Teoría de Lenguajes

1er. Parcial – Curso 2017

Consideraciones generales
i) Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
ii) Numere todas las hojas.
iii) En la primer hoja, indique el total de hojas.
iv) Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
v) Utilice las hojas de un solo lado.
vi) Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [Evaluación individual del obligatorio]

a)

i) `t`

ii) `This`

iii) `This document is an introductory`

iv)
```
This document is an introductory
tutorial to using regular expressions
in Python with the re module.
```

v) `tutorial`

vi) `This document`

b)

i) `['This', 'tutorial']`

ii) `['This', 'tutorial', 'to', 'the']`

iii) `[]`

iv) `['introductory', 'expressions', 'module.']`

v) `['This', 'Python']`

vi) `['This', 'using', 'with', 'the']`

Ejercicio 2

ai) $L_a = \{ 0^p 1^j 2^t \ p>0 \ \ j \geq t \geq 0\}$ es regular?

Falso. El lenguaje no es regular. Para demostrarlo, utilizamos el contrarrecíproco del Pumping Lemma. Sea N la constante del PL, y sea $z=01^N2^N$
Se plantean las descomposiciones posibles para z que cumplan las condiciones:
$|uv| \leq N$ y $|v| \geq 1$

i) $u=\varepsilon$ $q+1 \leq N$
$v=01^q$ $q \geq 0$
$w= 1^{N-q}2^N$

En este caso, para i=0 z_0 no tiene ningún 0, y por lo tanto no pertenece al lenguaje.

ii) $u=01^q$ $q+r+1 \leq N$
$v=1^r$ $r \geq 1$
$w= 1^{N-q-r}2^N$

En este caso, para i=0 z_0 tiene menor cantidad de 1's que 2's (porque $r \geq 1$) y por lo tanto no pertenece al lenguaje.

Como esas son todas las descomposiciones posibles que cumplen $|uv|\leq N$ y $|v|\geq 1$, por el CR del PL, L_a no es un lenguaje regular.

aii) $L_b = \{ 0^p1^j2^t ; \; p>0 \; j,t\geq 0 \}$
$L_c = L_b^c$ es regular?

Verdadero. Observemos que L_b es regular, ya que la siguiente expresión regular lo define: r = 00*1*2* (L=L(r)).
Por lo tanto como L_c es el complemento de L_b tenemos que L_c es regular (el complemento de un lenguaje regular, es un lenguaje regular - propiedad vista en el Teórico).

aiii) $L_d = L_a \cup L_b$ es regular?

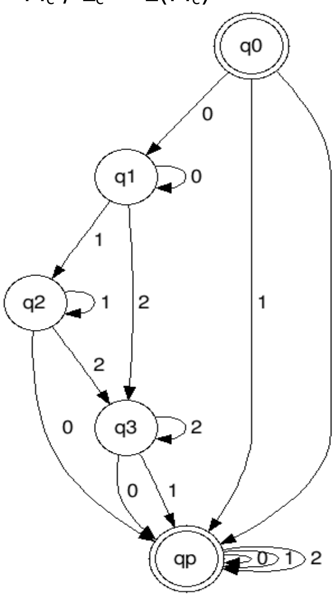
Verdadero. Observemos que $L_d = L_a \cup L_b = \{ 0^p1^j2^t ; \; p>0 \; j\geq t\geq 0 \} \cup \{ 0^p1^j2^t ; \; p>0 \; j,t\geq 0 \} = \{ 0^p1^j2^t ; \; p>0 \; j,t\geq 0 \} = L_b$. Como vimos en ii) que L_b es regular, tenemos que L_d es regular.

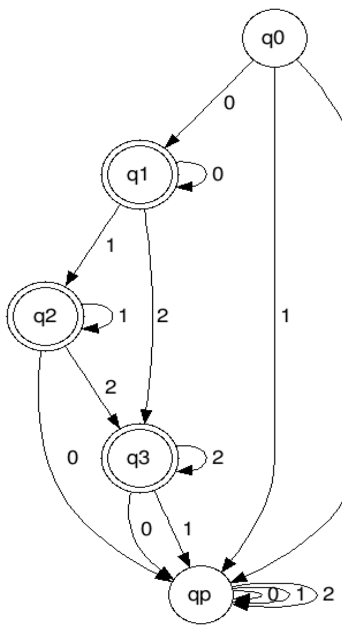
aiv) **Verdadero.** Probamos en i) que L_a no es regular, y también vimos en ii) que L_b es regular. Recordando el teorema de Myhill-Nerode, un lenguaje L es regular si y solo si R_L define una cantidad finita de clases de equivalencia.
Por lo tanto L_a tiene infinitas clases de equivalencia, y L_b tiene finitas clases de equivalencia.

b) Construya Autómatas Finitos para reconocer aquellos lenguajes que sean regulares.

