

Estimación y Predicción en Series Temporales

Introducción

Departamento de Procesamiento de Señales

Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería

2022

Estimación y Predicción en Series Temporales

Prefacio

El material de este curso ha sido creado y mejorado constantemente a lo largo de los años por varios docentes del Departamento de Procesamiento de Señales del Instituto de Ingeniería Eléctrica.

En orden alfabético:

- Cecilia Aguerrebere
- Mauricio Delbracio
- Álvaro Gomez
- José Lezama
- Ernesto López
- Franco Marchesoni
- Sergio Martínez
- Pablo Musé

Agradecemos a todos ellos en nombre del plantel docente actual.

Introducción a la teoría y a los algoritmos empleados en el análisis y procesamiento de señales aleatorias

Señal aleatoria

- Serie temporal de muestras aleatorias
- No determinística
- Modelo *probabilístico*

Ejemplos

- Multimedia: Audio, imágenes, video
- Social: dolar, demanda eléctrica
- Señales biomédicas (e.g., EEG, ECG)

Análisis estadístico de señales

De qué se trata?

Análisis espacial

- Propiedades individuales de las muestras
- Media, varianza, distribución (marginal)

Análisis temporal

- Dependencia entre muestras
- Auto-correlación, covarianza
- Potencia espectral

Dependencias

- Dependencia con otras señales
- Correlación cruzada
- Identificación de sistemas

Análisis estadístico de señales

Para qué sirve?

- 1 **Comprender** el mecanismo físico subyacente
 - Estructura de la tierra a partir de sismogramas.
- 2 **Detectar** eventos de interés
 - Cambios en señales biológicas → diagnóstico médico
- 3 **Sintetizar** señales artificiales similares a las naturales
 - Síntesis de voz artificial, síntesis de imágenes
- 4 **Representar** de manera eficiente
 - Codificación de voz, audio y video
- 5 **Predecir** valores futuros de la señal
 - ¿Dólar a fin de año?
- 6 **Reconocer** parámetros o características salientes
 - Reconocimiento del habla

Filtrado: modificar la señal

- Cancelación de ruido

Filtro adaptivo, tiempo real

- El filtro se adapta a la señal
- Ejemplo: Ecualización en recepción inalámbrica

Filtro adaptivo, fuera de linea:

- Ajuste automático de parámetros
- Características de la señal no conocida a priori
- Ejemplo: corrección de fotos movidas, cámara desconocida

- 1 Primera Parte: Estimación de parámetros
 - Estimadores insesgados de varianza mínima (MVU)
 - Cota inferior de Cramér-Rao
 - Cálculo de MVU para modelos lineales
 - Estimadores lineales insesgados óptimos (BLUE)
 - Estimación por máxima verosimilitud (MLE)
 - Estimación por máximo a posteriori (MAP)
- 2 Segunda Parte: Filtrado adaptivo
 - Procesos Estocásticos Estacionarios
 - Procesos Autoregresivos (AR)
 - Filtro de Wiener
 - Filtros Adaptativos
 - Algoritmo de Máxima Pendiente, Algoritmo LMS
 - Filtro de Kalman
 - Algoritmo RLS

Parte 1: Estimación de Parámetros

Estimación de parámetros

Objetivo

Objetivo

- Dado el modelo de la señal, estimar sus parámetros a partir de las muestras observadas.

Ejemplo

- Medición de distancia por radar

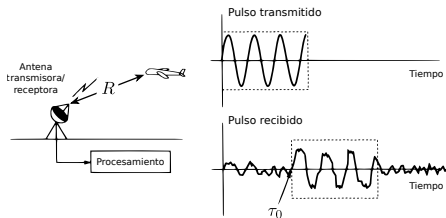


Imagen modificada extraída de [Kay, 1993].

- Radar emite señal
- Nave la refleja
- Radar recibe eco τ_0 s después
- Distancia: $R = \frac{c\tau_0}{2}$.

