Teoría de Lenguajes

Solución 1er. Parcial – Curso 2014

Ejercicio 1 [Evaluación individual del obligatorio]

a)

i) `04:50`

ii) `04:00`

iii) `CASTILLOS`

iv) `ROCHA`

v) `No matchea`

vi) `ABC`

Observación:
Durante el parcial se corrigió un error de letra en:
1) iii) `/.*;([^;]*);ROCHA/`
1) iv) `/.*?;([^;]*?);ROCHA/`
Faltaba un ; (punto y coma) en ambas.

b)

i) No sirve porque puede eliminar código que no es comentario. Por ejemplo borra del primer **'{'** al último **'}'** del siguiente código pascal:

```
{comentario 1} a:=2+2; {comentario 2}
```

ii) Sí sirve. Se requieren los modificadores **s** y **g**.

Observación:
Dado que '{' y '}' son metacaracteres, las expresiones correctas de sustitución son:
1) b) i) `s/\{.*\}//`
1) b) ii) `s/\{.*?\}//`
Debido a este errores se consideran validas las respuestas que consideran las expresiones incorrectas por no tener el \, y también la que supusieron que '{' y '}' no eran metacaracteres.

c)

i) No sirve, porque sólo borra el comentario si está al inicio de todo el string. Y si se pone el modificador **m**, sólo borra si el comentario está al inicio de una línea. No permitiendo borrar los comentarios como en el siguiente ejemplo:

```
b := 1+1; // comentario 3
```

ii) Sí sirve, sólo requiere el modificador g para eliminar todas las ocurrencias.

Ejercicio 2

a) $L_a = \{a^n b^m c^k \ / \ n,m,k>0, \ n<m+k \}$

El lenguaje no es regular. Para demostrarlo, utilizamos el contrarrecíproco del Pumping Lemma. Sea N la constante del PL, y sea z= $a^N b^N c$; notar que cumple $|z| \geq N$

Consideramos todas las descomposiciones posibles para z = uvw que cumplan:
$|uv| \leq N$ y $|v| \geq 1$

i) $u=a^j$ $j+p \leq N$
$v= a^p$ $p \geq 1$
$w= a^{N-j-p}\, b^N c$

$z_i= a^j a^{ip} a^{N-j-p}\, b^N c = a^{N+(i-1)p}\, b^N c$
Tomando i=2 $z_2 = a^{N+p}\, b^N\, c$ y se cumple que $N+p \geq N+1$ (porque $p \geq 1$), con lo cual se cumple que la cantidad de a's es mayor o igual que la cantidad de b's + cantidad de c's)que es opuesto a la condición de las tiras del lenguaje). Por lo tanto z_2 no pertenece al lenguaje L_a.

Esta es las única familia a analizar bajo los supuestos $|uv| \leq N$ y $|v| \geq 1$
Cualquier otra descomposición falla justamente en alguna de esas condiciones, con lo cual, por el CR del PL L_a **no** es un lenguaje regular.

b) i) Defina la relación R_L y muestre que R_L es una relación de equivalencia

Sean x, y ∈ Σ*, L Σ* xR_Ly sii para todo z ∈ Σ* se cumple que o bien xz ∈ L $\wedge$ yz ∈ L
o bien xz NO ∈ **L** $\wedge$ yz NO ∈ **L**

Para que sea una relación de equivalencia, debe de cumplir 3 propiedades:

- Idéntica: $x\ R_L\ x$
- Simétrica: $x\ R_L\ y$ entonces $y\ R_L\ x$
- Transitiva: $x\ R_L\ y$, $y\ R_L\ z$ entonces $x\ R_L\ z$

Hay que ver de aplicar la definición de R_L en cada propiedad.

ii) Aplicación:

