

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL: Matemática Discreta 2

PRIMER PARCIAL - 25 DE ABRIL DE 2019. DURACIÓN: 3 HORAS

Nº de parcial	Apellido y Nombre	Cédula

Primera parte: Múltiple Opción

MO	
1	2

Ejercicio 1. Sea $0 \leq n < 104$ tal que $n \equiv 7^{4756} \pmod{104}$. Indicar cuál de las opciones es correcta:

- A. $n = 25$. B. $n = 1$. C. $n = 9$. D. $n = 7$.

Ejercicio 2. Sea $0 \leq m < 272$ tal que $m \equiv 40^{241} \pmod{272}$. Indicar cuál de las opciones es correcta:

- A. $m = 176$. B. $m = 40$. C. $m = 136$. D. $m = 160$.

Segunda parte: Desarrollo

Ejercicio 3.

a. Sean $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$.

- i) Probar que $\text{mcd}(a, b) = \min \{s > 0 : s = ax + by \text{ para algunos } x, y \in \mathbb{Z}\}$.
- ii) Enunciar la Identidad de Bezout.
- iii) Probar que $\text{mcd}(ca, cb) = c \text{mcd}(a, b)$.

(Cualquier resultado que utilicen en esta parte tienen que demostrarlo).

b. Hallar el inverso de 8 módulo 141 y el inverso de 16 módulo 141.

Ejercicio 4. Cierta producto se puede envasar en cajas de 50 o 52 unidades. Tenemos entre 1000 y 3000 unidades de ese producto. Sabemos que si las envasamos en cajas de 50 unidades nos quedan 27 afuera, y si las envasamos en cajas de 52 unidades nos faltan 3 para completar todas las cajas usadas.

- a. Modelar lo anterior como un sistema de dos congruencias.
- b. Usando la parte a, responder cuántas unidades tenemos.

Ejercicio 5. Demostrar que existen infinitos primos.