- **Modelo:** señal recibida es versión **retardada** y **ruidosa** de la emitida
- **Problema:** estimar τ_0 a partir de señal recibida

Estimación de parámetros

Planteo formal

Hipótesis

- Se asume modelo de señal que depende de parámetro θ
- Se tienen N muestras de la señal
 $\mathbf{x} = \{x[0], x[1], \dots, x[N-1]\}$

Objetivo

- Estimar θ a partir de \mathbf{x}

Metodología

- El **estimador** de θ es una función de los datos:

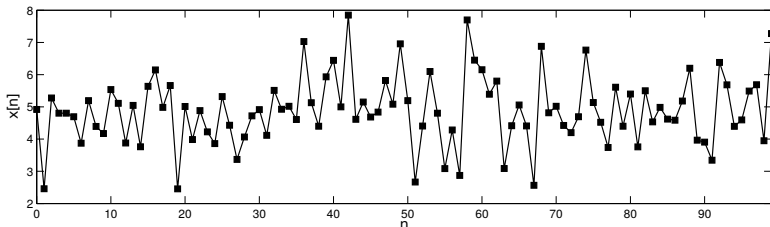
$$\underbrace{\hat{\theta}}_{\text{estimacion}} = \underbrace{g(x[0], x[1], \dots, x[N-1])}_{\text{estimador}}$$

Problema

- Encontrar $g(\cdot)$ tal que $\hat{\theta}$ sea una buena estimación de θ .
- Qué tan bueno? **Criterio a definir!**

Estimación de parámetros

Ejemplo: calcular nivel de continua



- **Modelo:**

$$x[n] = A + w[n], \quad \text{con } \mathbb{E}[w[n]] = 0, \forall n$$

- **Problema:** estimar A dado el conjunto de muestras

$$x[0], x[1], \dots, x[N-1].$$

Estimación de parámetros

Ejemplo: calcular nivel de continua

Estimador posible: media muestral

$$\hat{A} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

Preguntas

- ¿Por qué es razonable este estimador?
- ¿Qué tan bueno es?
- ¿Cómo definimos “bueno” en este contexto?
- ¿Hay mejores?

Estimador alternativo: primera muestra

$$\check{A} = x[0]$$

Estimación de parámetros

Evaluación del desempeño de estimadores

Escenario:

- Valor verdadero es **$A=5$** ,
- En la **realización** dada (la gráfica) se tiene

$$\hat{A} = 4.89 \quad \check{A} = 4.92.$$

- Para *esa realización*, $|\check{A} - A| < |\hat{A} - A|$

Discusión:

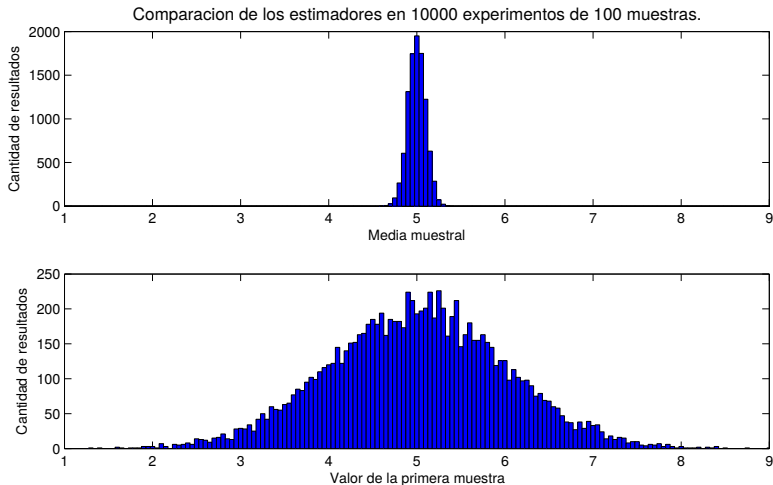
- ¿Será mejor \check{A} que \hat{A} ? Depende de la *realización* x !
- Necesitamos un criterio que no dependa de la realización!

Alternativas:

- **Estudio analítico**: mejor, pero no siempre posible.
- **Estudio empírico**: repetir experimento para muchas realizaciones y calcular cuál estimador produce mejores resultados en la mayoría de los casos.

