

Proyecto de grado
Control y Comportamiento de Robots Omnidireccionales

Estado del Arte

Santiago Martínez, Rafael Sisto
pgomni@fing.edu.uy
<http://www.fing.edu.uy/~pgomni>

Tutor

Gonzalo Tejera

Cotutores

Facundo Benavides, Santiago Margni

Versión 2.3

Instituto de Computación
Facultad de Ingeniería - Universidad de la República
Montevideo - Uruguay

22 de noviembre de 2009

Resumen

En este documento se presenta el resultado de la revisión bibliográfica sobre el desarrollo y las investigaciones actuales de los robots omnidireccionales. Este documento se utilizará como referencia para el desarrollo de la solución del presente Proyecto de Grado.

Se define el concepto general de robot (ó vehículo) omnidireccional, desplazamiento omnidireccional y se brindan los conceptos teóricos y prácticos para introducir al lector en la construcción y el control de estos robots (secciones 1 y 2).

Entre éstos se encuentra el estudio previo de las distintas ruedas utilizadas para la construcción de estos robots. Se presentan las características de cada tipo de rueda, ventajas y desventajas al utilizarlas en distintos terrenos así como una tabla comparativa de todos los tipos presentados (sección 3).

Se presenta además otra importante área de desarrollo como es el de las estructuras para los robots omnidireccionales (sección 4). En esta sección se dan a conocer distintas estructuras de robots omnidireccionales construidas utilizando las ruedas previamente descritas además de sus ventajas y posibles aplicaciones.

Finalmente se introducen los conocimientos necesarios para el control cinemático de los robots omnidireccionales teniendo en cuenta las estructuras más relevantes para este proyecto (sección 5); en esta sección se desarrollan los cálculos necesarios para obtener las velocidades de las ruedas al realizar un movimiento determinado del robot.

Índice

1. Introducción	9
2. Estudios previos	11
3. Estudio sobre ruedas	13
3.1. Ruedas convencionales	13
3.2. Ruedas especiales	16
3.2.1. Ruedas especiales Mecanum	18
4. Estructuras de Robots Omnidireccionales	25
4.1. <i>Omnidireccional de 3 ruedas</i>	25
4.2. <i>Omnidireccional de 4 ruedas omnidireccionales</i>	25
4.3. <i>Omnidireccional de 4 ruedas omnidireccionales orientables</i>	26
4.4. <i>Omnidireccional de 4 ruedas Mecanum</i>	26
4.5. Omnidireccional utilizando ruedas Active Split Offset Castor	27
5. Control Cinemático de Robots Omnidireccionales.	31
5.1. <i>Omnidireccional de 3 ruedas</i>	31
5.2. <i>Omnidireccional de 4 ruedas</i>	32
5.3. Omnidireccional de 4 ruedas Mecanum	34
5.4. Omnidireccional de 4 ruedas dirigibles	36
5.5. Omnidireccional de K ruedas omnidireccionales	38

Índice de figuras

1.	Maniobras típicas en desplazamientos no omnidireccionales y omnidireccionales [21].	9
2.	Diseño de la estructura de un robot omnidireccional de tres ruedas [10].	9
3.	Monta cargas omnidireccional [22].	10
4.	Tipos de ruedas convencionales. (a) Tipo Forward Offset Steered, (b) Tipo convencional simple, (c) Tipo Lateral Offset Steered [9].	13
5.	Posibles configuraciones de ruedas convencionales. (a) Dos ruedas de tipo automovil y una rueda convencional, (b) dos ruedas convencionales con dos puntos de apoyo, (c) tres ruedas convencionales. [2]	14
6.	Posible configuración de tres ruedas convencionales en la base de un robot omnidireccional [5].	14
7.	Movimientos posibles de una configuración de dos ruedas de tipo automovil y una Convencional. (a) Movimientos frontales y de giro, (b) Rotación sobre un punto.[2]	14
8.	Movimientos posibles en una configuración de dos ruedas convencionales y dos puntos de apoyo. (a) Desplazamientos frontales, (b) Desplazamientos laterales. [2]	15
9.	Descomposición de velocidades en cada tipo de rueda. (a) En rueda Convencional simple, (b) En rueda Convencional de tipo Lateral Offset Steered, (c) En rueda Convencional de tipo Forward Offset Steered. [20]	15
10.	Trayectoria de un robot con dos ruedas Forward Offset Steered [20].	16
11.	Ruedas universales. (a) Rueda Simple, (b) Rueda doble, (c) Rueda alternada. [9, 11].	17
12.	Radio variable en una rueda Universal. Se observa como el radio R es menor que el radio R' considerando otro punto del borde externo de la rueda. [9]	18
13.	Rueda omnidireccional de tipo Mecanum [4].	18
14.	Vista inferior de la descomposición de la fuerza ejercida por el motor sobre la rueda Mecanum [22].	19
15.	Disposición de ruedas Mecanum en un robot de cuatro ruedas.	19
16.	Combinaciones de velocidades para obtener cualquier dirección de desplazamiento a través del control de cada una de las ruedas del robot [22].	20
17.	Vista superior de las mejoras planteadas al diseño [12].	21
18.	Vista lateral de una rueda Mecanum. Permite observar la continuidad de la circunferencia exterior [9].	22
19.	Rueda con forma esférica [9].	22
20.	Estructura del robot omnidireccional de 3 ruedas[7]	25
21.	Disposición de ruedas del robot omnidireccional de 4 ruedas[8]	26
22.	Disposición de ruedas del robot omnidireccional de 4 ruedas orientables.[17]	26
23.	Omnidireccional con ruedas Mecanum (Omni-1 y Omni-2)[2]	27
24.	Rueda ASOC mostrando la separación (Split) y el desplazamiento (Offset) [18]	27
25.	Simulación de una unidad ASOC[23]	28
26.	Prototipo con cuatro unidades ASOC[18]	28
27.	Diagrama de cinemática del Robot[7]	31
28.	Esquema cinemático de omnidireccional de 4 ruedas.[8]	33
29.	Disposición de las ruedas Mecanum y sistemas de coordenadas[19]	34
30.	Sistema de coordenadas de vehículo omnidireccional de 4 ruedas dirigitible[17]	36
31.	Vista superior de una rueda omnidireccional[17]	36
32.	Sistema de coordenadas y parámetros para una rueda omnidireccional dirigitible[17]	37
33.	Ejemplo de cinemática[17]	38
34.	Esquema de rueda omnidireccional[11]	39
35.	Parámetros de rueda i [11]	39

1. Introducción

El uso de los robots de forma cotidiana ha ido avanzando rápidamente en los últimos años. A la fecha, se han desarrollado distintos tipos de robots móviles y sistemas de tracción, pudiendo éstos a grandes rasgos ser clasificados en tres categorías: propulsión mediante ruedas, flotantes y caminantes [6].

Dentro de la categoría de robots con ruedas, se han desarrollado diferentes variantes de acuerdo al uso y al ambiente. Por ejemplo se han utilizado las configuraciones similares a las de un automóvil de cuatro ruedas convencionales. Estas ruedas brindan dos grados de libertad, no permitiendo desplazamientos laterales por lo que las trayectorias posibles a realizar por éstos se encuentran acotadas, particularmente en ambientes reducidos o con obstáculos (figura 1) donde el manejo para evitar colisiones suele ser complejo.

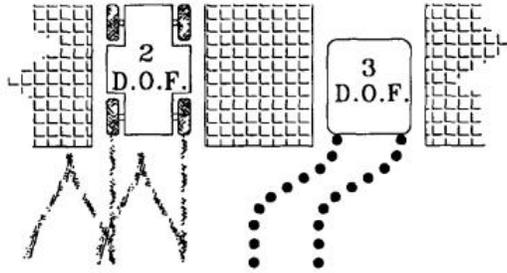


Figura 1: Maniobras típicas en desplazamientos no omnidireccionales y omnidireccionales [21].

Como mejora al diseño anterior, se han estudiado y aplicado otras configuraciones de ruedas que permiten ampliar el espectro de trayectorias realizables. En este sentido se han desarrollado diferentes configuraciones con distintos tipos de ruedas convencionales, pero se ha determinado (tal como se explicará en la subsección de 3.1) la necesidad de utilizar ruedas especiales dispuestas en configuraciones determinadas, como por ejemplo la de la figura 2, para lograr realizar desplazamientos omnidireccionales.

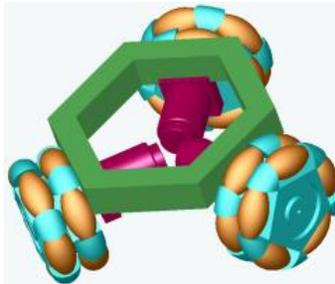


Figura 2: Diseño de la estructura de un robot omnidireccional de tres ruedas [10].

Esta nueva configuración introduce los *robots omnidireccionales*.

Los robots omnidireccionales poseen ventajas frente a los no omnidireccionales. Se definen robots omnidireccionales a aquellos que cuentan con movilidad en cualquier dirección, desde un punto arbitrario en un plano sin tener que rotar previo al comienzo del desplazamiento. Esta condición de omnidireccionalidad se debe a que la disposición de las ruedas brindan al robot tres grados de libertad en el plano [15]. Al indicar cualquier desplazamiento, se refiere a todas las combinaciones de traslaciones (incluyendo las laterales) y las rotaciones. Otra definición de sistemas omnidireccionales que suele mencionarse enuncia: Un sistema omnidireccional es aquel que posee la misma cantidad de posicionamientos posibles que la cantidad de coordenadas necesarias para localizar un vehículo de forma única en un plano. Así, un vehículo omnidireccional es aquel que puede ejecutar movimientos en cualquiera de las tres componentes, traslaciones frontales y reversas, laterales y de rotación, a partir de un estado de inmovilidad [21]. A partir de lo anterior surgen una gran cantidad de aplicaciones para estos robots, dentro de las cuales se pueden identificar industriales (por ejemplo un montacargas omnidireccional como el de la figura 3 [1]), académicas, entre otras. Dentro las últimas, se hace hincapié en principalmente dos: fútbol de robots omnidireccionales y sumo de robots omnidireccionales, aunque pueden llegar a surgir otras aplicaciones interesantes durante el desarrollo del proyecto.



Figura 3: Monta cargas omnidireccional [22].

2. Estudios previos

La posibilidad de ejecutar desplazamientos omnidireccionales por parte de un robot, se debe principalmente a los tipos de ruedas utilizadas y su configuración [9], por lo que se han investigado y desarrollado una cantidad significativa de robots omnidireccionales. Estos trabajos previos pueden dividirse principalmente en dos grandes áreas.

Una de estas áreas es el desarrollo de ruedas especiales como las ruedas de tipo Universal, Mecanum y Esfera que al estar en contacto con la superficie tienen una componente activa y una pasiva perpendiculares entre sí. Estos tipos de ruedas, exceptuando la de tipo esférica, contienen rodillos con rotación libre sobre la rueda principal. Otras líneas de investigación han llevado al desarrollo de un tipo de rueda que posee dos componentes de dirección activas. La rueda Omnitrack, que se encuentra formada por varias esferas controladas cada una por dos motores, cumple esta propiedad [20]. En la próxima sección se profundizará sobre los tipos de ruedas estudiados considerando aspectos (tales como diseño, fricción, capacidad de carga, etc.) a tener en cuenta al momento de utilizar cada tipo.

La segunda área de desarrollo trata las estructuras de los distintos robots omnidireccionales. En esta área se debe tener especial cuidado en el equilibrio del robot, el terreno sobre el cual circulará y la carga que se deberá soportar. Estas condiciones definen que características tendrá el robot en cuanto a cantidad y tipo de ruedas así como el material que las compone, disposición de las mismas en el robot. Si se elige la utilización de ruedas especiales, una cantidad de tres resulta suficiente para aplicaciones como fútbol de robots debido a la simplicidad del control y a la poca carga a las que se someten. Sin embargo, para aplicaciones de tipo industriales se requiere más estabilidad para soportar mayores cargas; por lo tanto conviene utilizar robots de cuatro o más ruedas para que su centro de gravedad se encuentre comprendido en una mayor área [17].

3. Estudio sobre ruedas

Una de las principales características de los robots omnidireccionales son sus ruedas. Éstas, omnidireccionales, son las componentes que permiten que el robot se desplace en cualquier dirección sin tener primero que rotar. El uso de estas ruedas también permite realizar trayectorias complejas que estén compuestas por un desplazamiento y rotación del robot simultáneamente para así poder alcanzar el destino con un ángulo deseado [14].