Se darán autómatas para L_b , L_c y L_d

M_c / $L_c = L(M_c)$ y como $L_d = L_b$ se construye M_d / $L_d = L(M_d) = L_b$





Ejercicio 3

a) Definición de la relación R_L

$x \, R_L \, y$ *si* $\forall z \in \Sigma^*, xz \in L \wedge yz \in L$
$\vee \; xz \notin L \wedge yz \notin L$

b) Pasaje AFND-eps → AFND y se aplica $\delta'(q,a) = \varepsilon\text{-clausura}(\bar{\delta}(\varepsilon\text{-clausura}(q),a))$

ε-clausura({q0}) = {q0,q1,q2}
ε-clausura({q1}) = {q1,q2}
ε-clausura({q2}) = {q2}
ε-clausura({q3}) = {q0,q1,q2,q3}

δ`	***a***	***b***
q0	{q1,q2}	{q0,q1,q2,q3}
q1	{q1,q2}	{q2}
q2	{q1,q2}	{q2}
q3	{q1,q2}	{q0,q1,q2,q3}

F'={q0,q1}

Pasaje AFND → AFD

	δ''	***a***	***B***
p0	[q0]	[q1,q2]	[q0,q1,q2,q3]
p1	[q1,q2]	[q1,q2]	[q2]
p2	[q2]	[q1,q2]	[q2]
p3	[q0,q1,q2,q3]	[q1,q2]	[q0,q1,q2,q3]

F''={p0,p1,p3}

Minimización
Π_0 [p0,p1,p3] [p2]
Π_1 [p0,p3] [p1] [p2]
Π_2 [p0,p3] [p1] [p2]
AFD Mínimo

	a	***b***
p0	p1	P0
p1	p1	P2
p2	p1	P2

Estados finales {p0, p1}

c) Se calculan las expresiones regulares de las clases de R_M para el autómata mínimo; con el sistema de ecuaciones presentado en práctico. Se utiliza además el Lema de Arden: la única solución a la ecuación $X = Xr \mid s$ es: $X = sr^*$ si $\varepsilon \notin L(r)$

$X_0 = X_0 b \mid \varepsilon$
$X_1 = X_1 a \mid X_2 a \mid X_0 a \mid$
$X_2 = X_1 b \mid X_2 b$

$X_0 = b^*$
$X_2 = X_1 bb^*$
$X_1 = X_1 a \mid X_1 bb^*a \mid b^*a = X_1(a \mid bb^*a) \mid b^*a = b^*a\,(a \mid bb^*a)^*$
$X_2 = b^*a\,(a \mid bb^*a)^* bb^*$

Nota: Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas.
Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Como las clases de R_M se calcularon sobre una AFDM que representa a L_4, entonces son las clases de R_L que buscábamos.

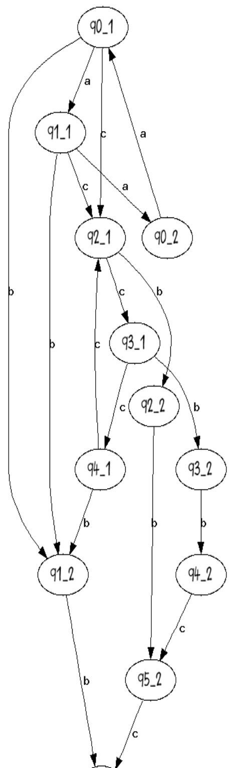
d) L(M) = X_0 | X_1 = b* | b*a (a | bb*a)*, la unión de las clases de equivalencias asociadas a los estados finales.

e) i) *bb* R_L *ba* NO; por ejemplo si concatenamos la tira ***b*** se obtiene que *bbb* $\in$ L y *bab* $\notin$ L

ii) *ba* R_L *aba* *SI;* ambas llegan al mismo estado final **p1** en el autómata mínimo, con lo cual, si concatenamos cualquier tira w $\in$ Σ*, si esa tira es de la forma *xa* - termina en **a**, *baxa* $\in$ L *y abaxa* $\in$ L y si es de la forma x**b**, *baxb* $\notin$ L *y abaxb* $\notin$ L

Ejercicio 4

a)



b)