Estimación de parámetros

Estudio empírico



- 1 Definir criterio de bondad/optimalidad (clase 2)
- 2 Encontrar cotas de optimalidad (Cramer-Rao, clases 3 y 4)
- 3 Encontrar estimador óptimo (clases 5 a 8)

Búsqueda de estimadores

- **Enfoque clásico:** parámetro desconocido es determinístico (clases 2 a 7)
- **Enfoque Bayesiano:** parámetro desconocido es una variable aleatoria (clase 8)

Estimación de parámetros

Algunas aplicaciones

- 1 Procesamiento de imágenes
 - Estimación de parámetros de la cámara
- 2 Visión artificial
 - Estimación de pose
- 3 Biomedicina
 - Frecuencia cardíaca, presión sanguínea, saturación de O2
- 4 Geología
 - Composición de suelos, yacimientos
- 5 Astronomía
 - Detección de exoplanetas
- 6 Economía
 - Tendencias, estacionaridades de monedas, índices, etc.

Parte 2: Filtrado adaptivo

Filtrado adaptativo óptimo

Objetivo

- Ajustar parámetros del filtro a señal
- Ajuste en base a muestras de la señal (estimación)

Escenario 1: señal estacionaria

- Adaptación *offline* a estadísticas (Wiener)

Escenario 1: señal no estacionaria

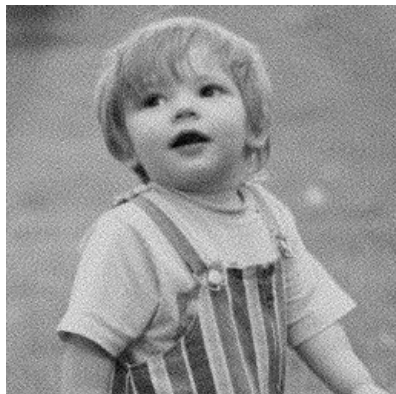
- Adaptación *en tiempo real* (LMS,RLS,Kalman)

Filtrado adaptativo óptimo

Caso estacionario: filtro de Wiener

Hipótesis

- Estadística de la señal no varía en el tiempo
- Estadística del ruido, idem
- Ejemplo: restauración de imágenes

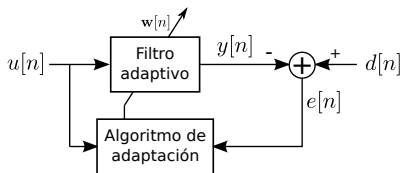


Filtrado adaptativo óptimo

Caso estacionario: filtros adaptivos

Características

- Señal puede variar en el tiempo
- No se necesita conocer estadística a priori
- En el caso estacionario, converge al filtro óptimo (Wiener)



- $d[n]$ señal deseada
- $u[n]$ señal observable correlacionada con $d[n]$

Adaptación

- Actualiza estadísticas a partir de nuevas muestras
- Actualiza coeficientes del filtro

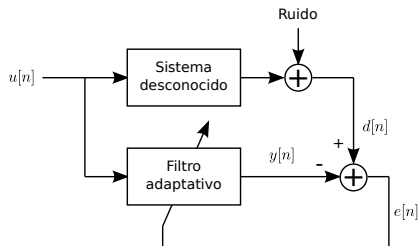
Filtrado adaptativo óptimo

Aplicaciones

- 1 Identificación de sistema
- 2 Inversión de sistema
- 3 Predicción de señal
- 4 Cancelación de interferencias

Objetivo

- Identificar parámetros de sistema desconocido

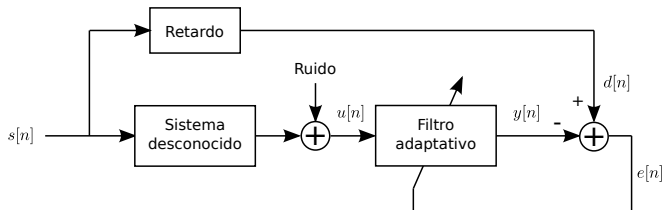


Ejemplos

- Cancelación de eco
- Modelado de canal

Objetivo

- Revertir efectos indeseados de un sistema

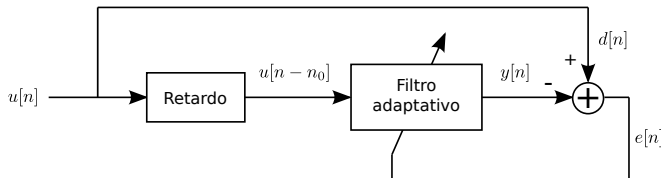


Aplicaciones:

