Teoría de Lenguajes

Solución 1er. Parcial – Curso 2016

Consideraciones generales	
i)	Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
ii)	Numere todas las hojas.
iii)	En la primer hoja, indique el total de hojas.
iv)	Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
v)	Utilice las hojas de un solo lado.
vi)	Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [Evaluación individual del laboratorio]

a)

i. No sirve, por varios motivos: no matchea el comienzo de línea, y no respeta las mayúsculas y minúsculas.
ii. Si sirve.
iii. No sirve, $ sirve para matchear con el fin de la línea, no con el comienzo.
iv. No sirve, no matchea el comienzo de todas la líneas.
v. No sirve, matchea más de una línea porque el . matchea los saltos de línea por usar el modificador s.
vi. No sirve, no controla que Es este al comienzo de la línea.
vii. No sirve, solo matechea con la primer línea, no con el resto. Falta el modificador m.
viii. No sirve. $ sirve para matchear con el fin de la línea, no con el comienzo.

b)

i. Imprime todo el texto.
ii. Imprime: When t
iii. Imprime todo el texto.
iv. Imprime todo el texto.
v. Imprime: When the wind was
vi. Imprime: When the

Ejercicio 2

a) Es regular dado que está compuesto por un único elemento y por lo tanto es finito y si un lenguaje es finito entonces es regular.

b) $L'_{(k,p)}=\{1^k 0^p\}$ es regular (es el lenguaje de la parte a) por lo tanto hay una expresión regular $r=r(L'_{(k,p)})$ para $L'_{(k,p)}$, la expresión regular rr^* define al lenguaje $L_{(k,p)}$.

c) Es regular pues la siguiente expresión regular lo define: $\underbrace{1\ldots1}_{k}00(00)^*$

d) No es regular, y se demostrará por el CR del Pumping Lema.
Sea $z=1^N 0^{N+1} 0^{N+1} 1^N$, $|z|=4N+2\geq N$
La única familia a considerar que cumple $|v|\geq 1$ y $|uv|\leq N$ (*) es:
$u=1^{N-t-k}$,
$v=1^t$
$w=1^k 0^{2N+2} 1^N$ con $k\geq 0$ y $t\geq 1$
Considerando i=2 tenemos que: $z_2=uv^2w=1^{N+t}0^{N+1}0^{N+1}1^N$ con $t\geq 1$, esta tira no pertenece al lenguaje pues $N+t>N$, pero la cantidad de 1's al principio y al final debe ser la misma para que la tira pertenezca al lenguaje. Por lo tanto, como es la única familia que cumple (*) por contrarrecíproco del pumping lemma L NO es regular.

Ejercicio 3

a)
Pasaje AFND-eps → AFND y se aplica δ'(q,a) = ε-clausura(δ~(ε-clausura(q),a))

ε-clausura({q0}) = {q0,q1,q2}
ε-clausura({q1}) = {q1,q2}
ε-clausura({q2}) = {q2}
ε-clausura({q3}) = {q0,q1,q2,q3}

δ`	***0***	***1***
q0	{q1,q2}	{q0,q1,q2,q3}
q1	{q1,q2}	{q2}
q2	{q1,q2}	{q2}
q3	{q1,q2}	{q0,q1,q2,q3}

F'={q0,q1}

Pasaje AFND → AFD

	δ''	***0***	***1***
p0	[q0]	[q1,q2]	[q0,q1,q2,q3]
p1	[q1,q2]	[q1,q2]	[q2]
p2	[q2]	[q1,q2]	[q2]
p3	[q0,q1,q2,q3]	[q1,q2]	[q0,q1,q2,q3]

F''={p0,p1,p3}

b)
Definición de clases R_M (para todo M AFD):
Sea L lenguaje / L ⊆ Σ* con Σ alfabeto; x,y ∈ Σ*, L(M)=L, diremos que: x R_M y sii δ^(q0,x)= δ^(q0,y).

Por lo que se puede observar, que las clases R_M quedan determinadas por los estados del autómata.

Entonces en M'$_3$ tenemos 4 clases de equivalencia, cada una de ellas asociada a uno de sus estados.

c)
Definición de clases R_L (para todo L):
I) Sea L lenguaje / $L \subseteq \Sigma^*$ con Σ alfabeto; x,y pertenecen a Σ^*, diremos que:
x R_L y sii para todo z perteneciente a Σ^*
(xz pertenece a L y yz pertenece a L) ó
(xz no pertenece a L y yz no pertenece a L)

Lo que buscamos son las clases $R_{L,}$ y sabemos por el corolario del Teorema de Myhill-Nerode que si el autómata es mínimo, las clases de R_L y R_M coinciden.
Minimizaremos el autómata finito de la parte anterior:

Minimización
Π_0 [p0,p1,p3] [p2]
Π_1 [p0,p3] [p1] [p2]
Π_2 [p0,p3] [p1] [p2]

AFD Mínimo

	0	***1***
p0	p1	P0
p1	p1	P2
p2	p1	p2

Estados finales {p0, p1}
Podemos ver que nuestro AFD mínimo presenta 3 estados, por lo que concluimos que tiene 3 clases R_L.

d) Se calculan las expresiones regulares de las clases de R_L para el autómata mínimo; con el sistema de ecuaciones presentado en práctico. Se utiliza además el Lema de Arden: la única solución a la ecuación X = Xr | s es: X = sr* si $\varepsilon \notin L(r)$

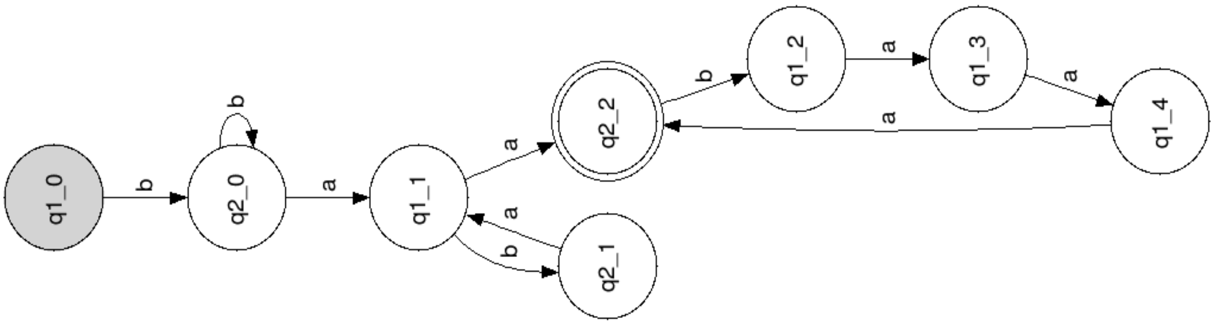
$X_0 = X_0 1 \mid \varepsilon$
$X_1 = X_1 0 \mid X_2 0 \mid X_0 0 \mid$
$X_2 = X_1 1 \mid X_2 1$

$X_0 = 1^*$
$X_2 = X_1 11^*$
$X_1 = X_1 0 \mid X_1 11^*0 \mid 1^*0 = X_1(0 \mid 11^*0) \mid 1^*0 = 1^*0\ (0 \mid 11^*0)^*$
$X_2 = 1^*0\ (0 \mid 11^*0)^*11^*$

L(M) = $X_0 \mid X_1 = 1^* \mid 1^*0\ (0 \mid 11^*0)^*$, la unión de las clases de equivalencias asociadas a los estados finales.

Ejercicio 4

a)



b)