

Teoría de Lenguajes
Solución 1er. Parcial – Curso 2015

Consideraciones generales

- i) Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
- ii) Numere todas las hojas.
- iii) En la primer hoja, indique el total de hojas.
- iv) Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
- v) Utilice las hojas de un solo lado.
- vi) Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [Evaluación individual del obligatorio]

a) Dado el siguiente código Perl:

```
$_ = "No te detengas ante el esfuerzo\npara alcanzar los  
valores esenciales de la vida;\nporque en ellos reside la  
verdadera conquista del espiritu";  
if (EXPRESION) { print $1} else { print "No matchea"}
```

Indicar cuál es la salida, en cada caso, si se sustituye **EXPRESION** por las siguientes expresiones:

- i) `/(\w*[aeiou])$/`
- ii) `/(\w*[aeiou])$/m`
- iii) `/([^\w*[aeiou].*)/`
- iv) `/([^\w*[aeiou].*)/s`
- v) `/\s(1.*?es)\s/`
- vi) `/(v[a-z]*a)\b/`

Solución:

- i) `espiritu`
- ii) `esfuerzo`
- iii) `No te detengas ante el esfuerzo`
- iv) `Se imprime todo el texto.`
- v) `los valores`
- vi) `vida`

b) Suponiendo que `$texto` es igual a `"3,5 ,6 , 10,\n8, 71,52,7"`. Indicar cuáles de las siguientes sentencias deja `$texto` igual a `"3;5;6;10;8;71;52;7"`.

- i) `$texto =~ s/\D+//;`
- ii) `$texto =~ s/\s*,\s*|\s+/;/g`
- iii) `$texto = join( ';' , split( /\s+/ , $texto ) )`
- iv) `$texto = join( ';' , split( /\d+/ , $texto ) )`
- v) `$texto = join( ';' , split( /(\s*,\s*|\s+)/ , $texto ) )`
- vi) `$texto = join( ';' , split( /[\s,]+/ , $texto ) )`

Solución:

- i) Falla, porque solo cambia el primer separador. Faltó el modificador `g` para cambiar todos los separadores.
- ii) Funciona.
- iii) Funciona.
- iv) Falla, porque toma como separadores a los números naturales: `\d+`
- v) Falla, porque al poner paréntesis `( )` encerrando la expresión que representa los separadores, la función `split` devuelve la lista de los campos y también los separadores.
- vi) Falla, porque devuelve solo los separadores.

c) Indicar si las siguientes expresiones siempre producen el mismo resultado:

```
$ejemplo !~ /[a]/  
$ejemplo =~ /^[^a]/
```

No devuelven el mismo resultado, por ejemplo, para `$ejemplo` igual a `"ab"`. La primera expresión devuelve falso, porque encuentra una `a`, y por lo tanto el `!~` es falso. La segunda expresión devuelve verdadero, porque encuentra un carácter distinto a una `a`.

Ejercicio 2

Decir si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Justifique

- a) El lenguaje $L = \{ 0^k 1^j 0^q \mid j \geq 0, q > 0, k > 0 \text{ impar} \}$ no es regular.
- b) El lenguaje $L' = \{ 0^k 1^j 0^q \mid q > j \geq 0, k > 0 \text{ impar} \}$ no es regular.
- c) Sean L_1 y L_3 lenguajes regulares; L_2 un lenguaje no regular;
 $L_1 \cap L_2 \cap L_3 \neq \emptyset$. Entonces $L_1 \cap L_2 \cap L_3$ es un lenguaje NO regular.
- d) Sean L_1 un lenguaje no regular y $L_1 \cup L_2$ un lenguaje regular.
Entonces L_2 es un lenguaje regular.

a) **Falso**

El lenguaje L es regular ya que existe la siguiente ER que describe el lenguaje:

$$0(00)^*1^*00^*$$

b) **Verdadero**

El lenguaje L' no es regular y la siguiente es una demostración mediante el contrarrecíproco del Pumping Lema:

