

Matemática Discreta 2

1er Parcial curso 2004

Mayo 2004

Nº Parcial =

Apellidos

Nombre

C.I.

- 1) a) Sean a' y b' dos enteros positivos primos entre sí. Probar que :
- i) a'^2 y b'^2 son primos entre sí.
 - ii) $a' + b'$ y $a'b'$ son primos entre sí
- b) Determinar las parejas de enteros positivos a, b tales que :
- $$5(a+b)^2 = 147\text{mcm}(a,b)$$
- Sug. :* Escribir $a = ca'$ y $b = cb'$ donde c es un número positivo bien conocido que depende de a y b . Relacionar con la parte anterior.
- 2) Sea a un divisor cualquiera de 360 y sea b un divisor cualquiera de 588.
- a) ¿Qué valores puede tomar $\text{mcd}(a,b)$?
 - b) Dar un ejemplo de parejas a, b con $a < b$ para cada una de las respuestas de la parte a)
- 3) a) Resolver el sistema de ecuaciones con congruencias:
- $$\begin{aligned} 4x - 5y &\equiv 13 \pmod{18}, \\ 3x + 2y &\equiv 8 \pmod{18}, \end{aligned}$$
- b) Hallar el resto de la división de 12^{1257} por 5
 - c) Calcular $11^{34} \pmod{12}$
- 4) En \mathbb{Z} se considera la operación \otimes definida por :
- $$a \otimes b = ab - 2(a+b) + 6$$
- a) Probar que la operación \otimes es conmutativa, asociativa y posee un elemento neutro que se hallará.
 - b) Hallar los elementos de \mathbb{Z} que tienen inverso por \otimes .
Deducir que (\mathbb{Z}, \otimes) no es un grupo.
- 5) Sean a y b dos elementos de un grupo G tales que :
- $$a \neq e, b \neq e, a^7 = e, b^3 = e, ab = ba^2$$
- a) Probar que G no es abeliano
 - b) Probar que $(ab)^2 = b^2a^6$
 - c) Probar que $(ab)^3 = e$

Nota general: Redactar con cuidado. La presentación y la justificación de los resultados forman parte de la calificación final.

Puntajes:

- 1) 9 : a) 4 : i) 2 ii) 2 b) 5
- 2) 6 : a) 3 b) 3
- 3) 11 : a) 7 b) 2 c) 2
- 4) 7 : a) 4 b) 3
- 5) 7 : a) 2 b) 3 c) 2