

**Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL: Matemática
Discreta 2, semipresencial**

PRIMER PARCIAL - 25 DE SETIEMBRE DE 2017. DURACIÓN: 3 HORAS

| Nº de parcial | Cédula | Apellido y nombre |
|---------------|--------|-------------------|
| | | |

Para cada pregunta o ejercicio, deben presentar claramente el razonamiento y cálculos realizados para obtener su respuesta final. Si una implicancia es válida debido a algún teorema, proposición o propiedad, deben especificarlo (nombre del teorema, lema, etc.) Presentar una respuesta final a la pregunta sin justificación carece de validez.

Ejercicio 1.

- a. Resolver el sistema

$$\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{11} \\ x \equiv 11 \pmod{16} \end{cases},$$

- b. Probar que si $\text{mcd}(a, n) = 1$ entonces a es invertible módulo n .
- c. Hallar el inverso de 7 módulo 11.
- d. Hallar $x \in \{0, 1, \dots, 10\}$ tal que $x \equiv 7^{139} \pmod{11}$.
- e. Hallar $x \in \{0, 1, \dots, 15\}$ tal que $x \equiv 3^{139} \pmod{16}$.
- f. Hallar todos los $x \in \mathbb{Z}$ tal que $x \equiv 51^{139} \pmod{176}$.

Ejercicio 2.

- a. Sean $0 \neq a, b \in \mathbb{Z}$, probar que $\text{mcd}(a, b) = \min\{c > 0 : c = ax + by \text{ con } x, y \in \mathbb{Z}\}$.
- b. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $\text{mcd}(a, b) = 1$.
- i) Probar que si p es un primo divisor común de $(a + 2b)$ y ab , entonces $p = 2$.
- ii) Hallar $\text{mcd}(a + 2b, ab)$ discutiendo según la paridad de a .

Ejercicio 3.

- a. Hallar todos $a, b \in \mathbb{N}$ tales que $\text{mcd}(a, b) = 12$, a tiene 15 divisores positivos y b tiene 12.
- b. Sea (p_n) la sucesión de los números primos, $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, etc. Probar que para todo $n > 1$ y todo $k = 1, \dots, n - 1$, se tiene que

$$p_1 p_2 \cdots p_k + p_{k+1} p_{k+2} \cdots p_n \geq p_{n+1}.$$