Sea N la cte. del P.L. y sea $z = 01^N 0^{N+1}$

donde se ve que $z \in L'$ y $|z| = 2N+2 \geq N$

Se analizan las descomposiciones de $z = uvw$ que cumplan: $|uv| \leq N$ y $|v| \geq 1$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & u = \varepsilon \\ & v = 01^t \quad t \geq 0 \\ & w = 1^{N-t} 0^{N+1} \end{aligned}$$

Luego, $z_i = (01^t)^i 1^{N-t} 0^{N+1}$. Debemos hallar i de modo que z_i no pertenezca a L' .
Sea $i = 2$, luego $z_2 = 01^t 01^t 1^{N-t} 0^{N+1}$

En este caso, la discusión es: si $t > 0$, se mezclan 0's con 1's. Si $t = 0$, la cantidad de 0's al comienzo es par, lo cual hace que z_2 no pertenezca a L'

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & u = 01^j \quad j+1+t \leq N \quad (j \geq 0) \\ & v = 1^t \quad t \geq 1 \\ & w = 1^{N-j-t} 0^{N+1} \end{aligned}$$

$$\text{Luego, } z_i = 01^j 1^t 1^{N-j-t} 0^{N+1} = 01^{N+(j-1)+t} 0^{N+1}$$

Debemos hallar i de modo que z_i no pertenezca a L'

$$\text{Sea } i = 2, \text{ luego } z_2 = 01^{N+t} 0^{N+1}$$

Si z_i perteneciera a L' , tendríamos que $N+1 > N+t$, lo que es absurdo porque $t \geq 1$ con lo cual cantidad de 0's después de los 1's es siempre menor o igual. Luego z_2 no pertenece a L' .

Estas son las únicas familias que cumplen las condiciones $|uv| \leq N$ y $|v| \geq 1$, entonces, cualquier otra familia falla en alguna de estas.

Con esto se puede afirmar que L' NO es Regular

c) **Falso**

Sean $L_1 = 1^*0^*$; $L_3 = \Sigma^*$ (siendo $\Sigma = \{0,1\}$) ; $L_2 = \{0^k1^k, k \geq 0\}$

Se cumple que $L_1 \cap L_2 \cap L_3 \neq \emptyset$ y $L_1 \cap L_2 \cap L_3 = \epsilon$

$L = \{ \epsilon \}$ es un lenguaje Regular, ya que tiene solamente la tira ϵ

d) **Falso**

Sean $L_1 = \{0^k1^k, k \geq 0\}$ y $L_2 = L_1^c$ (el complemento de L_1)

Se tiene que $L_1 \cup L_2 = \Sigma^*$ (que es regular); sin embargo L_2 NO es un lenguaje regular, puesto que por la propiedad de clausura del complemento de los lenguajes regulares, L_1 sería regular, que es absurdo pues L_1 (probado en teórico por CR del PL) NO es regular.

Ejercicio 3

Sea L_3 el lenguaje reconocido por el siguiente autómata finito $M = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ donde:

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ $\Sigma = \{0,1\}$ $F = \{q_3\}$ y la δ dada por:

	0	1	ϵ
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{\}$
q_1	$\{q_0\}$	$\{\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\{\}$	$\{q_0\}$
q_3	$\{\}$	$\{q_3\}$	$\{\}$

- Construya el autómata finito mínimo $M' / L(M) = L(M')$
- Dé una expresión regular que defina el lenguaje $L(M)$. Justifique.
- Defina la relación R_L para lenguajes cualesquiera.
- ¿Cuántas clases define la relación R_{L_3} ? Justifique.
- Decir si se cumple $0001 R_{L_3} 110$. Justifique.

