

Teoría de Lenguajes
2do. Parcial – Curso 2016
Soluciones

Consideraciones generales

- i) Escriba nombre y C.I. en todas las hojas.
- ii) Numere todas las hojas.
- iii) En la primera hoja, indique el total de hojas.
- iv) Comience cada ejercicio en una hoja nueva.
- v) Utilice las hojas de un solo lado.
- vi) Entregue los ejercicios en orden.

Ejercicio 1 [Evaluación individual del obligatorio]

a)

- i) Sirve
- ii) No sirve.
Reconoce tiras que no son del lenguaje. Por ejemplo: "; int n"
- iii) Sirve
- iv) No sirve
No reconoce la tira vacía.

b)

- i) Falso.
Sí se pueden representar las producciones épsilon en JCUP como sucede en la parte a). Y no tiene que ser solo con la variable inicial, como por ejemplo con: `pIdAux ::= ;`
- ii) Falso.
Se debía "generer-parser" (de JCUP a código java) y luego "compilar" (el código java).
- iii) Falso.
'(', ')', '*' y '?' no son símbolos terminales de la EBNF de la parte a)

Ejercicio 2

a)

La:

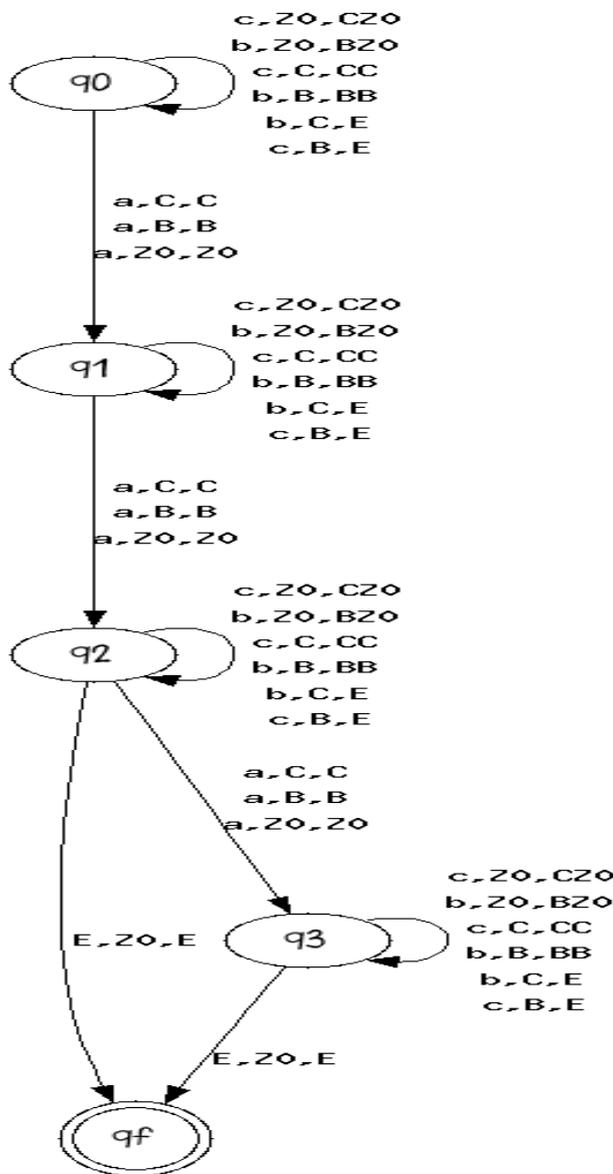
S -> bSc | cSb | bcS | cbS | Sbc | Scb | aA | Aa
A -> bAc | cAb | bcA | cbA | Abc | Acb | aB | Ba | a
B -> bBc | cBb | bcB | cbB | Bbc | Bcb | bc | cb | a

Lb:

S -> bS | aS2 | cS1
S1 -> bS1 | cS1 | aS3
S2 -> bS2 | aS4 | cS3
S3 -> bS3 | cS3 | aS5 | a
S4 -> bS4 | aS6 | cS5 | c
S5 -> bS5 | cS5 | aS7 | a | b | c
S6 -> bS6 | cS7 | c
S7 -> cS7 | bS7 | c | b

Ambas gramáticas están simplificadas porque no tienen ni producciones epsilon, ni producciones unitarias y todos sus símbolos son útiles

b)



Ejercicio 3

a) $L_2 - L_1$ es recursivamente enumerable

Verdadero: Por propiedad de conjuntos $L_2 - L_1 = L_2 \cap L_1^c$. Como L_1 es finito, L_1 regular (el conjunto se puede expresar por extensión, siendo la expresión regular el pipe de todos los elementos).