La necesidad de rotar a medida que se realiza una trayectoria para llegar al punto destino con un ángulo deseado está motivada por la tarea que se esté realizando. Aplicado, por ejemplo, a fútbol de robots, la existencia en los robots de un artefacto pateador exige que al momento de realizar un lanzamiento de la pelota el jugador la alcance con un ángulo determinado de forma de que el pateador del robot quede enfrentado a la misma y así poder realizar el lanzamiento sin tener que modificar su posición luego del desplazamiento. En el posible caso de uso de un agente omnidireccional en una aplicación industrial tal como un monta cargas, se desea que el agente alcance el punto deseado con el elevador enfrentado a la carga, imponiéndose así una condición sobre el ángulo de arribo.

A continuación se realizará una descripción de los tipos de ruedas estudiadas para poder realizar trayectorias omnidireccionales así como sus ventajas y desventajas, las cuales serán consideradas al momento de decidir que ruedas utilizar en el robot en construcción. Se explicarán dos tipos de ruedas:

- Las *ruedas convencionales* que si bien no brindan una componente pasiva, posibilitan realizar desplazamientos omnidireccionales tal como se explicará en 3.1.
- Las *ruedas especiales* que por su construcción brindan una componente pasiva que posibilita obtener desplazamientos omnidireccionales de forma directa. Se ampliará en 5.

3.1. Ruedas convencionales

Las ruedas convencionales posibilitan obtener desplazamientos omnidireccionales de cumplirse una configuración de posiciones apropiada sobre el robot. Estas ruedas son clasificadas de acuerdo a la posición del eje de rotación respecto de la rueda tal como lo ejemplifica la figura 4.

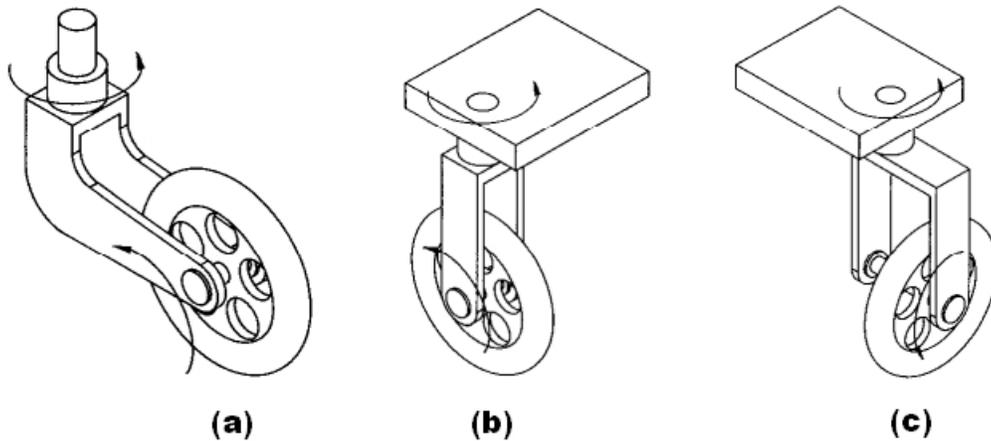


Figura 4: Tipos de ruedas convencionales. (a) Tipo Forward Offset Steered, (b) Tipo convencional simple, (c) Tipo Lateral Offset Steered [9].

Si bien estas ruedas no son definidas como omnidireccionales teniendo en cuenta su naturaleza (cada una no brinda una componente pasiva lateral), distintas configuraciones de un conjunto de éstas permiten, tal como se explicará a continuación, realizar desplazamientos omnidireccionales: al desplazarse siguiendo una trayectoria dentada (aquella con cambios bruscos de dirección), se requieren tiempos pequeños para posicionar las ruedas al alcanzar los puntos donde la misma cambia de dirección, para luego continuar. A pesar de esto, los tiempos de orientación se consideran mínimos respecto al tiempo total involucrado en el desplazamiento de un robot [9].

Estas ruedas pueden encontrarse principalmente en tres configuraciones: dos ruedas de tipo automóvil con motores independientes y una tercer rueda Convencional tal como en la figura 5(a), dos ruedas convencionales y uno o dos puntos de apoyo (figura 5(b)), o finalmente tres ruedas convencionales tal como las figuras 5(c) y 6.

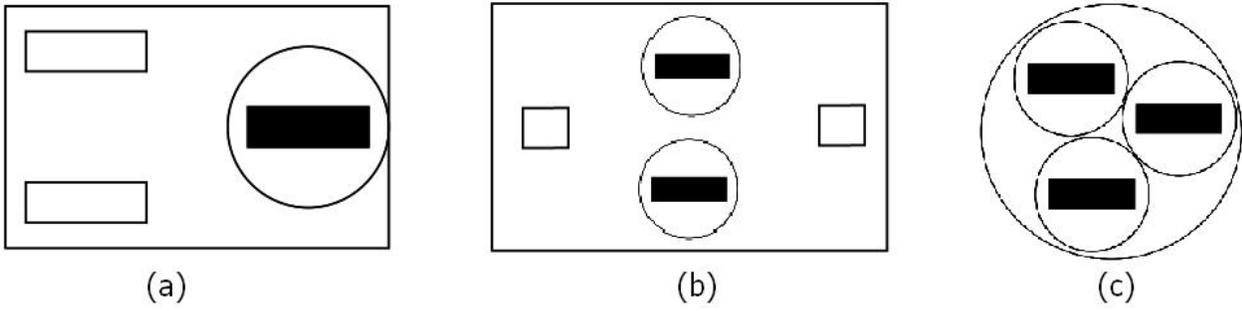


Figura 5: Posibles configuraciones de ruedas convencionales. (a) Dos ruedas de tipo automovil y una rueda convencional, (b) dos ruedas convencionales con dos puntos de apoyo, (c) tres ruedas convencionales. [2]

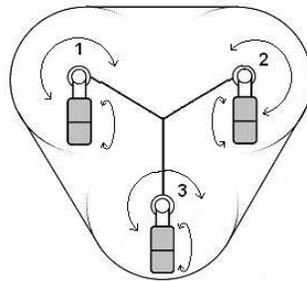


Figura 6: Posible configuración de tres ruedas convencionales en la base de un robot omnidireccional [5].

La primera configuración (figura 5(a)), es decir dos ruedas de tipo automóvil y una rueda convencional, permite una rotación sobre un punto pero no permite realizar desplazamientos laterales (figura 7), mientras que es posible para la segunda configuración (figura 5(b)) con dos ruedas convencionales y uno o dos puntos de contacto, tal como se ve en la figura 8. La tercera configuración (figura 5(c)), con tres ruedas convencionales, permiten realizar trayectorias omnidireccionales.

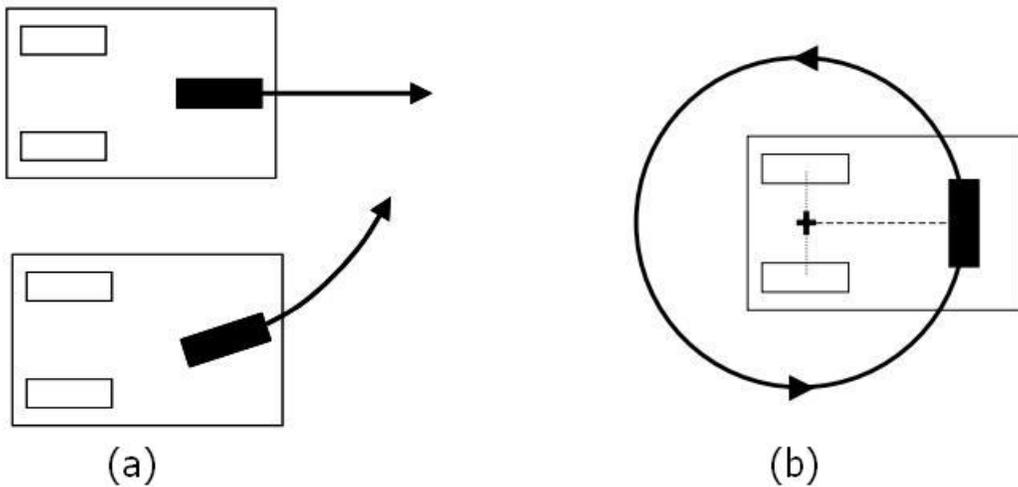


Figura 7: Movimientos posibles de una configuración de dos ruedas de tipo automovil y una Convencional. (a) Movimientos frontales y de giro, (b) Rotación sobre un punto.[2]

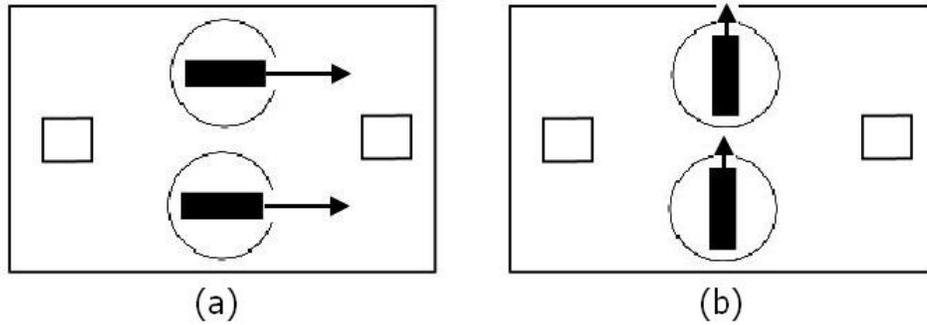


Figura 8: Movimientos posibles en una configuración de dos ruedas convencionales y dos puntos de apoyo. (a) Desplazamientos frontales, (b) Desplazamientos laterales. [2]

A partir de la figura 4 y la figura 6 se deduce que para el uso de este tipo de rueda se necesita de dos motores por cada una: uno para hacer girar la rueda y obtener el desplazamiento del robot, y el otro para rotar la rueda y posicionarla en el sentido del desplazamiento [13].

La figura 9 muestra que si bien se cuenta con motores diferentes para girar la rueda y rotarla, algunos movimientos se encuentran restringidos. Para el primer tipo de rueda (a), la Convencional Simple, solamente es posible trasladarse en la dirección de la velocidad de la rueda, V_w , por lo que el eje de rotación no puede moverse salvo en la dirección del desplazamiento. Para sortear este problema, se introduce un corrimiento del eje de giro respecto de la rueda, así surgiendo los dos tipos de ruedas restantes, rueda Convencional de tipo Lateral Offset Steered y la rueda Convencional de tipo Forward Offset Steered (figura 9 (b) y (c)) [20].

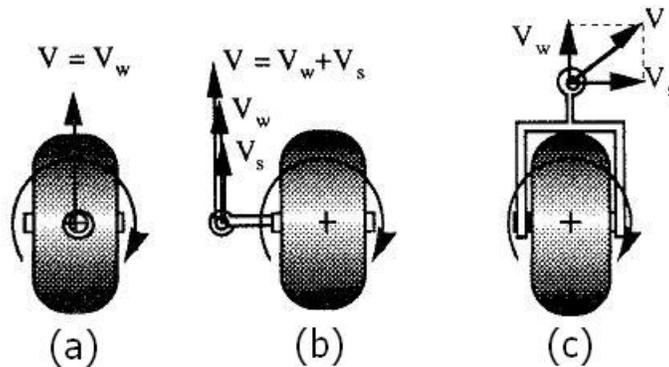


Figura 9: Descomposición de velocidades en cada tipo de rueda. (a) En rueda Convencional simple, (b) En rueda Convencional de tipo Lateral Offset Steered, (c) En rueda Convencional de tipo Forward Offset Steered. [20]

Las ruedas de tipo Convencional de tipo Lateral Offset Steered permite que el eje rote sobre el punto de contacto entre la rueda y el suelo. Sin embargo, debido a que las velocidades del eje (V_s) y de la rueda (V_w) coinciden en su dirección, no es posible mover el eje en cualquier dirección sin primero posicionarse correctamente [20].

Por último, las ruedas convencionales de tipo Forward Offset Steered (también conocidas como *Castor*) permiten que el eje de rotación se mueva en cualquier dirección sin posicionar la rueda anteriormente. Esto se observa dado que la dirección de la velocidad del eje (V_s) y de la rueda (V_w) son perpendiculares. Así, la composición de las velocidades de cada rueda permite obtener un vector velocidad V con cualquier dirección. Por lo tanto, este tipo de ruedas brinda al robot la capacidad de realizar trayectorias omnidireccionales. En la figura 10 se observa un movimiento continuo para un robot con dos ruedas de este tipo, reafirmando la posibilidad de ejecutar trayectorias omnidireccionales [20].

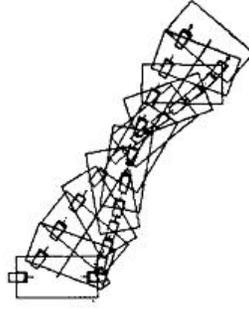


Figura 10: Trayectoria de un robot con dos ruedas Forward Offset Steered [20].

Previo a presentar las características de las ruedas, cabe mencionar que se referirá a la característica de Sensibilidad a la Superficie como la capacidad de la rueda de desempeñar correctamente la trayectoria deseada en superficies no uniformes, por ejemplo aquellas que contienen escalones. Es de hacer notar que para que un escalón pueda ser subido por la rueda (abstrayendo que la potencia de los motores sea suficiente para realizarlo), su altura debe ser menor al radio de la rueda [23].

