Teoría de Lenguajes

2do. Parcial – Curso 2012

Soluciones

Ejercicio 1 [Evaluación individual del obligatorio]

a)

i) FALSA.
ii) FALSA.
iii) VERDADERA.

b)

i) Se corresponde con la EBNF.
ii) No se corresponde con la EBNF.
iii) No se corresponde con la EBNF.
iv) Se corresponde con la EBNF.

c) La salida es:

```
ASIGNACION
ASIGNACION
SELECCION
ASIGNACION
ITERACION
```

Ejercicio 2

Dado el siguiente lenguaje:

L_2 = { $w\#w'\#1^n$, con *w* y *w'* ∈ {0,1}*, con |*w*|=|*w'*| y n = cantidad de símbolos diferentes en las mismas posiciones entre w y w'}

Ejemplos de tiras:

101001#100111#111
10#01#11
0101#0101#
##

d) Clasifique L_2 según la Jerarquía de Chomsky. Justifique adecuadamente.

L_2 es un lenguje Recursivamente Enumrable, (lo cual se demuestra construyendo la Máquina de Turing de la parte b), y **no** es un lenguaje libre de contexto, lo cual se demuestra aplicando el contra-recíproco del Pumping Lema para lenguajes libres de contexto.

Dado N constante del PL, elegimos $z = 0^N\#1^N\#1^N$, $z \in$ a L_2, $|z| = 3N+2 \geq N$
Estudio todas las descomposiciones de z=uvwxy que cumplen $|vx|>0$ y $|vwx| \leq N$

Familias	0^N	#	1^N	#	1^N
1	v x				
2			v x		
3					v x
4	v		x		
5			v		x
6	v x	x	x		
7	v	v	v x		
8			v x	x	x
9			v	v	v x

Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Familia 1
La descomposición de esta familia sería:
$u=0^p$
$v=0^q$ $|vx| = q+s \geq 1$
$w=0^r$ $|vwq| = q+r+s \leq N$
$x=0^s$
$y=0^{N-p-q-r-s}\#1\#1$

$z_i = 0^p (0^q)^i 0^r (0^s)^i 0^{N-p-q-r-s}\#1\#1 = 0^{p+qi+r+si+N-p-q-r-s}\#1\#1 = 0^{N+(q+s)(i-1)}\#1^N\#1^N$

Eligiendo $i=2$ $z_2 = 0^{N+(q+s)}\#1^N\#1^N$

Entonces tenemos que z_2 no queda de la forma de las tiras del lenguaje, pues w y w' son de distinto largo ($|w|> |w'|$ ya que $q+s \geq 1$). Con lo cual $z_2 \notin L_2$.

Familias 2 y 3
Son análogas a la Familia 1, pero cambia la cantidad de 1s entre los #s (Familia 2). Para el caso de la Familia 3, el argumento es que la cantidad de símbolos entre w y w' si bien se mantienen iguales, la cantidad de 1's después del segundo # es mayor (para un $i \geq 2$)

Familia 4
La descomposición de esta familia sería:
$u=0^{N-p-q}$
$v=0^p$ $|vx| = p+s \geq 1$
$w=0^q\#1^r$ $|vwq| = p+q+1+r+s \leq N$
$x=1^s$
$y=1^{N-r-s}\#1^N$

$z_i = 0^{N-p-q} (0^p)^i 0^q\#1^r(1^s)^i 1^{Nr-s}\#1^N$

Si $p=0$ entonces $s\neq 0$, eligiendo $i=2$, $|w|< |w'|$ ya que $p+s \geq 1$
Si $p\neq 0$ y $p\neq s$ eligiendo $i=2$, queda que $|w|$ y $|w'|$ son diferentes ya que $p+s \geq 1$
Si $p\neq 0$ y $p=s$, eligiendo $i=2$, queda de todas formas, que aunque $|w|= |w'|$, el $|w|> |1^N|$ después del 2do # que permanece fijo, con lo cual hay **más** símbolos diferentes de los N

Familia 5
Es similar a la Familia 4, pero cambia el argumento, ya que alcanza decir que ($|w'|> |w|$)