Por propiedad de lenguajes regulares, si L_1 es regular, L_1^c es regular.

Por propiedad vista en el teórico, la intersección de un lenguaje libre de contexto y un lenguaje regular, es libre de contexto.

Entonces $L_2 - L_1$ es libre de contexto, por lo que es recursivamente enumerable (por jerarquía de Chomsky).

Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

b) $L_3 \cap L_2$ es libre de contexto no regular

Falso: Si $L_3 = \emptyset$ (es posible, pues el conjunto vacío es regular y por jerarquía de Chomsky es libre de contexto), $L_3 \cap L_2 = \emptyset$, lo cual es regular (contradice el enunciado).

c) $L_4 \cap L_1$ es libre de contexto

Verdadero: Si resultado es el conjunto vacío, entonces es regular, por lo tanto es libre de contexto (por jerarquía de Chomsky). Otra opción podría ser que el resultado es un subconjunto de L_1 , y ahí siempre va a ser finito porque L_1 es finito. Por ser finito es regular, y por ser regular es libre de contexto.

d) L_5 no es libre de contexto

Verdadero: Se utiliza el contrarrecíproco del PL para demostrar que L_5 NO es libre de contexto.

Sea N la cte. del PL, elijo $z = a^N b^N c^N = u.v.w.x.y$ $z \in a^N L_5$, $|z| = 3N+2 \geq N$

Estudio todas las descomposiciones de $z = uvwxy$ que cumplen $|vx| > 0$ y $|vwx| \leq N$

	a...a	b...b	c...c
1	VX		
2	V X...	...X	
3	V	X	
4	V..	..V X	
5		VX	
6		V X...	...X
7		V	X
8		V...	...V X
9			V X

Caso 1

$$\begin{aligned}
 u &= a^j \\
 v &= a^k \\
 w &= a^l \\
 x &= a^p \\
 y &= a^{N-j-k-l-p} b^N c^N
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 k+l+p &\leq N \\
 k+p &> 0
 \end{aligned}$$

$z_i = a^{N+(i-1)(k+p)} b^N c^N$, con $i=2$, $z_2 = a^{N+k+p} b^N c^N$, como $k+p > 0$, $|Z_2|_a > |Z_2|_c$, con lo cual la cantidad de c's NO es el $\max\{\text{cant_a's}, \text{cant_b's}\}$ que serían las a's al permanecer fija cant_c's

El caso 5 es similar, solo que el razonamiento es con cant_b's; mientras que el caso 9 crecen la cant_c's mientras que las a's y b's permanecen constantes.

Caso 2

$$\begin{aligned}
 u &= a^{N-k-l-p} \\
 v &= a^k \\
 w &= a^l \\
 x &= a^p b^q \\
 y &= b^{N-q} c^N
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 k+l+p+q &< N \\
 q &> 0 && \text{para diferenciarlo del caso 1} \\
 p &> 0 && \text{para diferenciarlo del caso 3}
 \end{aligned}$$

$z_i = a^{N+(i-1)k-p} (a^p b^q)^i b^{N-q} c^N$, con $i=2$, $z_2 = a^{N+k-p} a^p b^q a^p b^N c^N$, que no pertenece a L_5 por mezclarse las a's con b's.

Los casos 4, 6 y 8 son análogos.

Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Caso 3

$$\begin{aligned} u &= a^{N-k-l} \\ v &= a^k \\ w &= a^l b^p \\ x &= b^q \\ y &= b^{N-p-q} c^N \end{aligned} \quad \begin{aligned} k+l+p+q &< N \\ k+q &> 0 \end{aligned}$$

$z_i = a^{N+(i-1)k} b^{N+(i-1)q} c^N$, con $i=2$, $z_2 = a^{N+k} b^{N+q} c^N$. Como $k+q>0$, al menos uno de los índices debe >0 . Por lo tanto, al ser la cant_c's(z_2) fija, nunca será $\max\{\text{cant}_a\text{'s}, \text{cant}_b\text{'s}\}$, y por lo tanto no pertenece a L_5 .

Para el caso 7, se debiera tomar $i=0$. En este caso sucede que $z_0 = a^N b^{N-p} c^{N-q}$ y entonces $|Z_0|_a > |Z_0|_b$ y también de $|Z_0|_c$.

Como estas son todas las descomposiciones de $z=uvwxy$ que cumplen $|vwx|\leq N$ y $|vx|>0$ [y, para cada uno de ellos, existe un i / z_i no está en el lenguaje], L_5 no es libre de contexto

Ejercicio 4

$$L_4 = \{ x / x \in \{a,b\}^* \text{ donde } x \text{ es de la forma } a^n b^m \text{ donde } m = \sum_{i=0}^{i=n} i \}$$

a)

S → ITF

T → ATB | ε

Generamos tiras de la forma:

I A A A B B B B F

AB → BAb****

Movemos la Bs hacia la izquierda, generando una b cada vez que se cruza A con B

I A A A B A b B B B F

I A A B A b A b B B B F

I A B A b A b A b B B B F

bA → Ab

bB → Bb

bF → Fb

Movemos las bs a la derecha

I A B A A A B B B F b b b

IAB → Iab

Con la última A, que la distinguimos por estar pegada a la I, generamos una a y una b minúscula, desapareciendo la A y B mayúsculas para que con la próxima B se genere una b menos.

I a b A A A B B B F b b b

la → al

Movemos las as a la izquierda de la I,

y la b se mueve a la derecha

a I A A A B B B F b b b b

Repitiendo esto varias veces tenemos:

a a I A A B B F b b b b b b b

a a a I A B F b b b b b b b b b

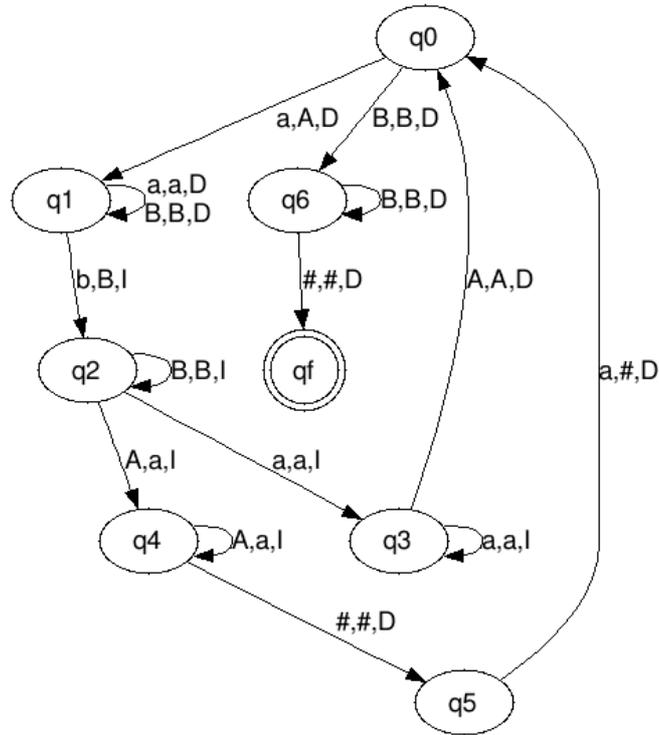
a a a a I F b b b b b b b b b b

IF → ε

Finalmente hacemos desaparecer las I y la F

Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

b) Construya un autómata $M_4 / L_4 = L(M_4)$.



Nota: Las gramáticas y los autómatas deben corresponderse con el tipo del lenguaje considerado en cada caso, según la Jerarquía de Chomsky. Se valora positivamente la simplicidad de las soluciones propuestas así como una breve explicación de éstas. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.