De esta forma, las características de las Ruedas Convencional de tipo Lateral y Forward Offset Steered son las siguientes:

1. El contacto entre la rueda y la superficie, al igual que las restantes ruedas convencionales estudiadas tiende a ser una línea, por la deformación de la rueda contra la superficie al aplicarle presión. Esto permite que la capacidad de carga de este tipo de ruedas sea considerable dado que ésta se distribuiría en todos los puntos de la línea de contacto no dañando la rueda ni la superficie [23].
2. Diseño complejo. La necesidad de rotar la rueda para posicionarla al momento de realizar una trayectoria implica que existan dos motores para cada rueda: el primero para rotar y posicionar la rueda, y el segundo para girar la rueda y lograr el avance deseado. Esto introduce la necesidad de contar en total con una cantidad superior de motores en el robot, imponiendo así un mejor diseño (no siempre posible) a fin de tener espacio para dichos motores. [20].
3. Radio de la rueda constante. Estas ruedas, de igual forma que todas las ruedas convencionales estudiadas, poseen un radio constante entre el eje de giro de la rueda y cualquier punto perteneciente al borde externo de la misma.
4. Fricción considerable. La necesidad de rotar las ruedas respecto del eje vertical y la línea de contacto existente entre la rueda y el suelo implican la existencia de una fricción considerable al momento de realizar una trayectoria [23].
5. Menor sensibilidad a la superficie respecto de otros tipos. Esta característica se considerará respecto de los otros tipos de ruedas estudiados. Como se verá en 3.2, el radio de este tipo es mayor al radio de los otros tipos estudiados, en particular el de ruedas especiales, teniendo así una menor sensibilidad a escalones que las del segundo tipo.

3.2. Ruedas especiales

Las ruedas especiales se basan en la idea de poseer una componente activa que provee tracción en una dirección y una componente pasiva en otra dirección. Entre las ruedas estudiadas, se incluyen las ruedas Universales, las ruedas Mecanum y por último las ruedas Esféricas.

Las ruedas Universales poseen rodillos pasivos ubicados en la periferia de la rueda principal que brindan una componente pasiva adicional a la activa que brinda la rueda en sí. La figura 11 a continuación ejemplifica estos componentes.

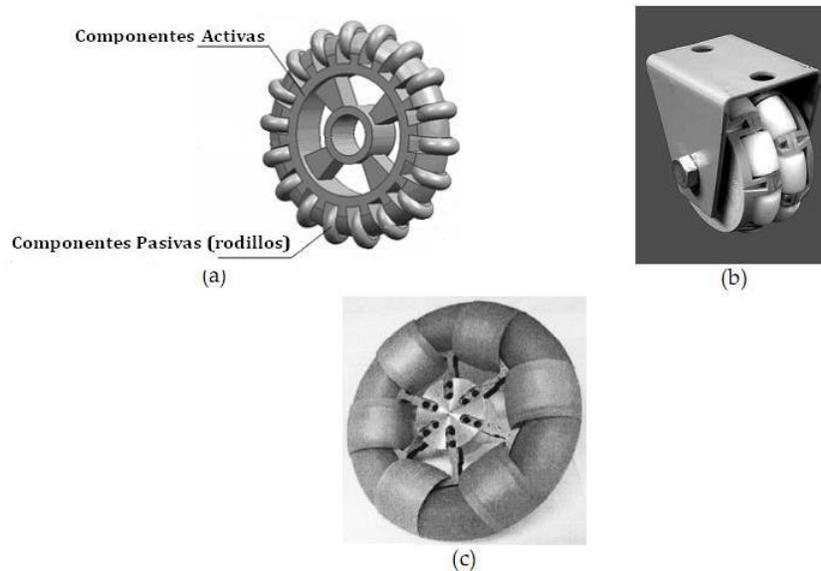


Figura 11: Ruedas universales. (a) Rueda Simple, (b) Rueda doble, (c) Rueda alternada. [9, 11].

Dentro de las características de este tipo de rueda, se pueden identificar las siguientes:

1. Capacidad de carga limitada por el único punto de contacto entre la rueda (el punto de contacto pertenece a un rodillo) y la superficie sobre la que se desliza. Al existir un único punto de contacto, la carga ejerce presión sobre ese punto, la superficie y/o el rodillo pueden sufrir daños [23].
2. Diseño simple. Debido a que una configuración de al menos tres ruedas de este tipo permiten obtener cualquier dirección de trayectoria de forma instantánea (se ampliará en 5), no es necesario realizar una rotación para posicionar las ruedas. Esto lleva a que se necesite un único motor por cada rueda.
3. Radio de la rueda variable. Para el caso de la rueda universal simple, o cuando no se cuenta con suficientes rodillos para cubrir totalmente la circunferencia de la rueda, el radio de la misma es variable tal como se puede observar en la figura 12, lo que puede producir vibraciones no deseadas [23].
4. Fricción baja. Nuevamente, dado que estas ruedas no necesitan ser rotadas para posicionarlas teniendo en cuenta la dirección de la trayectoria, la fricción que genera es únicamente la del rodillo que se encuentre en contacto. Debido a que los rodillos son diseñados de forma de no ejercer una fricción considerable, la fricción total de la rueda es baja [23].
5. Mayor sensibilidad a la superficie respecto de otros tipos. Al desplazarse lateralmente y al encontrarse con un escalón en la trayectoria, los rodillos se comportan de forma similar a una rueda convencional. De esta forma, la altura máxima de un escalón para que éste pueda ser sorteado se encuentra acotada por el radio del rodillo, siendo menor al radio de las Ruedas Convencional estudiadas [23].

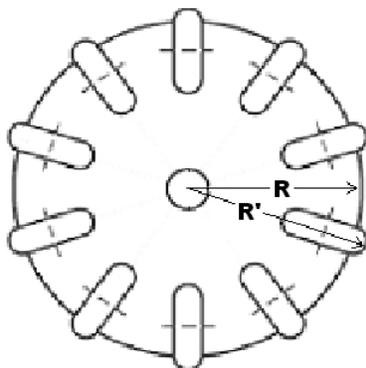


Figura 12: Radio variable en una rueda Universal. Se observa como el radio R es menor que el radio R' considerando otro punto del borde externo de la rueda. [9]

Las ruedas omnidireccionales poseen tres grados de libertad: girar sobre su eje, rotar sobre el eje vertical y deslizarse lateralmente. Estos tres grados de libertad permiten que el robot alcance cualquier punto mediante una trayectoria directa. Es de hacer notar que dado que los rodillos se encuentran perpendiculares a la rueda, para lograr que ésta se desplace lateralmente se debe realizar una combinación lineal de los vectores de velocidades de todas las ruedas que se encuentran en el robot. En la sección 5 se ampliará este punto.

3.2.1. Ruedas especiales Mecanum

Dentro de las ruedas especiales se encuentra la rueda de tipo *Mecanum* (Figura 13). Estas son similares a las mostradas en la figura 11 con la salvedad que los rodillos poseen una rotación de cierto ángulo, por lo general de 45° , respecto de la circunferencia exterior de la rueda.

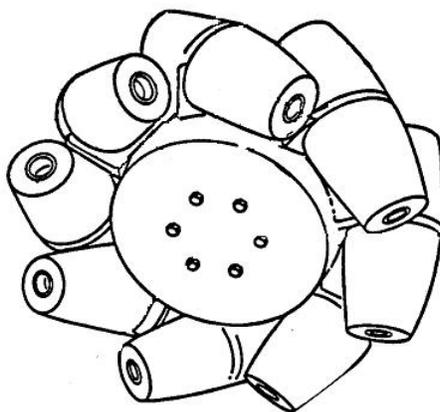


Figura 13: Rueda omnidireccional de tipo Mecanum [4].

Debido a la disposición de los rodillos en la rueda principal, la fuerza emitida sobre la rueda, en la dirección de ésta, produce una fuerza sobre la superficie que se descompone en dos vectores de fuerza: uno perpendicular al eje del rodillo y el segundo paralelo al eje del rodillo (ver figura 14) [17].

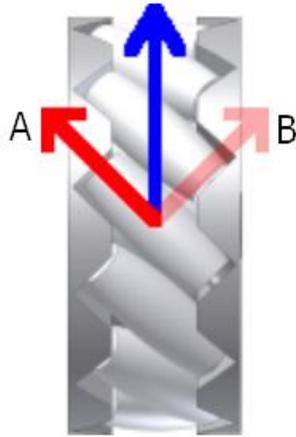


Figura 14: Vista inferior de la descomposición de la fuerza ejercida por el motor sobre la rueda Mecanum [22].

A partir de la descomposición de la fuerza en las componentes A y B en la figura 14, se observa que solamente la componente A brinda un momento al robot ya que la componente B brinda únicamente un momento al rodillo produciendo su rotación. Esto concluye en que el momento que esta rueda brinda al vehículo posee una dirección con un ángulo respecto de la rueda. [22]

En la figura se puede observar la disposición de estas ruedas en un robot de cuatro ruedas. Controlando individualmente la rotación de cada una de las ruedas, mediante la combinación lineal de las fuerzas resultantes, se puede obtener cualquier dirección de desplazamiento de forma instantánea, tal como lo muestra la figura 16. [22]

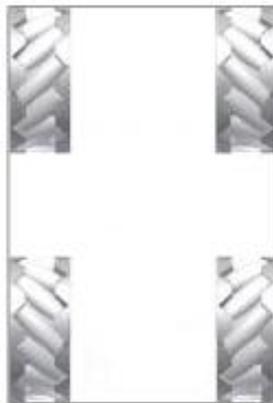


Figura 15: Disposición de ruedas Mecanum en un robot de cuatro ruedas.

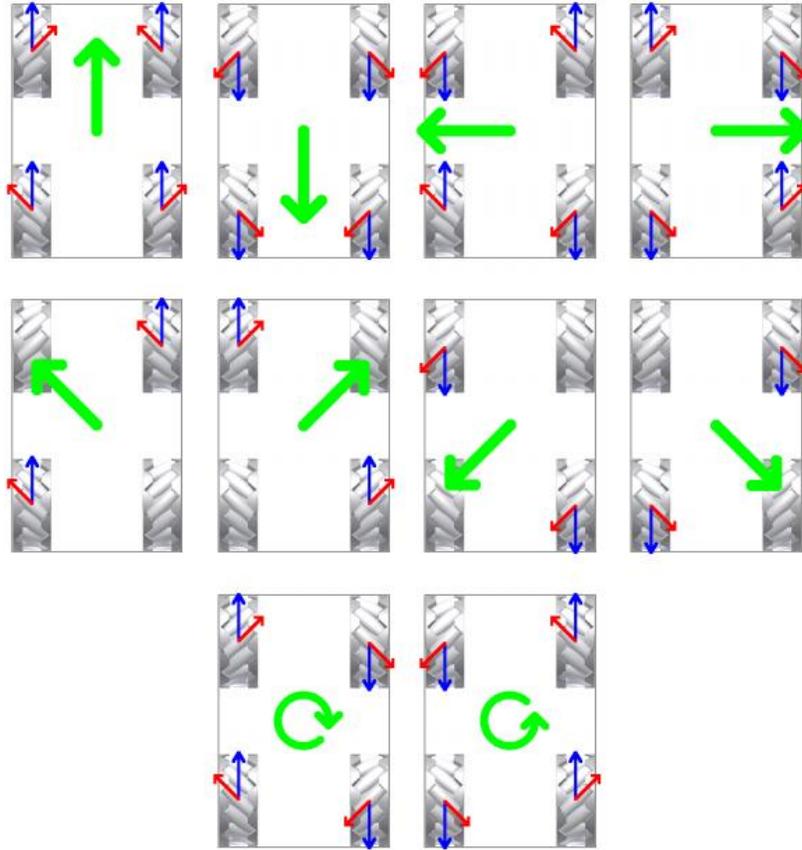


Figura 16: Combinaciones de velocidades para obtener cualquier dirección de desplazamiento a través del control de cada una de las ruedas del robot [22].

Si bien esta descomposición permite realizar desplazamientos omnidireccionales, se produce una pérdida de fuerza cualquiera sea la dirección de desplazamiento del robot, incluso al desplazarse en una trayectoria no omnidireccional. Esta inevitable pérdida de fuerza sobre las ruedas en el sentido de sus rotaciones, conlleva a una disminución de la velocidad máxima alcanzable respecto a la utilización de ruedas no omnidireccionales, para el caso de robots cuyas ruedas se encuentran situadas de forma similar a un automóvil. Para eliminar la pérdida de fuerza, se proponen dos diseños alternativos posibles sobre el robot: 1) a través de un método mecánico simple para evitar pérdida de fuerza al desplazarse en línea recta y 2) mecánicamente más complejo, que permite a los rodillos exteriores variar su ángulo de orientación respecto a la rueda principal.