- Ecualización de canal
- Deconvolución de señales

Objetivo

- Estimar próxima muestra $x[n]$
- A partir de muestras previas $\{x[0], x[1], \dots, x[n-1]\}$



Aplicaciones

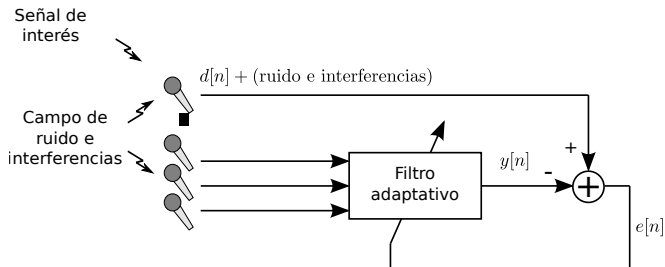
- Compresión
- Decorrelación
- Detección de cambios en señales

Filtrado adaptativo óptimo

Cancelación de interferencias

Objetivo

- Eliminar interferencia y ruido de señal objetivo



Aplicaciones

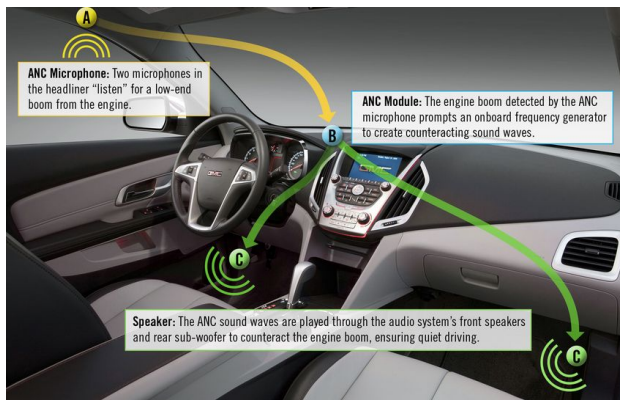
- Cancelación de ruido
- Eliminación de eco en videoconferencias

Aplicación de filtros adaptativos

Cancelación activa de ruido

Escenario

- Eliminar ruido externo (cabina) de señal deseada (voz)

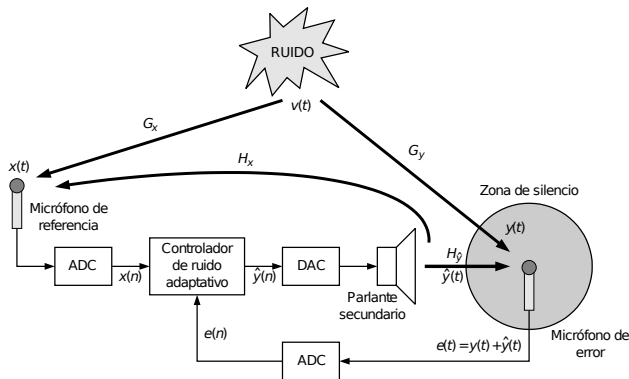


Aplicación de filtros adaptativos

Cancelación activa de ruido

Estrategia

- Cancelación de ruido de forma acústica
- Se generan ondas que contrarrestan ondas de ruido
- Filtro adaptativo para identificar y seguir las variaciones en tiempo real



Aplicación de filtros adaptativos

Cancelación de eco en sistema de teleconferencia

Escenario

- Voz de quien habla vuelve por parlantes como *eco*
- Si el retardo es muy corto, se genera *acople*
- El acople genera un pitido muy fuerte

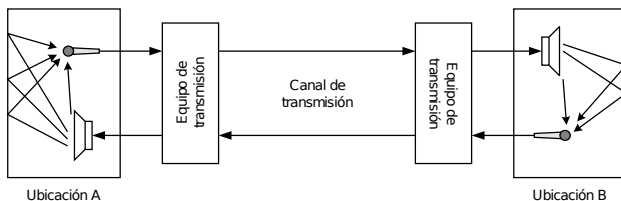


Imagen modificada extraída de [Manolakis et al., 1998].