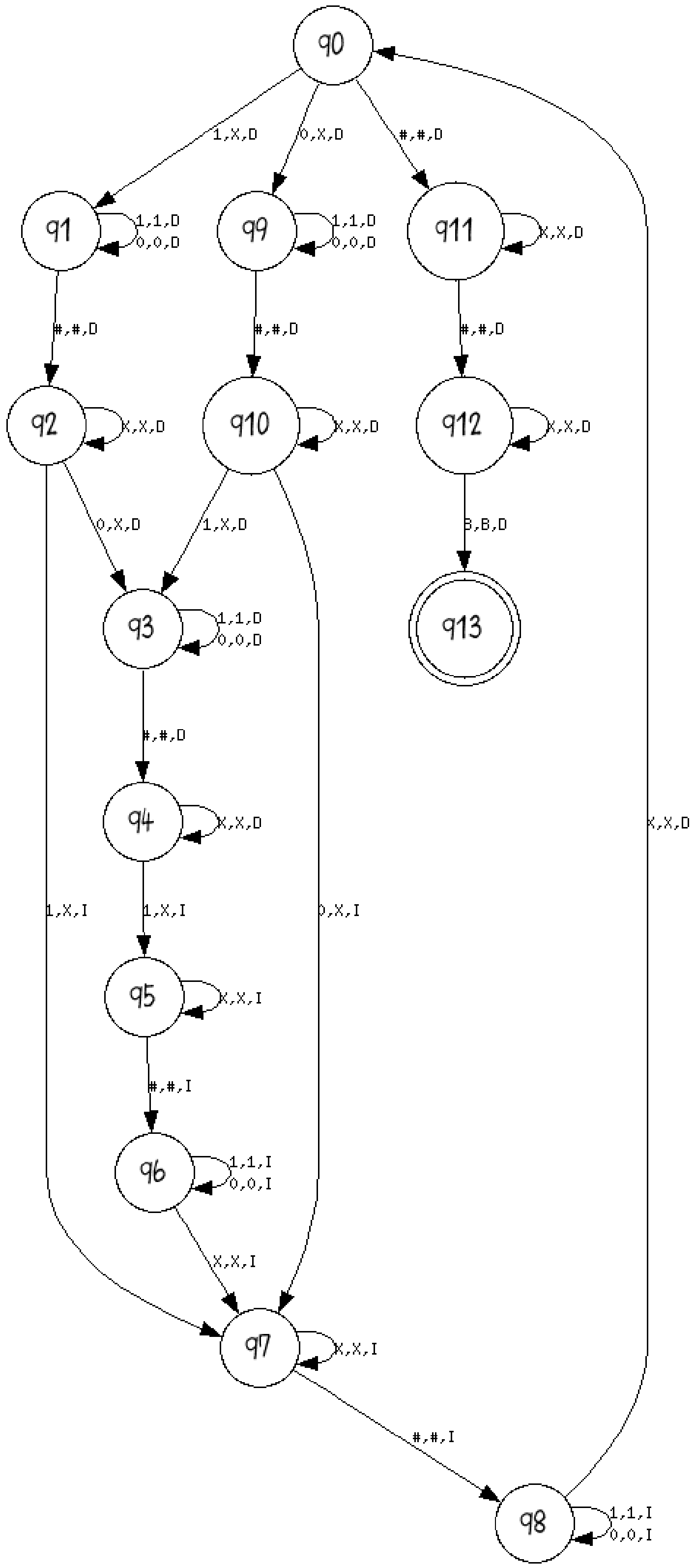
Familia 6
La descomposición de esta familia sería:
$u=0^{N-p-q-r}$
$v=0^p$ $|vx| = p+r+1+s \geq 1$
$w=0^q$ $|vwq| = p+q+r+1+s \leq N$
$x=0^r\#1^s$
$y=1^{N-s}\#1^N$

Eligiendo $i=0$, z_0 queda con un solo # y por lo tanto con lo cual $z_0 \notin L_2$.

Familias 7, 8 y 9
Son análogas a la familia 6, eligiendo $i=0$ la tira z_0 no pertenece a L_2

Como hemos estudiado todas las descomposiciones que cumplen |vx|>0 y |vwx|≤ N, concluimos que L_2 **no** es un lenguaje libre de contexto. En la parte b) se construirá una MT que reconoce L_2 y por lo tanto se puede afirmar que es recursivamente enumerable.

e) Construya un autómata M_2 / L_2 = L(M_2).



Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Ejercicio 3

Dado el siguiente lenguaje:

L_3 = { w/ w es de la forma $x^n b^p a^m$, donde $x \in \{a,b\}$ con $p>0$, $m \geq 2n \geq 0$}

a) Construya una gramática simplificada G_3 / $L_3 = L(G_3)$. Justifique.

a) G_3 : (V, T, P, S)
V = {A, B, S}
T = {a, b}
P = {
S -> aSA | bSA | b | bB | Ba | BA
A -> aa | aA,
B -> b | bB
}

