo en el obligatorio servía para calcular y devolver el largo de las secuencias de 0s o de 1s.

Ejercicio 2.-

a) Sea un lenguaje aceptado por un AFD M={Q, Σ, δ, q_0, F} y x, w 2 tiras $\in$ Σ*.
Se dice que x R_M w sii $\hat{\delta}(q_0,x) = \hat{\delta}(q_0,w)$; es decir, las 2 tiras llegan al mismo estado a partir del estado inicial.

b) N = AFND

ε - clausura (q_0) = {q_0, q_4}
ε - clausura (q_1) = {q_1}
ε - clausura (q_2) = {q_1, q_2}
ε - clausura (q_3) = {q_1, q_3}
ε - clausura (q_4) = {q_4}

N: (Q', Σ, δ', q_0', F') / L = L(N)
Q' = Q
$q_0' = q_0$
F' = {q_0, q_4} (ε - clausura (q_0) ∩ F ≠ vacío)

AFND: $(Q, \Sigma, \delta', q_0, F')$
$F' = \{q_0, q_4\}$ (ε - clausura $(q_0) \cap F \neq$ vacío)

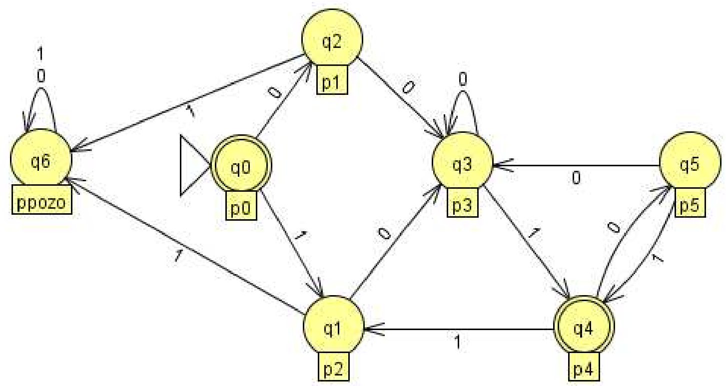
δ'	**0**	**1**
q_0	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_1, q_2\}$	$\{\}$
q_2	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_3, q_4\}$
q_3	$\{q_1, q_2\}$	$\{\}$
q_4	$\{q_1, q_3\}$	$\{\}$

AFND → AFD

δ''	**0**	**1**
$[q_0] = p_0$	$[q_1\ q_3]$	$[q_1]$
$[q_1\ q_3] = p_1$	$[q_1\ q_2]$	$[]$
$[q_1] = p_2$	$[q_1\ q_2]$	$[]$
$[q_1\ q_2] = p_3$	$[q_1\ q_2]$	$[q_0\ q_1\ q_3\ q_4]$
$[q_0\ q_1\ q_3\ q_4] = p_4$	$[q_1\ q_2\ q_3]$	$[q_1]$
$[q_1\ q_2\ q_3] = p_5$	$[q_1\ q_2]$	$[q_0\ q_1\ q_3\ q_4]$

AFD: $(P, \Sigma, \delta'', p_0, F'')$
$P = \{p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$
$F'' = \{p_0, p_4\}$

δ''	**0**	**1**
p_0	p_1	p_2
p_1	p_3	-
p_2	p_3	-
p_3	p_3	p_4
p_4	p_5	p_2
p_5	p_3	p_4



AFD → AFD Mínimo

Agregar el estado pozo al autómata anterior:

δ''	**0**	**1**
$\mathbf{p_0}$	p_1	p_2
$\mathbf{p_1}$	p_3	p_{pozo}
$\mathbf{p_2}$	p_3	p_{pozo}
$\mathbf{p_3}$	p_3	p_4
$\mathbf{p_4}$	p_5	p_2
$\mathbf{p_5}$	p_3	p_4
$\mathbf{p_{pozo}}$	p_{pozo}	p_{pozo}