Sean $L_1 = L(a^*\ b^*)$ $L_2 = \{aabb\}$ $L_3 = \{w$ / w es de la forma $a^k b^k$ / $k>0\}$
Sean w_1=aab w_2=aabb
Indique si se cumple, justificando en cada caso:

i. $w_1\ R_{L1}\ w_2$

Verdadero. Al agregar cualquier z de la forma b*, w_1z y w_2z ambas ∈ $\mathbf{L_1}$
Si agregamos cualquier otra z, ambas NO ∈ $\mathbf{L_1}$

ii. $w_1\ R_{L2}\ w_2$
Falso. Al agregar z = b, w_1z ∈ $\mathbf{L_2}$ pero w_2z NO ∈ $\mathbf{L_2}$

iii. $w_1\ R_{L3}\ w_2$
Falso. Al agregar z = b, w_1z ∈ $\mathbf{L_3}$ pero w_2z NO ∈ $\mathbf{L_3}$

iii) ¿Es posible afirmar que alguno de los lenguajes tiene infinitas clases de equivalencia?
Justifique

SI; el lenguaje L_3 es NO regular, con lo cual,por en contrarecíproco de Myhill-Nerode, como L_3 no es regular, entonces tiene infinitas clase de equivalencia

Ejercicio 3

Dado el siguiente autómata finito M:({q0, q1, q2, q3, q4,q5,q6}, {a,b}, δ, q0, {q1,q2,q4,q6}) siendo δ, dada por:

	a	**b**	**ε**
q0	{q1 , q5}	Φ	{q2}
q1	Φ	{q1}	Φ
q2	{q3}	Φ	Φ
q3	{q4}	Φ	Φ
q4	Φ	Φ	Φ
q5	Φ	{q6}	Φ
q6	Φ	{q6}	Φ

a) Construya el autómata finito mínimo M' / L(M)=L(M')

Eliminamos transiciones épsilon (los nuevos estados finales están coloreados)

	a	**b**
q0	{q1 , q5, q3 }	Φ
q1	Φ	{q1}
q2	{q3}	Φ
q3	{q4}	Φ
q4	Φ	Φ
q5	Φ	{q6}
q6	Φ	{q6}

Obtenemos un AFD

	a	**b**
q0 (q'0)	q1q3q5	Φ
q1q3q5 (q'1)	q4	q1q6
q4 (q'4)	Φ	Φ
q1q6 (q'2)	Φ	q1q6

Minimizamos

[q'0q'1q'4q'2] [qp] (Agregamos estado pozo, único no final)
[q'0] [q'1] [q'4] [q'6] [qp]

El autómata ya es mínimo.

b) Defina la relación R_M para autómatas finitos deterministas.

Nota: Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Sea M=(Q, Σ, δ,q_0,F) un AFD y Sean x, y ∈ Σ*, entonces x R_M y sii δ^(q0,x) = δ^(q0,y)

c) Dé una expresión regular que defina el lenguaje L(M). Justifique.

Vamos a calcular las expresiones regulares de las tiras que llegan a cada estado. La expresión regular correspondiente a la unión de los lenguajes que llegan a cada estado final define a L(M). Utilizamos para resolverlo el Lema de Arden

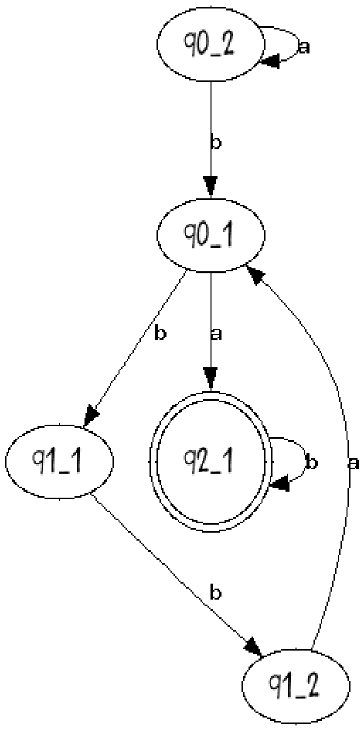
X0 = ε
X1 = X0a
X2 = X1b | X2b
X4 = X1a

X1 = a
X4 = aa
X2 = X2b | ab => X2 = abb*

L(M) = L(ε | a | aa | abb*)

Ejercicio 4

a)



b)