Pasaje AFND-eps a AFND

$\text{eps-clausura}(\{q_0\}) = \{q_0\}$

	0	1
q0	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$
q1	$\{q_0\}$	$\{q_3\}$
q2	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$
q3	$\{\}$	$\{q_3\}$

Pasaje AFND a AFD

		0	1
p0	{q0}	{q1,q3}	{q0,q2}
p1	{q1,q3}	{q0}	{q3}
p2	{q0,q2}	{q1,q3}	{q0,q2}
p3	{q3}	{}	{q3}

Estados finales p1 y p3

Minimización

[p0,p2] [p1,p3]

[p0,p2] [p1] [p3]

[p0,p2] [p1] [p3] por tanto p0 es equivalente a p2

AFD Mínimo

	0	1
p0	p1	p0
p1	p0	p3
p3		p3

Estados finales p1 y p3

b) A continuación se resuelve el sistemas de ecuaciones.

La solución será la ER asociada a $X_1 \mid X_3$ por ser estados finales p_1 y p_3

$$X_0 = X_01 \mid X_10 \mid \varepsilon$$

$$X_1 = X_00$$

$$X_3 = X_11 \mid X_31$$

$$X_0 = X_01 \mid X_000 \mid \varepsilon = X_0(1|00) \mid \varepsilon = (1|00)^*$$

$$X_1 = (1|00)^*0$$

$$X_3 = X_31 \mid (1|00)^*01 = (1|00)^*011^*$$

$$L(M) = X_1 \mid X_3 = (1|00)^*0 \mid (1|00)^*011^* = \mathbf{(1|00)^*01^*}$$

c) Definir la relación R_L

$$x R_L y \text{ si } \forall z \in \Sigma^*, xz \in L \Leftrightarrow yz \in L \wedge xz \notin L \Leftrightarrow yz \notin L$$

d) Como se construyó en a) el autómata mínimo, las clases de RL coinciden con la cantidad de estados del autómata mínimo (Myhil-Nerode).

No obstante, si bien aparecen 3 estados, la cantidad de clase es **4** debido a la clase del estado pozo (porque la función de transición NO es total).

e) Ver si $0001 R_{L_3} 110$

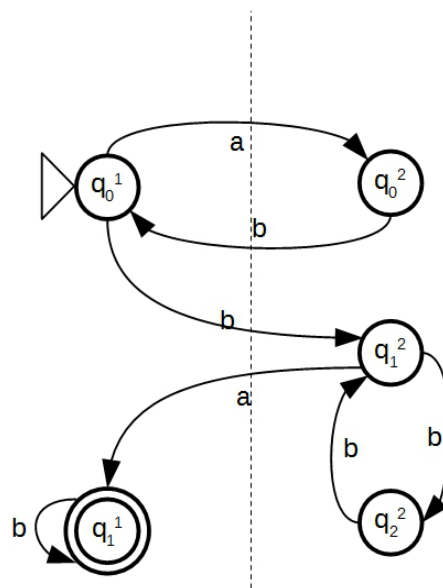
Ambas tiras pertenecen a L_3 , con lo cual analizamos las posibles $z \in \Sigma^*$ pero tomado en cuenta la forma que tiene $x = 0001$ y $y = 110$

Se puede ver que si $z = 001$ $xz \notin L_3$ mientras que $yz \in L_3$ con lo cual NO se cumple la definición de que x e $y \in$ a la misma clase.

Ejercicio 4

a) Construya un autómata de dos cintas para el siguiente lenguaje:

$$L_4 = \{ (a^k b^n, b^{j+k} a) / k \geq 0; n > 0; j \geq 0 \text{ par} \}$$



b) Construir un autómata con salida $M: (Q, \Sigma, \Lambda, \delta, \lambda, q_0)$ tal que lea secuencias de números romanos e imprima una P o una I si el número leído es Par (P) o Impar(I)

La entrada es una secuencia (no vacía) de I's y V's que termina con el símbolo “#”

$\Lambda = \{I, P\}$; $\Sigma = \{I, V, \#\}$; $\lambda : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow (\Lambda \cup \{\epsilon\})$