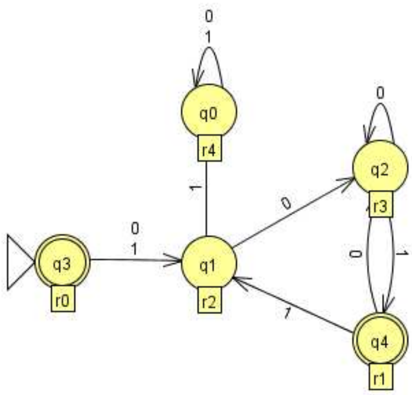
$\Pi_0 = [p_1, p_2, p_3, p_5, p_{pozo}]\ [p_0, p_4]$
$\Pi_1 = [p_1, p_2, p_{pozo}]\ [p_3, p_5]\ [p_0, p_4]$
$\Pi_2 = [p_1, p_2]\ [p_{pozo}]\ [p_3, p_5]\ [p_0]\ [p_4]$
$\Pi_3 = [p_1, p_2]\ [p_{pozo}]\ [p_3, p_5]\ [p_0]\ [p_4]$

$\Pi_2 = \Pi_3$ (fin del algoritmo)

$r_0 = [p_0]$
$r_1 = [p_4]$
$r_2 = [p_1, p_2]$
$r_3 = [p_3, p_5]$
$r_4 = [p_{pozo}]$

M’ = AFD Mínimo
M’: $(R, \Sigma, \delta''', r_0, F''')$
$R = \{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4\}$
$F''' = \{r_0, r_1\}$

δ'''	**0**	**1**
$\mathbf{r_0}$	r_2	r_2
$\mathbf{r_1}$	r_3	r_2
$\mathbf{r_2}$	r_3	r_4
$\mathbf{r_3}$	r_3	r_1
$\mathbf{r_4}$	r_4	r_4



M’: (Q’’’, Σ, δ’’’, q_0’’’, F’’’) / L = L(M’)
Q’’’ = Q
q_0’’’ = r_0
F’’’ = {r_0, r_1}

c) Como el autómata es mínimo, puedo dar las clases de equivalencia definidas por R_L o R_M (coinciden en este caso).

Hallo las clases de R_L

Y_i = { t / δ (q_0, t) = q_i }

Y = Y.r | s = s.r*

Y_0 = ε
Y_1 = Y_3.1
Y_2 = Y_0.(0|1) | Y_1.1
Y_3 = Y_1.0 | Y_2.0 | Y_3.0
Y_4 = Y_2.1 | Y_4.(0|1)

Sustituyendo Y_1, Y_2 en Y_3
Y_3 = Y_3.1.0 | ((0|1) | Y_3.1.1).0 | Y_3.0
Y_3 = Y_3.1.0 | Y_3.0 | Y_3.1.1.0 | (0|1).0
Y_3 = Y_3.(0 | 1.0 | 1.1.0) | (0|1).0
Y_3 = (0|1).0.(0 | 1.0 | 1.1.0)*

Sustituyo Y3 en Y1
Y_1 = (0|1).0.(0 | 1.0 | 1.1.0)*.1

Sustituyo Y_0, Y_1 en Y_2
Y_2 = ε.(0|1) | (0|1).0.(0 | 1.0 | 1.1.0)*.1.1
Y_2 = (0|1) | (0|1).0.(0 | 1.0 | 1.1.0)*.1.1

Y_4 = (Y_2.1).(0|1)*

Sustituyo Y_2 en Y_4
Y_4 = (((0|1) | (0|1).0.(0 | 1.0 | 1.1.0)*.1.1).1).(0|1)*

d) L(M’) = Y_0 | Y_1

L(M’) = ε | (0|1).0.(0 | 1.0 | 1.1.0)*.1

Ejercicio 3.-

i. **Falso**, sea z=010101 entonces 100z $\notin$ L pero 10000z $\in$ L

ii. **Verdadero**, ya que para todo z, 01z $\notin$ L y 010101z $\notin$ L

iii. **Falso.** El lenguaje no es regular. Para demostrarlo, utilizamos el contrarrecíproco del Pumping Lemma. Sea N la constante del PL, y sea $z= 10^{N+1}(01)^N$; notar que cumple $|z|>N$