El primer rediseño supone la existencia de un dispositivo que bloquea los rodillos exteriores cuando se debe realizar una trayectoria en la dirección de de la rotación de las ruedas y los desbloquea cuando la trayectoria tiene una componente de desplazamiento lateral no nula. Claramente este rediseño no elimina la pérdida de fuerza cuando la trayectoria es omnidireccional, dando paso al segundo rediseño.

En el segundo rediseño, más efectivo pero mas complejo que el anterior, se cuenta con un dispositivo que permite alterar el ángulo de orientación respecto a la rueda principal además de permitir bloquear los rodillos. Éste, permite que los rodillos sean ajustados desde una posición perpendicular a la rueda principal (los rodillos son bloqueados para evitar desplazamientos laterales cuando el plano posee una inclinación) hasta una posición en la que se obtiene un ángulo de 135° entre la orientación de los rodillos y la rueda principal, para así obtener una menor pérdida de fuerza cuando el desplazamiento es diagonal. En la figura 17, se ilustran las dos rotaciones máximas antes explicadas. En la parte superior de la figura, se observa el diseño tradicional actuando en trayectorias definidas. En la parte inferior, se observa el diseño mejorado para las mismas trayectorias.

Para el primer caso, los rodillos son rotados de forma que los ejes de éstos posean una dirección paralela a la rotación de la rueda. Esto permite que la fuerza ejercida sobre la rueda se descomponga totalmente en la componente con dirección la del desplazamiento deseado, lográndose así la velocidad máxima.

Para el segundo caso, se observa que el diseño tradicional permite obtener un desplazamiento diagonal aplicando una fuerza a dos ruedas, mientras que las restantes solamente reciben una pequeña fuerza de rozamiento. Para

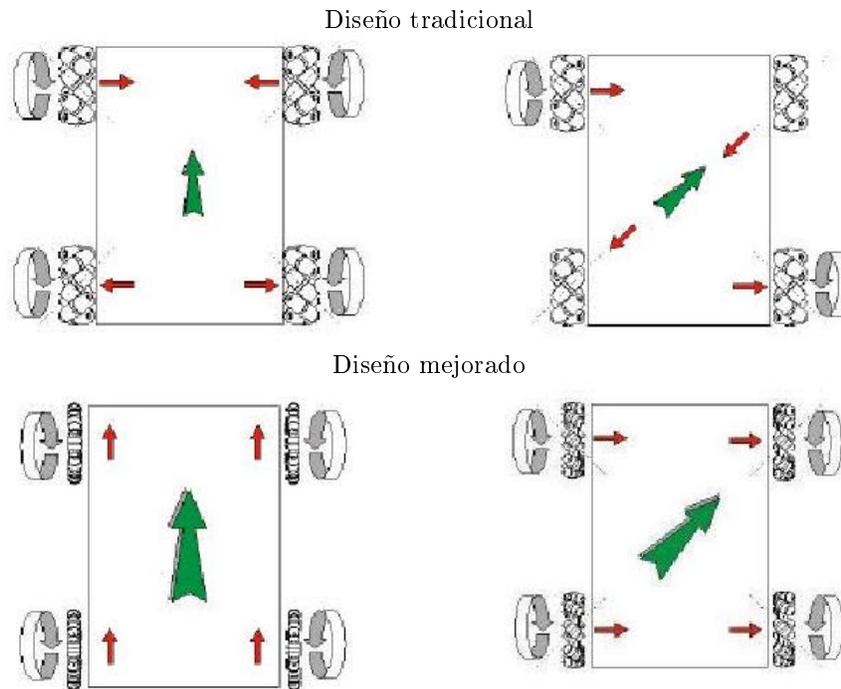


Figura 17: Vista superior de las mejoras planteadas al diseño [12].

lograr la máxima velocidad en esta trayectoria se rotan los rodillos 90° (resultando en un ángulo de 135° respecto de la rueda principal). Esto resulta en que al aplicarse una fuerza a cada una de las ruedas, se obtenga una componente de fuerza con la dirección deseada para cada rueda permitiendo obtener la velocidad máxima en ese caso.

Los detalles de estos rediseños, tales como materiales, consumo de energía, etc., no serán ampliados ya que escapa al alcance del proyecto. Para profundizar sobre los mismos, referirse a [12].

Respecto a las características de las ruedas Mecanum, se identifican las siguientes:

1. Capacidad de carga reducida. La capacidad de carga de este tipo es baja considerando las mismas razones que las ruedas Universales [23].
2. Diseño complejo. Si bien solamente es necesario de un motor por rueda (los rodillos se encuentran libres, girados por la fuerza de fricción con la superficie como se explicó anteriormente), el diseño de la rueda en si es complejo considerando el ángulo entre los rodillos y la rueda principal [20].
3. Radio de la rueda constante. La disposición de los rodillos se realiza de forma que el contacto con la superficie sea constante [4], tal como muestra la figura 18.
4. Fricción baja. La fuerza de fricción que presenta la rueda ante la superficie es baja, al igual que las ruedas de tipo Universal, considerando las mismas razones.
5. Mayor sensibilidad a la superficie respecto de otros tipos. La altura máxima de los escalones posibles de subir se encuentra limitada por el radio de los rodillos, de igual forma que para las ruedas de tipo Universal. Dado que los rodillos poseen un radio pequeño según [23] menor al de las ruedas convencionales, este tipo cuenta con una mayor sensibilidad a la superficie respecto del segundo tipo.

A modo de resumen el cuadro 1, presenta una comparación de los diferentes tipos de ruedas estudiados, sus ventajas y desventajas:

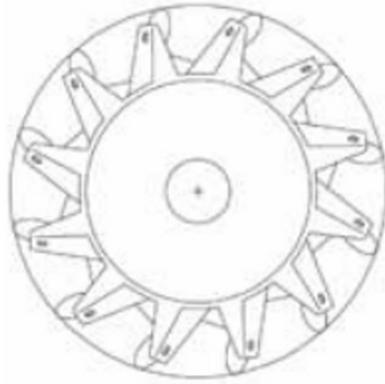


Figura 18: Vista lateral de una rueda Mecanum. Permite observar la continuidad de la circunferencia exterior [9].

Cuadro 1: Tabla comparativa de tipos de ruedas [9].

Tipo de Rueda	Característica	Capacidad de carga	Diseño	Radio de la rueda	Fricción	Sensible al Suelo
<i>Rueda Universal</i>		Baja	Simple	Variable	Baja	Si
<i>Rueda Mecanum</i>		Baja	Complejo	Constante	Baja	Si
<i>Rueda Steered</i>		Alta	Complejo	Constante	Alta	No
<i>Rueda Castor</i>		Alta	Complejo	Constante	Alta	No

Por último, y solamente a modo de referencia, se cita que existe otro tipo de ruedas, con forma esférica [9] tal como la representada en la figura 19. Estas son impulsadas a través de motores los cuales mediante fricción aplican una fuerza sobre la esfera. La clara ventaja de este diseño es que permite movilidad en todas las direcciones, pero su principal desventaja es que se debe ejercer una gran potencia sobre los motores para lograr la fricción deseada en algunos casos.

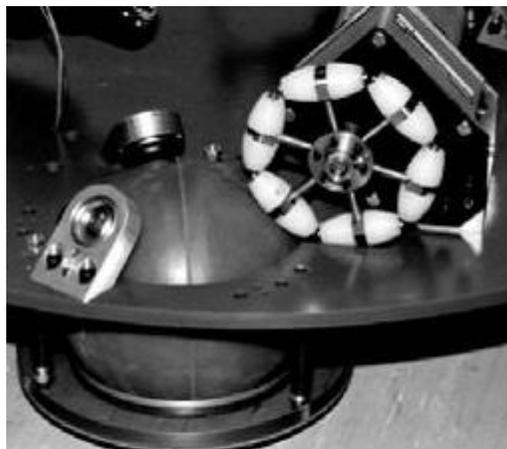


Figura 19: Rueda con forma esférica [9].

Tras haber explicado las características de los distintos tipos de ruedas especiales, se concluye que las mismas imponen ciertas desventajas frente a las ruedas convencionales [20]:

1. Mecanismos que componen al robot con un diseño complejo.
2. Baja capacidad de carga debido al reducido contacto con la superficie.
3. Estimación reducida de la posición y de la orientación del robot mediante dead-reckoning por la dificultad de determinar de forma precisa los puntos de contacto con la superficie.
4. Dificultad de mantener cuatro puntos de contacto entre el robot y una superficie irregular en el caso de robots de cuatro ruedas sin suspensión.
5. Inadecuación del robot a superficies escalonadas debido al pequeño radio de las ruedas.

La ventaja del uso de estas ruedas sobre las convencionales son:

1. Simplicidad de control de movimiento (se explica en 5).
2. Simplicidad de diseño del robot ya que no se requieren múltiples motores por cada rueda.

4. Estructuras de Robots Omnidireccionales

En el mundo académico e industrial se han estudiado varias estructuras de robots omnidireccionales, de distinta cantidad de ruedas y disposición, de los cuales los más relevantes a éste proyecto serán descritos a continuación.

Una decisión importante para construir un vehículo son la cantidad de ruedas. Las decisiones más comunes a este problema son 2, 3 ó 4 ruedas. Cada decisión presenta sus ventajas y desventajas: los vehículos de 2 ruedas tienen la ventaja de que el control es simple, pero se ven reducidos en maniobrabilidad (no pueden ser omnidireccionales). Los vehículos de 3 ruedas tienen control y dirección simple, pero estabilidad y tracción limitada. Los de 4 ruedas tienen mecánica y controles más complejos, pero con una mayor estabilidad y tracción.

Se presentan primero los robots de 3 ruedas, que suelen ser utilizados en el ámbito académico, y el fútbol de robots. Sin embargo, para otras aplicaciones (p.ej.: industria, servicio a lisiados) es muy importante la estabilidad, y estos robots pueden llegar a presentar problemas en este ámbito (debido al área triangular de contacto con el piso), especialmente cuando se está desplazando por un terreno inclinado, con el centro de gravedad alto debido a la carga del robot[17].

4.1. *Omnidireccional de 3 ruedas*

Esta estructura consiste en tres ruedas omnidireccionales dispuestas como se muestra en la figura 20.

Este tipo de estructuras posee la ventaja de que su control es simple, ya que para cada velocidad deseada del vehículo existe una única combinación en las velocidades de las ruedas (a diferencia de los vehículos omnidireccionales de más de 3 ruedas). A su vez, una determinada combinación de velocidades en las ruedas determina una única velocidad del vehículo. Esto se describe en la sección 5.1.

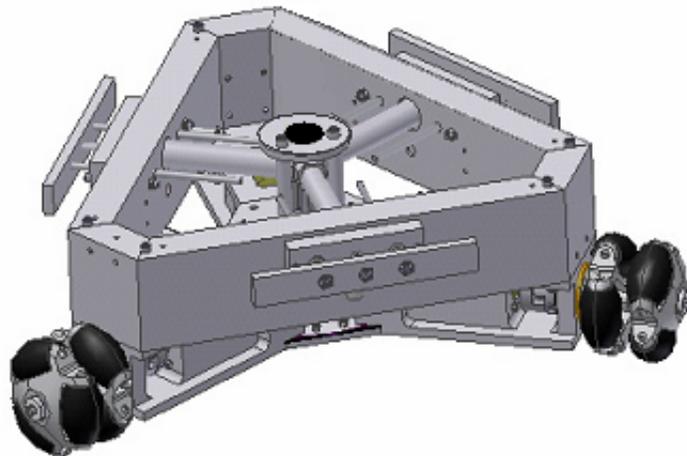


Figura 20: Estructura del robot omnidireccional de 3 ruedas[7]

4.2. *Omnidireccional de 4 ruedas omnidireccionales*

Esta estructura consiste en una aproximación similar al omnidireccional de 3 ruedas; en la figura 21 se puede ver la disposición de las ruedas. Este tipo de estructuras posee la ventaja de que tiene redundancia, o sea que para lograr cualquier movimiento en el plano, existen varias combinaciones de velocidades posibles[8].

Otra de las ventajas que presenta esta estructura es que permite detectar si existe deslizamiento en una rueda de forma de tratar el problema. En [15] se describe un método a tales efectos.