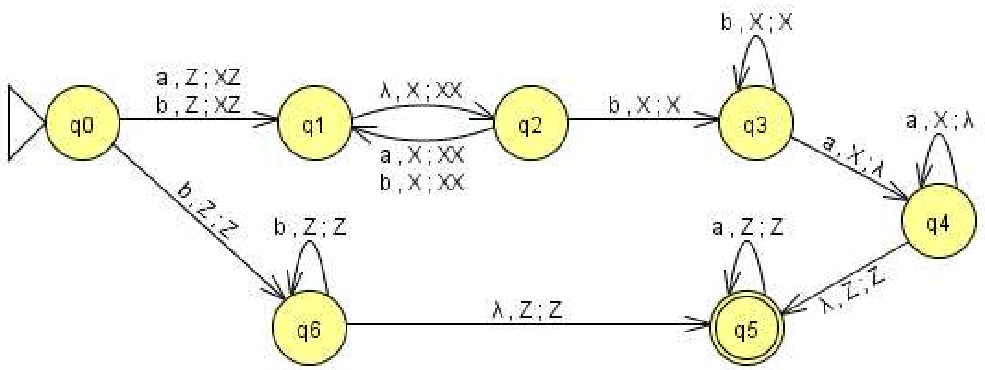
Justificación:

- No tiene producciones ε
- No tiene producciones unitarias
- Todas las variables son positivas
- Todas las variables son alcanzables

Habiendo dicho esto podemos decir entonces que la gramática está simplificada.

b) Construya un autómata M_3 / $L_3 = L(M_3)$. ¿Es determinista? Justifique.

M_3 : ({q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6}, {a, b}, {X, Z}, δ, q_0, Z, {q_5})



No es determinista ya que:

- $\delta(q_0, b, Z) = \{(q_1, XZ), (q_6, Z)\}$ y $\delta(q_2, b, X) = \{(q_1, XX), (q_3, X)\}$, por lo que no se cumple la condición: $|\delta(q_i, a, z)| \leq 1$, $\forall\, a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $z \in \Gamma$, $q_i \in Q$

- $\delta(q_6, \varepsilon, Z) \neq \varnothing \wedge \delta(q_6, b, Z) \neq \varnothing$ por lo que no se cumple la condición:
$\delta(q_i, \varepsilon, z) \neq \varnothing \Rightarrow \delta(q_i, a, z) = \varnothing$, $\forall\, a \in \Sigma$

c) Dado L_4 = { w/ w es de la forma $x^n b^p a^m$, donde $x \in \{a,b\}$ con $p>0$, $0 \leq m < 2n$}.
Construya gramáticas simplificadas G_5 / $L_5 = L(G_5)$ y G_6 / $L_6 = L(G_6)$ que se correspondan con la categoría según la Jerarquía de Chomsky para los lenguajes:

$$L_5 = L_3 \cup L_4$$
$$L_6 = L_3 \cap L_4$$

L_5 = { w/ w es de la forma $x^n b^p a^m$, donde x $\in$ {a,b} con p>0, m≥0, n≥0 }

La demostración de que L_5 es de esta forma es muy sencilla, ya que hacer la unión de los lenguajes L_3 y L_4, resulta la misma expresión y el OR lógico de las condiciones de los parámetros n, m y p. El OR lógico de las condiciones m≥2n≥0 y 0≤m<2n resulta en las que se especifican en L_5.

Por otro lado, puede verse que $L_6 = \emptyset$

La demostración de que L_6 es el ***lenguaje vacío*** es muy parecida a la de L_5 con la diferencia que se hace el AND lógico de las condiciones de los parámetros n, m y p. A partir del AND lógico de las condiciones m≥2n≥0 y 0≤m<2n, resulta que no hay ninguna tira que pertenezca a L_5 y L_6 a la vez.

Los lenguajes L_5 y L_6 son regulares.

Demostración: la expresión regular que define a L_5 es (a|b)*bb*a* y la que define a L_6 es $\emptyset$. Como estos lenguajes son regulares (según la Jerarquía de Chomsky) debemos dar una GLI o una GLD, ya que dar otra gramática estaría mal (según las condiciones de este ejercicio).

Para resolver el ejercicio daremos una GLD (gramática lineal derecha) para cada lenguaje, pero podríamos dar una GLI e igual estaría bien.

Sea G_5 / $L_5 = L(G_5)$, $G_5 : (V_5, T_5, P_5, S_5)$

$V_5 = \{S_5, A, B\}$
$T_5 = \{a, b\}$
P_5 = {
    S_5 -> aS_5 | bS_5 | bA | bB | b,
    A -> b | bA | bB,
B -> a | aB
}

Sea G_6 / $L_6 = L(G_6)$, $G_6 : (V_6, T_6, P_6, S_6)$

$V_6 = \{S_6\}$
$T_6 = \{a, b\}$
P_6 = {}

Puede llegar admitirse la respuesta para L_6: no existe una gramática ***simplificada*** para el lenguaje Φ (por el hecho de S_6 no ser positiva).