

EXAMEN - 5 DE AGOSTO DE 2020. DURACIÓN: 3 HORAS.

N° de examen	Cédula	Apellido y nombre

En todos los ejercicios deben justificar los resultados a los que lleguen.

Ejercicio 1.

- Probar que 2 es raíz primitiva módulo 131.
- Encontrar una raíz primitiva módulo $2 \cdot 131^2$.

Ejercicio 2. Hallar todas las soluciones del sistema de congruencias:

$$\begin{cases} x \equiv 82 \pmod{24} \\ x \equiv 64 \pmod{90} \\ x \equiv 34 \pmod{100} \end{cases}$$

Ejercicio 3.

- Definir la función φ de Euler.
- Enunciar y probar el Teorema de Euler.
- Calcular $347^{231} \pmod{35}$.

Ejercicio 4.

- Definir grupo y homomorfismo de grupos.
- Sea $\phi : G \rightarrow K$ un homomorfismo de grupos biyectivo. Probar que $\phi^{-1} : K \rightarrow G$ es homomorfismo de grupos.
- Probar que todo grupo cíclico G con $|G| = n < \infty$ es isomorfo a \mathbb{Z}_n .
- Sea G un grupo con $|G| = 4$.
 - Probar que G es abeliano.
 - Probar que G es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ o a \mathbb{Z}_4 .