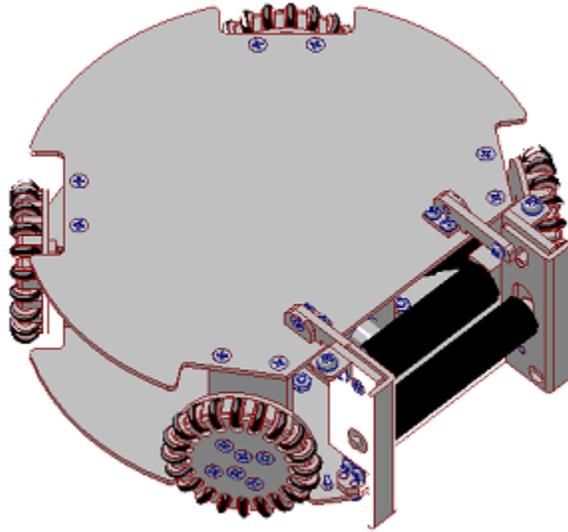


Figura 21: Disposición de ruedas del robot omnidireccional de 4 ruedas[8]

4.3. *Omnidireccional de 4 ruedas omnidireccionales orientables*

Las ruedas de este modelo poseen tres grados de libertad, rotación y orientación de la rueda y rotación de los rodillos. Este modelo presenta una ventaja sobre el de cuatro ruedas fijas, esto es, que cuentan con un sistema de Transmisión Continua-Variable (Continuously-Variable Transmission ó CVT). Éste provee al vehículo un uso más eficiente de los motores, al volverse mayor su rango de velocidades[17]. Para aclarar esto, si el plano de las ruedas se encuentra paralelo a la dirección de la trayectoria, no se pierde energía ya que la velocidad lineal de las ruedas no tiene una componente en otro sentido que no sea el de la trayectoria.

En la figura 22 se puede ver la disposición de las ruedas.



Figura 22: Disposición de ruedas del robot omnidireccional de 4 ruedas orientables.[17]

4.4. *Omnidireccional de 4 ruedas Mecanum*

Este modelo utiliza las ruedas Mecanum, vistas anteriormente.

En [2] se comentan tres variaciones de este tipo de robot, dos de los cuales se pueden ver en la figura 23. El modelo de la izquierda (Omni-1) tiene un marco alrededor de las ruedas, permitiendo que sobresalga solamente unos

pocos milímetros de los rodillos. Este modelo funciona muy bien en superficies lisas y duras, sin embargo pierde las capacidades omnidireccionales en superficies más suaves, como puede ser una moqueta. En este caso, las ruedas se hundirían en la superficie, y comenzaría a hacer contacto con el marco de las ruedas, perdiendo la capacidad de desplazarse lateralmente. Las deficiencias de Omni-1, llevaron al desarrollo de Omni-2 (figura 23 a la derecha). Este modelo tiene suspensión individual con amortiguador en cada rueda. Esto permite navegar un terreno más desparejo, ya que estas suspensiones mantienen las ruedas siempre en contacto con el piso. En segundo lugar, se quitaron los marcos de las ruedas, manteniendo la capacidad omnidireccional en superficies suaves.

Una de las ventajas de este diseño es que no solo permite la rotación de las ruedas a lo largo del eje principal, si no que puede moverse en muchas direcciones distintas, ejerciendo muy poca fricción.

En [4] se afirma que los vehículos omnidireccionales con ruedas mecanum son valiosos para aplicaciones en las que se requiera extrema maniobrabilidad en situaciones de batalla así como en otras aplicaciones.

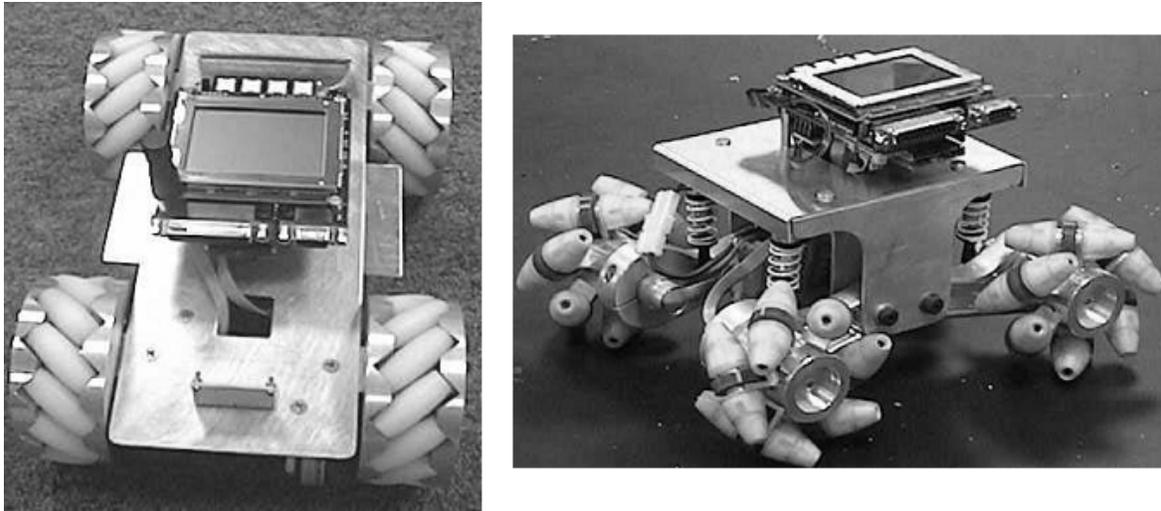


Figura 23: Omnidireccional con ruedas Mecanum (Omni-1 y Omni-2)[2]

4.5. Omnidireccional utilizando ruedas Active Split Offset Castor

Este modelo de vehículo utiliza un diseño de ruedas Active Split Offset Castor (ASOC) [23]. Esta estructura consiste en dos ruedas convencionales coaxiales independientemente controladas, separadas por una distancia D y conectadas a una junta desplazada una distancia S del eje que la une a la base del vehículo, como se puede ver en la figura 24.

Este tipo de vehículos puede ser diseñado utilizando un sistema de suspensión para uso en superficies irregulares. En [18] se presenta un diseño para este tipo de aplicaciones.

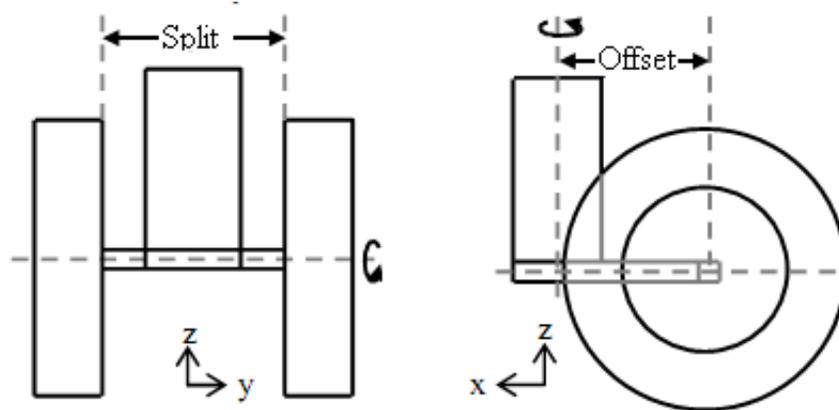


Figura 24: Rueda ASOC mostrando la separación (Split) y el desplazamiento (Offset) [18]

Este modelo permite lograr un movimiento omnidireccional con rozamiento reducido entre las ruedas y la superficie de contacto.

Controlando las velocidades de las dos ruedas, se pueden alcanzar velocidades arbitrarias en la junta del vehículo con la unidad ASOC. La figura 25 muestra una simulación de una unidad ASOC produciendo una velocidad de 0.2m/s en el eje X en la junta de la unidad. Se puede ver en las dos gráficas inferiores que las ruedas siguen una trayectoria suave, y en el diagrama superior que el punto C sigue una trayectoria perpendicular al eje que une la junta y las ruedas.

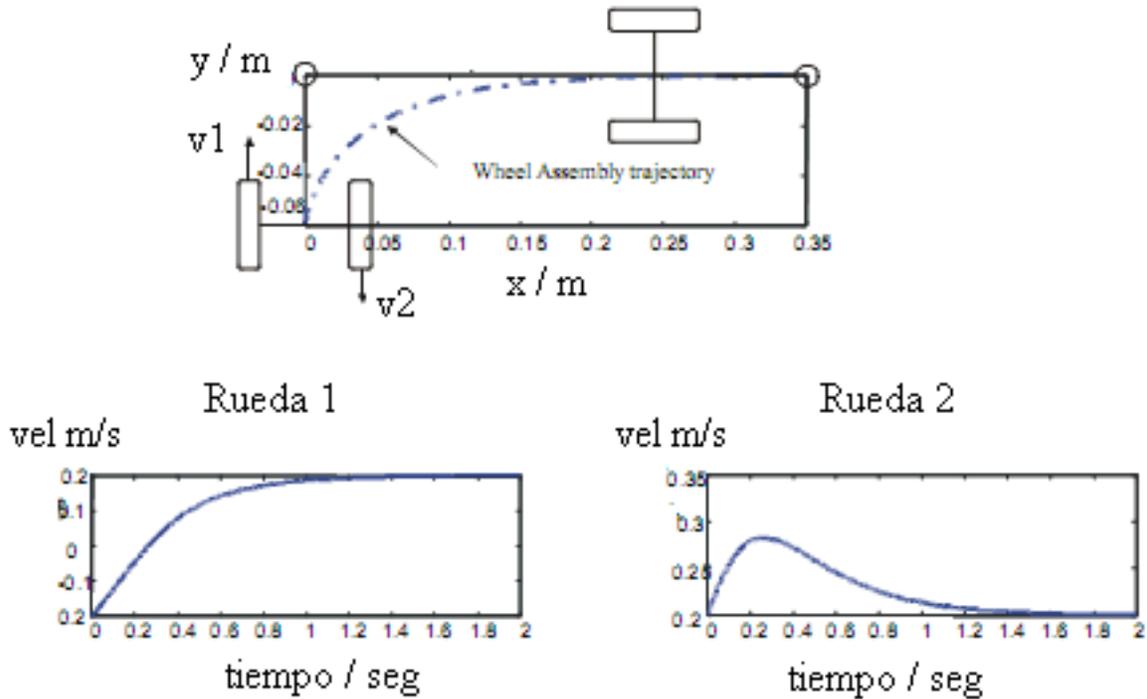


Figura 25: Simulación de una unidad ASOC[23]

Dado lo anterior, con un mínimo de dos unidades ASOC, se puede construir una plataforma omnidireccional. Además de lograr la capacidad omnidireccional, se necesita darle estabilidad al robot, por eso mínimamente se necesita contar con una rueda castor pasiva. En la figura 26 se puede ver un ejemplo de aplicación de este tipo de vehículos.

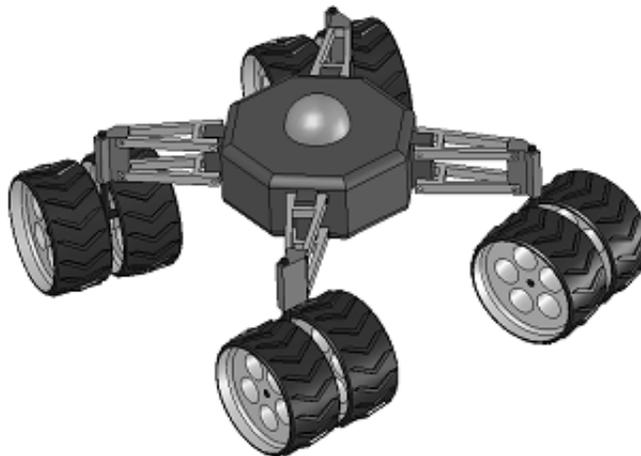


Figura 26: Prototipo con cuatro unidades ASOC[18]

Este tipo de robots presenta una ventaja sobre los robots basados en ruedas especiales. Estas ventajas incluyen una simple estructura mecánica, mayor capacidad de carga, no sufre de vibraciones por ser armado a base de ruedas simples y movimientos suaves además de ser robusto a las condiciones de la superficie. Además de esto, tiene menor rozamiento de las ruedas contra la superficie que otros diseños con ruedas Castor. Por lo tanto es más eficiente en cuanto al consumo de energía.

5. Control Cinemático de Robots Omnidireccionales.

Hasta ahora se enumeraron varios tipos de ruedas y estructuras para robots omnidireccionales, pero todavía no se ha explicado como lograr los movimientos deseados. En esta sección se describirán métodos para obtener una configuración de velocidades en las ruedas, para lograr un determinado movimiento (Control Cinemático).

Según [3] la cinemática es la ciencia del movimiento que trata el movimiento sin tomar en cuenta las fuerzas que lo causan. Dentro de la ciencia de la cinemática se estudia la posición, velocidad, aceleración y otras derivadas mayores de las variables de posición (con respecto al tiempo ó alguna(s) otra(s) variable(s)). Por lo tanto, el estudio de la cinemática de manipuladores refiere a todas las propiedades basadas en la geometría y el tiempo del movimiento. Las relaciones entre estos movimientos y las fuerzas y torques que los causan es un problema atacado por la dinámica. Cabe destacar que los modelos dinámicos de los manipuladores suelen ser muy complejos, por lo tanto es necesario tener en cuenta consideraciones computacionales para los controles de un robot en tiempo real.