Aplicación de filtros adaptativos

Cancelación de eco en sistema de teleconferencia

Estrategia

- Cancelar voz propia en el parlante
- Modelar proceso de ida y vuelta como sistema
- Identificar y neutralizar retorno
- Ajuste se hace en base a residuo de cancelación

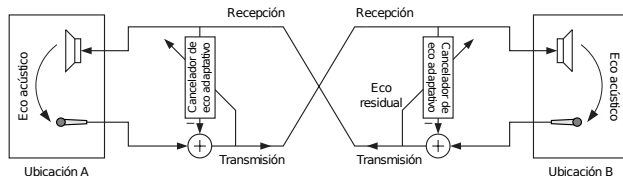


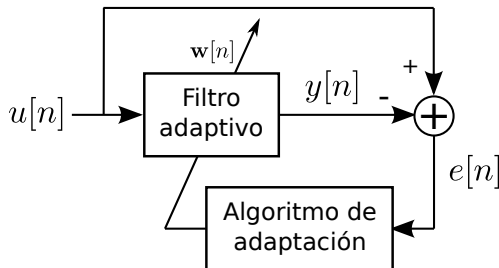
Imagen modificada extraída de [Manolakis et al., 1998].

Aplicación de filtros adaptativos

Compresión predictiva de datos

Escenario

- Datos a comprimir $u[n]$: modelo + ruido
- Modelo implica redundancia



Estrategia

- Predicción $y[n]$ de $u[n]$ en base a modelo (filtro $w[n]$)
- Sólo se codifica residuo de predicción $e[n]$
- Modelo de $e[n]$ i.i.d., *Laplaciano*

Datos del curso

Dónde, cuándo y cómo

- Martes y Jueves de 10:00 a 12:00
- Presencial: Salón Seminarios del IIE
- Virtual: <https://salavirtual-udelar.zoom.us/j/6335518978>
- **Web:** <https://eva.fing.edu.uy/course/view.php?id=647>
- Si **no** tenés usuario escribir a nacho@fing.edu.uy

Docentes del curso

- Ignacio Ramírez (responsable, teórico)
- Sergio Martínez (práctico)

Estimación y Predicción en Series Temporales

Conocimientos necesarios

- Cálculo diferencial e integral
- Álgebra lineal
- Probabilidad y estadística
- Programación (preferentemente Python)
- Señales y sistemas digitales

Práctico 1: notebooks introductorios de todos estos temas

Entregas obligatorias

- Ejercicios teóricos (desarrollo)
- Ejercicios prácticos (Python e informe)
- Fecha límite estricta, **no se admiten retrasos**
- No hay mínimos
- Trabajo **individual**

Trabajo final

- Similar a entregas
- Menos tiempo
- Método a definir

Nota

- Ponderación de entregables y trabajo final

Primera Parte: Estimación de parámetros

- “Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory”, S. M. Kay, Prentice Hall, 1st edition, 1993

Segunda Parte: Filtros adaptativos

- “Adaptive Filter Theory”, S. Haykin, Prentice Hall, 3rd ed., 1995
- “Statistical Digital Signal Processing and Modeling”, M. H. Hayes, Willey, 1st edition, 1996

ATENCIÓN: Formulario de inscripción (obligatorio)

Formulario de inscripción 2020 (para estudiantes de posgrado)

[Vista general](#)[Editar preguntas](#)[Plantillas](#)[Análisis](#)[Mostrar respuestas](#)[Mostrar no respondientes](#)

Completar el formulario de inscripción es obligatorio para los estudiantes de cursos de posgrado, actualización y educación permanente. Los datos obtenidos serán procesados y utilizados con fines estadísticos por la Unidad Central de Educación Permanente de la Universidad de la República.

Vista general

Respuestas enviadas: 0

Preguntas: 12

Permitir respuestas de: lunes, 9 de marzo de 2020, 00:00

Permitir respuestas a: viernes, 27 de marzo de 2020, 23:59