

# PRIMER PARCIAL DE MATEMÁTICA DISCRETA II

Nombre .....	C.I. ....	No. de prueba .....
--------------	-----------	---------------------

## Ejercicio 1.

- A. Hallar  $a, b \in \mathbb{N}$  tales que  $a > b$ , el resto de dividir  $a$  entre  $b$  es 7 y  $\text{mcm}(a, b) = 26 \text{ mcd}(a, b)$ .
- B. Probar que  $5^{4n+1} + 2 \cdot 4^{6n+1}$  es múltiplo de 13 para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

## Ejercicio 2.

- A. Hallar el menor  $x \in \mathbb{N}$  que verifica 
$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3} \\ x \equiv 0 \pmod{4} \\ x \equiv 6 \pmod{7} \end{cases}$$
- B. Calcular el resto de dividir  $34^{1234}$  entre 84.

## Ejercicio 3.

- A. Sean  $a, n \in \mathbb{N}$ . Probar que si  $\text{mcd}(a, n) = 1$  entonces existe  $x \in \mathbb{Z}$  tal que  $ax \equiv 1 \pmod{n}$ .
- B. Sea  $p \in \mathbb{N}$ ,  $p \geq 2$ . Probar que  $p$  es primo si y solo si para todo  $a \in \{1, 2, \dots, p-1\}$  existe  $x \in \{1, 2, \dots, p-1\}$  tal que  $ax \equiv 1 \pmod{p}$ .
- C. Hallar  $x \in \{1, 2, \dots, 126\}$  tal que  $55x \equiv 1 \pmod{127}$ .

## Ejercicio 4.

- A. Sean  $n \in \mathbb{N}$  y  $\{r_1, r_2, \dots, r_{\varphi(n)}\}$  un sistema reducido de residuos módulo  $n$ . Probar que si  $a \in \mathbb{N}$  y  $\text{mcd}(a, n) = 1$  entonces  $\{ar_1, ar_2, \dots, ar_{\varphi(n)}\}$  es también un sistema reducido de residuos módulo  $n$ .
- B. Enunciar y demostrar el teorema de Euler.
- C. Hallar el resto de dividir  $33^{482}$  entre 35.