Se representan las velocidades del robot deseadas como el vector $\{\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}\}$ en coordenadas cartesianas, luego se describe como llegar a la configuración de las ruedas $\{\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dots, \dot{\phi}_n\}$, determinando la velocidad angular de las ruedas.

5.1. Omnidireccional de 3 ruedas

El esquema de la disposición de las ruedas del robot se puede ver en la figura 27.

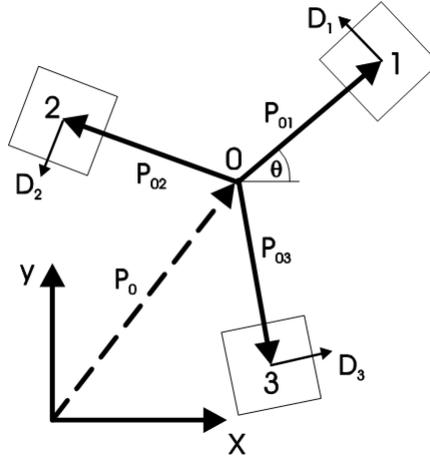


Figura 27: Diagrama de cinemática del Robot[7]

La posición de las ruedas tomando como origen el centro de masa del robot O y utilizando como eje \overrightarrow{OX} el vector $\overrightarrow{P_{01}}$, puede obtenerse fácilmente con la ayuda de la matriz de rotación (θ es el ángulo de giro medido en sentido antihorario)

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (1)$$

por lo tanto:

$$P_{01} = L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P_{02} = R \left(\frac{2\pi}{3} \right) P_{01} = \frac{L}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$P_{03} = R \left(\frac{4\pi}{3} \right) P_{01} = \frac{L}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} \quad (3)$$

donde L es la distancia de las ruedas al centro de masa. Los vectores unitarios D_i determinan la dirección de avance de la rueda i . Estas se determinan por (tomando en cuenta el mismo sistema de coordenadas usado anteriormente)

$$D_i = \frac{1}{L} R \left(\frac{\pi}{2} \right) P_{0i} \quad (4)$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \quad D_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

El vector $P_0 = (x \ y)^T$ es la posición del centro de masa en el sistema de coordenadas visto en la figura 27. La posición de cada rueda y su velocidad en este sistema está determinada por

$$r_i = P_0 + R(\theta)P_{0i} \quad (6)$$

$$v_i = \dot{P}_0 + \dot{R}(\theta)P_{0i} \quad (7)$$

mientras que las velocidad individual de cada rueda (componente de velocidad de la rueda en el sentido del vector D_i) es

$$v_i = v_i^T (R(\theta)D_i) \quad (8)$$

Sustituyendo la ecuación (7) en la ecuación (8) resulta en

$$v_i = \dot{P}_0^T R(\theta)D_i + P_{0i}^T \dot{R}^T(\theta)R(\theta)D_i \quad (9)$$

El segundo término de la ecuación es simplemente la velocidad tangencial del robot y se puede escribir de la siguiente forma:

$$P_{0i}^T \dot{R}^T(\theta)R(\theta)D_i = L\dot{\theta} \quad (10)$$

Por lo tanto la velocidad de las ruedas es una función lineal de la velocidad y la velocidad angular del robot es

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & L \\ -\sin(\frac{\pi}{3} - \theta) & -\cos(\frac{\pi}{3} - \theta) & L \\ \sin(\frac{\pi}{3} + \theta) & -\cos(\frac{\pi}{3} + \theta) & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Finalmente partiendo de la ecuación (11) y sabiendo que la velocidad angular de una rueda es $\phi_i = \frac{v_i}{r}$, para lograr un movimiento en coordenadas cartesianas a partir de $\{\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}\}$, se obtienen las velocidades angulares de las ruedas mediante la siguiente transformación lineal:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & L \\ -\sin(\frac{\pi}{3} - \theta) & -\cos(\frac{\pi}{3} - \theta) & L \\ \sin(\frac{\pi}{3} + \theta) & -\cos(\frac{\pi}{3} + \theta) & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Donde r es el radio de las ruedas, L es la distancia desde el centro del robot a las ruedas, y θ es el ángulo entre el eje X y la primer rueda.

5.2. Omnidireccional de 4 ruedas

Los siguientes cálculos para las ecuaciones de cinemática fueron obtenidos de [8].

La figura 28 representa una vista superior de un robot omnidireccional de cuatro ruedas. El eje de coordenadas $X_r O_r Y_r$ está fijo a la estructura del robot y XOY representa las coordenadas globales. El radio de la rueda y de la estructura del robot están representados por r y L respectivamente. El ángulo entre los ejes de las ruedas está representado por α_i ($i = 1, 2, 3, 4$) respectivamente. La velocidad angular de cada rueda es ϕ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) y la dirección de la velocidad lineal del centro de la rueda se indica por v_i ($i = 1, 2, 3, 4$) respecto al eje $X_r O_r Y_r$. El ángulo entre el eje $X_r O_r Y_r$ y XOY es θ . La velocidad lineal y angular del robot son $v = [\dot{x} \ \dot{y}]^T$ y $\dot{\theta}$ respectivamente. Un ejemplo de este tipo de vehículos puede ser visto en la figura 21.

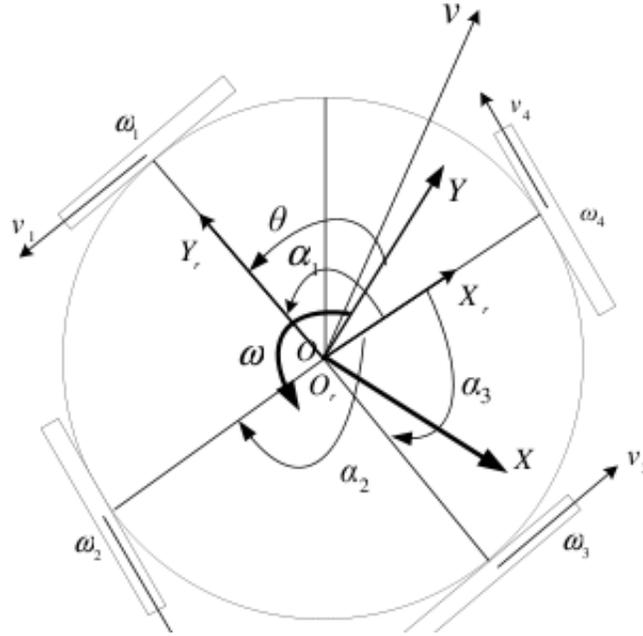


Figura 28: Esquema cinemático de omnidireccional de 4 ruedas.[8]

Para los cálculos se asumirá que el X_r está alineado con el eje de la 4ta rueda. Se cumplen las siguientes relaciones cinemáticas,

$$r\dot{\phi}_1 = L\dot{\theta} + v_r^T \mathbf{u}_1 \quad (13)$$

$$r\dot{\phi}_2 = L\dot{\theta} + v_r^T \mathbf{u}_2 \quad (14)$$

$$r\dot{\phi}_3 = L\dot{\theta} + v_r^T \mathbf{u}_3 \quad (15)$$

$$r\dot{\phi}_4 = L\dot{\theta} + v_r^T \mathbf{u}_4 \quad (16)$$

donde

$$\mathbf{u}_1 = [-\sin(\alpha_1) \quad \cos(\alpha_1)]^T$$

$$\mathbf{u}_2 = [-\sin(\alpha_2) \quad \cos(\alpha_2)]^T$$

$$\mathbf{u}_3 = [-\sin(\alpha_3) \quad \cos(\alpha_3)]^T$$

$$\mathbf{u}_4 = [0 \quad 1]^T$$

$$\mathbf{v}_r = [v_{rx} \quad v_{ry}]^T$$

$$v_{rx} = \dot{x} \cos(\theta) + \dot{y} \sin(\theta)$$

$$v_{ry} = -\dot{x} \sin(\theta) + \dot{y} \cos(\theta)$$

De las ecuaciones (13) a (16) las velocidades angulares de las ruedas se derivan mediante una función lineal de la velocidad angular y lineal del robot,

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{\phi}_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} -\sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & L \\ -\sin(\alpha_2) & \cos(\alpha_2) & L \\ -\sin(\alpha_3) & \cos(\alpha_3) & L \\ 0 & 1 & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Por lo tanto, dada la velocidad lineal ($v = [\dot{x} \ \dot{y}]$) y angular ($\dot{\theta}$) deseadas, las velocidades angulares de las ruedas requeridas $\dot{\phi}_i (i = 1, 2, 3, 4)$ pueden ser determinadas por el sistema de ecuaciones (17).

5.3. Omnidireccional de 4 ruedas Mecanum

En la figura 29 se puede ver la disposición de las ruedas y los ejes $\Sigma_0, \Sigma_{iW} (i = 1, 2, 3, 4)$. $V_{iW} (i = 1, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}$ es el vector de velocidad correspondiente a las revoluciones de la rueda, donde $V_{iW} = R_w \times \omega_{iW}$, R_w es el radio de la rueda, ω_{iW} es la velocidad angular de la rueda, y $V_{ir} (i = 1, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}$ es el vector velocidad tangencial del rodillo que está en contacto con el piso.

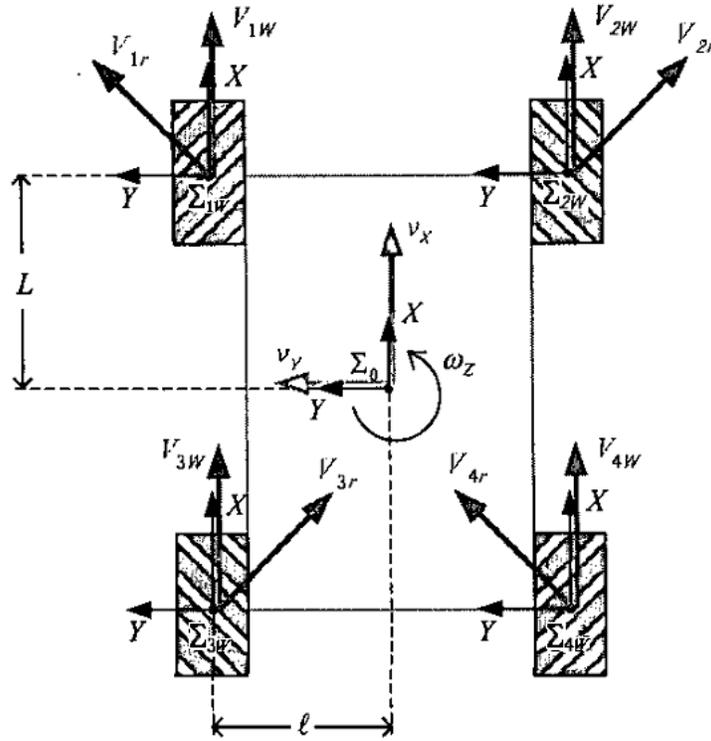


Figura 29: Disposición de las ruedas Mecanum y sistemas de coordenadas[19]

V_{iX} es la componente que aporta la velocidad lineal de la rueda (V_{iW}) más la velocidad aportada en el sentido de los rodillos libres ($V_{ir}/\cos 45^\circ$). Análogamente, V_{iY} es $V_{ir}/\sin 45^\circ$ a partir de la figura 29.

$$V_{1X} = V_{1W} + \frac{V_{1r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{1Y} = \frac{V_{1r}}{\sqrt{2}} \quad (18)$$

$$V_{2X} = V_{2W} + \frac{V_{2r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{2Y} = -\frac{V_{2r}}{\sqrt{2}} \quad (19)$$

$$V_{3X} = V_{3W} + \frac{V_{3r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{3Y} = -\frac{V_{3r}}{\sqrt{2}} \quad (20)$$

$$V_{4X} = V_{4W} + \frac{V_{4r}}{\sqrt{2}} \quad , \quad V_{4Y} = \frac{V_{4r}}{\sqrt{2}} \quad (21)$$

$$V_{1X} = v_X - l\omega_Z, \quad V_{1Y} = v_Y + L\omega_Z \quad (22)$$

$$V_{2X} = v_X + l\omega_Z, \quad V_{2Y} = v_Y + L\omega_Z \quad (23)$$

$$V_{3X} = v_X - l\omega_Z, \quad V_{3Y} = v_Y - L\omega_Z \quad (24)$$

$$V_{4X} = v_X + l\omega_Z, \quad V_{4Y} = v_Y - L\omega_Z \quad (25)$$

Mientras tanto, v_X , v_Y y $\omega_Z \in \mathbb{R}$ representan los elementos respecto a los ejes X e Y y la velocidad angular del vehículo, respectivamente. Además, V_{iX} , V_{iY} se obtienen a partir de v_X , v_Y y ω_Z según las ecuaciones anteriores. Utilizando las ecuaciones (18) a (25), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$V_{1W} = v_X - v_y - (L + l)\omega_Z \quad (26)$$

$$V_{2W} = v_X + v_y + (L + l)\omega_Z \quad (27)$$

$$V_{3W} = v_X + v_y - (L + l)\omega_Z \quad (28)$$

$$V_{4W} = v_X - v_y + (L + l)\omega_Z \quad (29)$$

Combinando las ecuaciones (26) a (29) en la ecuación (30), la cual representa la ecuación del problema cinemático inverso¹, se obtiene

$$V_W = J \cdot V_0 \quad (30)$$

donde $V_0 = [v_x, v_y, \omega_z]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ es el vector de velocidad en coordenadas cartesianas; $V_W = [V_{1W}, V_{2W}, V_{3W}, V_{4W}]^T \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ es el vector de velocidades de las ruedas correspondiente a la velocidad angular de éstas.

$$J = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(L+l) \\ 1 & 1 & (L+l) \\ 1 & 1 & -(L+l) \\ 1 & -1 & (L+l) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 3} \quad (31)$$

es una matriz de transformación.