Consideramos todas las descomposiciones posibles para z = uvw que cumplan:
$|uv| \leq N$ y $|v|\geq 1$

i) $u=\varepsilon$ $j < N$
$v=10^j$ $j \geq 0$
$w= 0^{N+1-j} (01)^N$

$z_i= (10^j)^i\ 0^{N+1-j}\ (01)^N$ En este caso, para i=0 z_0 quedaría $0^{N+1-j}\ (01)^N$ y la z_0 NO comienza con 1
Por lo tanto z_0 no pertenece al lenguaje.

ii) $u=10^j$ $1+j+p \leq N$
$v= 0^p$ $p \geq 1$
$w= 0^{N+1-j-p} (01)^N$

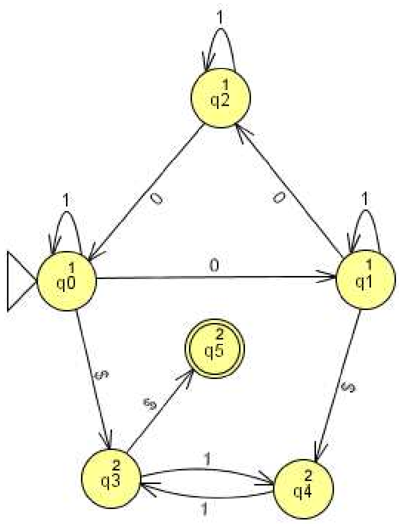
$z_i= 10^{N+1+(i-1)p}\ (01)^N$ En este caso, para i=0 z_0 quedaría $10^{N+1-p}\ (01)^N$ y la z_0 contiene una cantidad de 0's después del 1 menor o igual que la cantidad de pares de 01
Por lo tanto z_2 no pertenece al lenguaje.

Estas son las únicas familias a analizar bajo los supuestos $|uv| \leq N$ y $|v|\geq 1$
Con lo cual, como esas son todas las descomposiciones posibles, por el CR del PL L_3 no es un lenguaje regular.

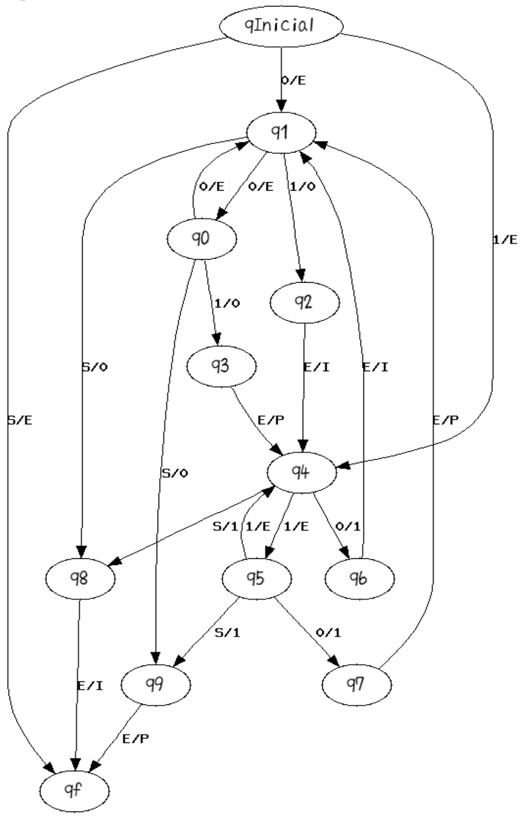
iv. **Falso**, L no es regular por tanto por Nill-Nerode tiene infinitas clases de equivalencia

Ejercicio 4.-

a)



b)


qInicial
0/E
q1
0/E
0/E
1/0
q0
1/E
q2
1/0
q3
S/0
E/I
E/I
S/E
E/P
E/P
q4
S/0
S/1
1/E
1/E
0/1
q8
q5
q6
S/1
0/1
E/I
q9
q7
E/P
qf