Por otro lado, la velocidad del vehículo puede ser obtenida a partir de las velocidades de las ruedas, utilizando una matriz pseudo-inversa como la ecuación (32):

$$V_0 = J^+ \cdot V_W + (I - J^+ \cdot J) \bar{\omega} \quad (32)$$

donde $J^+ = (J^T \cdot J)^{-1} J^T \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$. $\bar{\omega}$ puede ser tomado arbitrariamente. El radio de una rueda es R_w . Por lo tanto, las ecuaciones directas de cinemática son las siguientes, tomando $\bar{\omega} = 0$.

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -\frac{1}{(L+l)} & \frac{1}{(L+l)} & -\frac{1}{(L+l)} & \frac{1}{(L+l)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_w \dot{\theta}_1 \\ R_w \dot{\theta}_2 \\ R_w \dot{\theta}_3 \\ R_w \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Finalmente, las expresiones individuales de las velocidades (lineal y angular) del vehículo se dan a continuación:

$$v_x = \frac{R_w}{4} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \quad (34)$$

$$v_y = \frac{R_w}{4} (-\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4) \quad (35)$$

$$\omega_z = \frac{R_w}{4(L+l)} (-\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \quad (36)$$

¹Ver Glosario

5.4. Omnidireccional de 4 ruedas dirigibles

En la figura 30 se puede ver el diseño de un vehículo de 4 ruedas dirigibles. En esta figura, el ángulo θ entre el eje y y la diagonal del robot, depende de la geometría del robot (por ejemplo: $\theta = \pi/2$ para un robot cuadrado). C_i es el eje de dirección de la rueda i . ϕ es el ángulo de dirección, l la distancia entre el eje C_i y el punto de apoyo de la rueda, L_0 la distancia entre el centro del robot y el eje C_i .

Las ruedas pueden ser dirigidas variando el ángulo ϕ , como puede verse en [17].

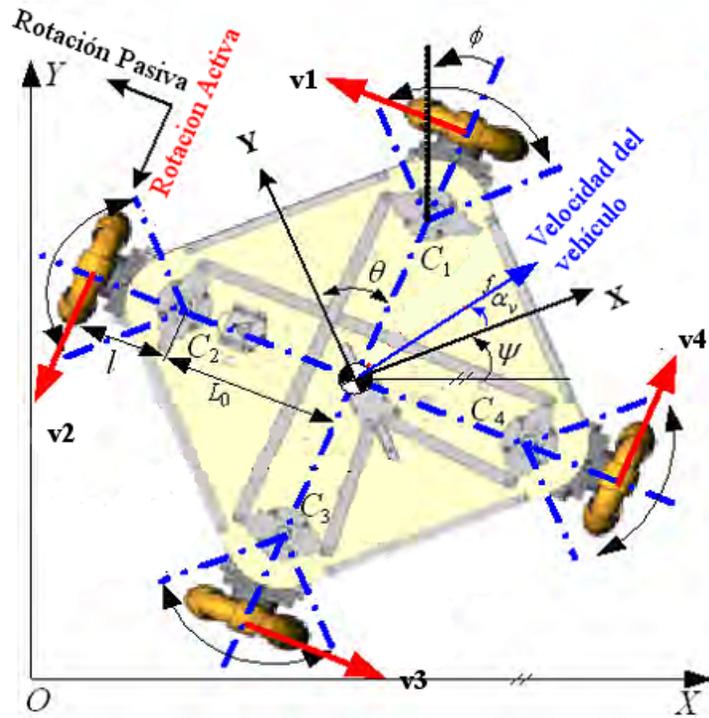


Figura 30: Sistema de coordenadas de vehículo omnidireccional de 4 ruedas dirigible[17]

La velocidad activa de una rueda está dada por

$$v_w = R\omega_i \cos \gamma \tag{37}$$

Donde R es el radio de la rueda, ω_i es la velocidad angular de la rueda, y γ es el ángulo entre el eje de los rodillos y el plano de la rueda, como se puede ver en la figura 31.

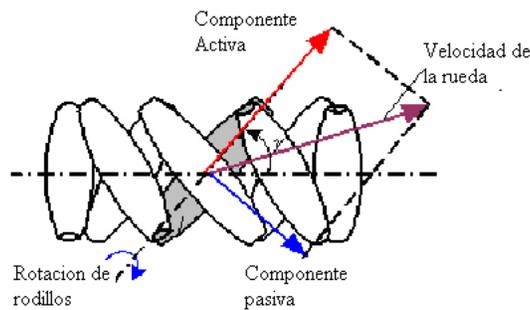


Figura 31: Vista superior de una rueda omnidireccional[17]

Sea el vector de velocidad del robot $v_r = [v_x, v_y, \dot{\psi}, \dot{\phi}]^T$, donde v_x y v_y son las velocidades de traslación del

centro del robot, $\dot{\psi}$ es la velocidad angular respecto al centro del robot y $\dot{\phi}$ es la derivada primera del ángulo de dirección.

La velocidad angular de las ruedas pueden ser obtenida como una función del ángulo de dirección por

$$\omega = \frac{\left[-v_x \cos(\theta - \phi - \gamma) + v_y \sin(\theta - \phi - \gamma) + \dot{\psi} \{ l \cos \gamma + L_0 \cos(\gamma + \phi) \} + l \dot{\phi} \cos \gamma \right]}{R \cos \gamma} \quad (38)$$

Para mayor claridad, las variables utilizadas en la ecuación anterior, se ven en la figura 32. La derivación de la ecuación (38) se puede ver en [16].

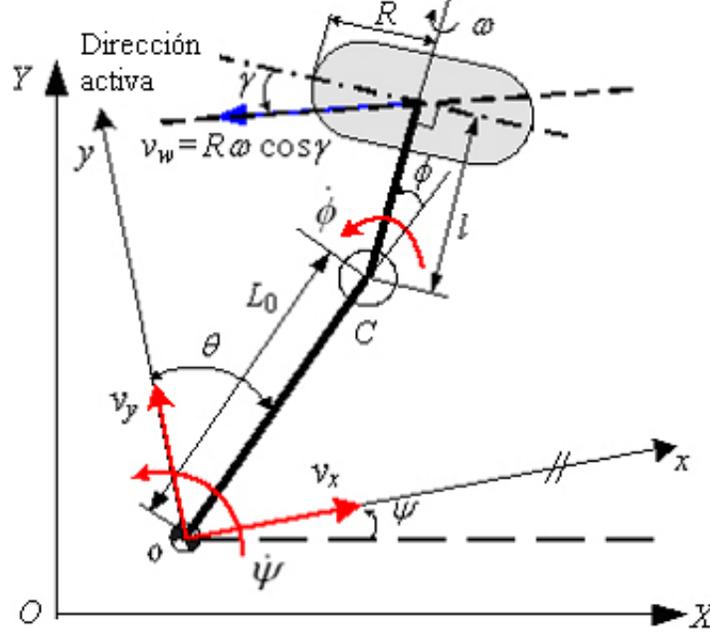


Figura 32: Sistema de coordenadas y parámetros para una rueda omnidireccional dirigit[17]

A partir de la ecuación 32 se pueden obtener las relaciones entre las velocidades del robot, y las velocidades de las ruedas. Estas se dan a continuación, teniendo en cuenta un robot con ruedas omnidireccionales universales ($\gamma = 0$).

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -C & S & L & l \\ -C & -S & L & -l \\ C & -S & L & l \\ C & S & L & -l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} \quad (39)$$

donde $C = \cos(\theta - \phi)$, $S = \sin(\theta - \phi)$, $L = L_0 \cos \phi + l$, y v_i ($i = 1, \dots, 4$) son las velocidades de ruedas en la dirección activa. La matriz de la ecuación (39) es invertible, ya que $C \neq 0$ y $S \neq 0$ para $0 < \theta - \phi < \pi/2$. La matriz inversa está dada por

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1/C & -1/C & 1/C & 1/C \\ -1/S & -1/S & -1/S & 1/S \\ 1/L & 1/L & 1/L & 1/L \\ 1/l & -1/l & 1/l & -1/l \end{bmatrix} \quad (40)$$

y se cumplen las siguientes igualdades:

$$v_w = J^{-1}v_r \text{ y } v_r = Jv_w \quad (41)$$

donde $v_w = [v_1, v_2, v_3, v_4]^T$ y v_r como definido anteriormente.

De esto se concluye que la velocidad del robot y la velocidad de la dirección pueden ser determinadas completamente por el control de los cuatro motores independientes de las ruedas.

Para entender mejor el funcionamiento se considera el siguiente ejemplo. Se asignan los siguientes valores a los parámetros: $\theta = 45^\circ$, $\phi = 15^\circ$, $L_0 = 2$, $l = 1$ como se puede ver en la figura 33. Si la velocidad del robot está dada por $v_r = [2 \ 0 \ 0 \ 0]$, se obtienen C , S y L

$$C = \cos(45^\circ + 15^\circ) = 1/2 \quad S = \sin(45^\circ + 15^\circ) = \sqrt{3}/2 \quad L = L_0 \cos(-15^\circ) + l = 2,932 \quad (42)$$

Luego, la ecuación (41) resulta

$$v_w = J^{-1}v_r = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 2,932L & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 2,932 & -1 \\ 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 2,932 & 1 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 2,932 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (43)$$

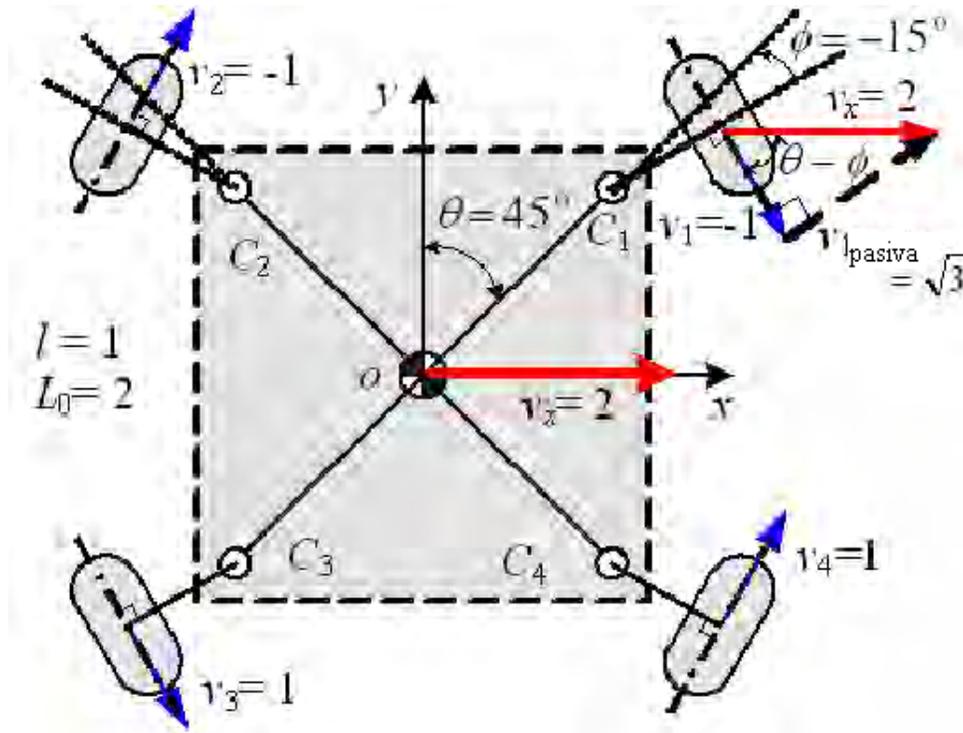


Figura 33: Ejemplo de cinemática[17]

La figura 33 muestra las velocidades activas de las ruedas para producir la velocidad deseada del robot. Cabe notar que la velocidad deseada del robot contiene solo velocidad de traslación en la dirección x , por lo tanto la velocidad resultante de cada rueda tiene magnitud de 2 en la dirección x . A partir de esta observación, se deduce que la velocidad pasiva de la rueda 1 tiene magnitud $\sqrt{3}$ para formar la velocidad de la rueda especificada, como se ve en la figura 33.

5.5. Omnidireccional de K ruedas omnidireccionales

Distintas estructuras de vehículos omnidireccionales construidos con distinta cantidad (K) de ruedas se ven dotados de distinto rendimiento cinemático al desplazarse en distintas direcciones, efecto conocido como anisotropía[11]. A mayor cantidad de ruedas, disminuirá la vibración y aumentará la capacidad de maniobrabilidad. También con el incremento de la cantidad de ruedas devienen desventajas, por ejemplo, si $K \geq 4$, se necesita un mecanismo elástico para mantener las ruedas en contacto con la superficie, si esta no es completamente plana. Es importante por lo tanto construir un modelo cinemático para diseñar un robot con buen desempeño.

En esta sección se tratarán las ruedas Mecanum en el sentido más amplio. En la figura 34 se pueden ver el eje de la rueda activa (S_i) y el eje de las ruedas pasivas (E_i). Claramente estos ejes siempre se intersectan y el ángulo es α ($\alpha \neq 0$), lo que implica que no son paralelos. En el ejemplo de la figura α vale $\frac{\pi}{2}$.

Para analizar el diseño general hay que definir una serie de parámetros que determinen la configuración de las ruedas.

Supóngase que el vehículo está constituido por K ruedas distribuidas alrededor del mismo. La figura 35 muestra los parámetros relativos a la rueda i ésima. La dirección de rotación de las ruedas activas y pasivas son S_i y E_i , y la dirección de la velocidad de traslación es T_i y F_i . O_i es el centro de la rueda y su velocidad es V_{0_i} . C es el centro del robot, y su velocidad es (c, ω) , donde ω es la velocidad angular y c es la velocidad de traslación en la dirección θ .

Sin tomar en cuenta factores de performance, las ruedas pueden ser fijadas al robot en posiciones arbitrarias, lo que significa que se puede asignar cualquier valor a los parámetros de la figura 35. d_i denota el vector desde el punto C a O_i . β denota el ángulo entre el vector d_i y el eje X . γ_i denota el ángulo entre S_i y el eje X . Al determinar el valor de los parámetros mencionados anteriormente, se está determinando la configuración de las ruedas del vehículo.

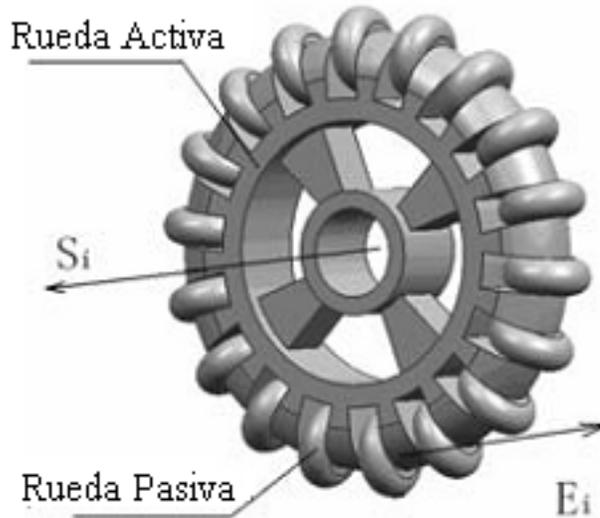


Figura 34: Esquema de rueda omnidireccional[11]

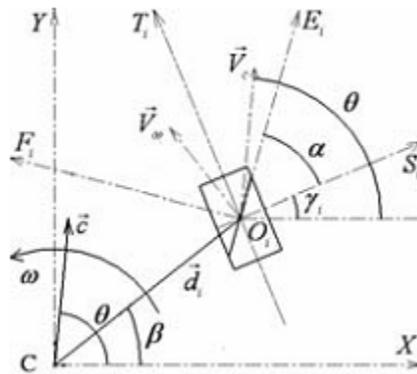


Figura 35: Parámetros de rueda i [11]

La velocidad del centro de la rueda O_i se determina por la velocidad de la rueda activa y el rodillo pasivo (ver ecuación (44)). Tomando en cuenta el vehículo como un cuerpo rígido, se obtiene la velocidad O_i (ver ecuación (45)). Partiendo de (44) y (45), se puede deducir (46).

$$V_{0_i} = V_{T_i} + V_{F_i} \quad (44)$$

$$V_{0_i} = V_c + V_{\omega} \text{ donde } V_c = c, V_{\omega} = \omega \times d_i \quad (45)$$

$$V_{T_i} + V_{F_i} = V_c + V_\omega \quad (46)$$

Proyectando V_c , V_ω , V_{T_i} y V_{F_i} sobre los ejes X e Y , se obtiene la relación de la velocidad por T_i y F_i y la velocidad (c, ω) en (47) y (48). Donde V_{xc} denota la proyección de c al eje X , y de la misma manera definimos $V_{x\omega}$, V_{xT} , V_{xF} , V_{yc} , $V_{y\omega}$, V_{yT} y V_{yF} .

$$\begin{cases} V_{xc} + V_{x\omega} = V_c \cos(\theta) - V_\omega \sin(\beta) \\ V_{yc} + V_{y\omega} = V_c \sin(\theta) + V_\omega \cos(\beta) \\ V_{xT} + V_{xF} = -V_T \sin(\gamma_i) - V_F \sin(\alpha + \gamma_i) \\ V_{yT} + V_{yF} = V_T \cos(\gamma_i) + V_F \cos(\alpha + \gamma_i) \end{cases} \quad (47)$$

$$\begin{cases} V_T = V_c \cos(\alpha + \gamma_i - \theta) / \sin \alpha + V_\omega \sin(\alpha + \gamma_i - \beta) \\ V_F = V_c \cos(\theta - \gamma_i) / \sin \alpha + V_\omega \sin(\gamma_i - \beta) \end{cases} \quad (48)$$

Debido a que los rodillos pasivos no se controlan por medio de ningún motor, se puede ignorar a V_F durante el análisis de cinemática. Por lo tanto (49) es una ecuación general de cinemática del vehículo omnidireccional, donde V_{T_i} es la velocidad de la i -ésima rueda a lo largo de T_i . Obviamente, una vez obtenido los parámetros de control de cada rueda, se determina (c, ω) . De forma inversa, si (c, ω) son conocidos, se puede deducir la velocidad angular de cada rueda.

$$V_{T_i} = V_c \cos(\alpha + \gamma_i - \theta) / \sin \alpha + \omega d_i \sin(\alpha + \gamma_i - \beta) \quad (49)$$

Donde $V_{T_i} = \omega' r$, ω' es la velocidad angular de la i -ésima rueda, r es el radio de la rueda; V_c ($V_c = |c|$) y ω son las velocidades de traslación y angular del vehículo respectivamente.

Referencias

- [1] Airtrax. Omni-directional technology: Changing the way vehicles moves. Retrieved 08 August 2008 <http://www.airtrax.com/>.
- [2] Thomas Bräunl. *Embedded Robotics: Mobile Robot Design and Applications with Embedded Systems*. Springer, July 2006.
- [3] John J. Craig. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, 2nd ed. edition, 1989.
- [4] S.L. Dickerson and B.D. Lapin. Control of an omni-directional robotic vehicle with mecanum wheels. In *Proc. Vol.1., NTC '91. National Telesystems Conference*, pages 323–328, March 1991.
- [5] A. El-Shenawy, A. Wellenreuther, A.S. Baumgart, and E. Badreddin. Comparing different holonomic mobile robots. In *Proc. ISIC Systems, Man and Cybernetics IEEE International Conference on*, pages 1584–1589, October 2007.
- [6] S Fujisawa, K Ohkubo, T Yoshida, N Satonaka, Y Shidama, and Yamaura. Improved moving properties of an omnidirectional vehicle using stepping motor. In *Proceedings of the 36 th Conference on Decision & Control*, pages 3654–3657, December 1997.
- [7] Amir Abdollahi Hooman Aghaebrahimi Samani and Saeed Ziaee Rad Hossein Ostadi. Design and development of a comprehensive omni directional soccer player robot. In *International Journal of Advanced Robotic Systems*, volume 6. IN-TECH, 2004.
- [8] L. et al. Huang. Design and analysis of a four-wheel omnidirectional mobile robot. In *2nd International Conference on Autonomous Robots and Agents*, pages 425–428, Palmerston North, New Zeland, 2004.
- [9] Victor Grosu Ioan Doroftei and Veaceslav Spinu. *Bioinspiration and Robotics: Walking and Climbing Robots*, chapter 29 Omnidirectional Mobile Robot - Design and Implementation, page 544. I-Tech Education and Publishing, Technical University of Iasi, Romania, September 2007.
- [10] Li-Chun Lai, Chia-Nan Ko, Tsong-Li Lee, and Chia-Ju Wu. Time-optimal control of an omni-directional mobile robot. In *Proc. 1ST IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pages 1–6, 2006.
- [11] Chuntao Leng and Qixin Cao. Velocity analysis of omnidirectional mobile robot and system implementation. In *Proc. 2nd IEEE International Conference on Automation Science and Engineering CASE '06*, pages 81–86, October 2006.
- [12] Glen Bright Johan Potgieter Sylvester Tlale Olaf Diegel, Aparna Badve. Improved mecanum wheel design for omni-directional robots. In *4th Australasian Conference on Robotics and Automation*, pages 117–121, Auckland, November 2002. Mechatronics and Robotics Research Group, Institute of technology and Engineering, Massey University.
- [13] F.G. Pin and S.M. Killough. A new family of omnidirectional and holonomic wheeled platforms for mobile robots. Vol. 10(Num. 4):pages 480–489, 1994.
- [14] Alexander Gloye Förster Raul Rojas. Holonomic control of a robot with an omni-directional drive. In *Künstliche Intelligenz*, volume 20, BöttcherIT-Verlag, July 2006.
- [15] Raul Rojas. Omnidirectional control. In *Robotik*, Freie Universität Berlin, Alemania, 2005.
- [16] Jae-Bok Song and Kyung-Seok Byun. Design and control of a four-wheeled omnidirectional mobile robot with steerable omnidirectional wheels. *J. Robot. Syst.*, Vol. 21(Num. 4):pages 193–208, 2004.
- [17] Jae-Bok Song and Kyung-Seok Byun. Design and control of an omnidirectional mobile robot with steerable omnidirectional wheels. *Pro Literatur Verlag, Germany / ARS, Austria*, Vol. 12:pages 223–240, December 2006.
- [18] Martin Udengaard and Karl Iagnemma. Design of an omnidirectional mobile robot for rough terrain. In *ICRA*, pages 1666–1671. IEEE, 2008.

- [19] P. Viboonthaicheep, A. Shimada, and Y. Kosaka. Position rectification control for mecanum wheeled omnidirectional vehicles. In *Proc. 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society IECON '03*, volume 1, pages 854–859, 2003.
- [20] M. Wada and S. Mori. Holonomic and omnidirectional vehicle with conventional tires. In *Proc. 13th IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, pages 3671–3676, 1996.
- [21] Mark West and Haruhiko Asada. International conference on robotics and automation. In *Design of a Holonomic Omnidirectional Vehicle*, volume Vol. 3, pages 97–103, Nice, France, May 1992.
- [22] Benjamin Woods. Honours thesis omni-directional wheelchair, October 2006.
- [23] Spenko M. Yu, H. and S. Dubowsky. Omni-directional mobility using active split offset castors. *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 126(Num. 5):p. 822–829, September 2004.

Glosario

- Anisotropía: Fenómeno que ocurre a los vehículos con ruedas omnidireccionales, esto es, debido al mecanismo especial de estas ruedas, el rendimiento del sistema en diferentes direcciones se comporta de manera distinta[11].
- Cinemática: Ciencia que estudia la posición, velocidad, aceleración y otras derivadas de las variables de posición con respecto al tiempo ú otras variables sin tomar en cuenta las fuerzas que las generan.
- Rueda Convencional: Dispositivo circular capaz de rotar sobre su eje.
- Rueda Esférica: Rueda compuesta por una esfera impulsada por motores que generan fricción sobre la esfera para rotarla.
- Rueda Especial: Rueda que contiene pequeños rodillos dispuestos a lo largo de la circunsferencia que rotan libremente.
- Rueda Mecanum: Tipo de rueda Especial, en las que el eje de la rueda activa intersecta con el eje de los rodillos pasivos con un ángulo α , con $\alpha \neq 0$.
- Rueda Universal: Tipo de rueda Especial, en las que el eje de la rueda activa intersecta con el eje de los rodillos pasivos con un ángulo de 90^0 .
- Sensibilidad a la superficie: Capacidad de una rueda de desempeñar una trayectoria correctamente en superficies no uniformes, por ejemplo con la existencia de escalones.