

EXAMEN - 5 DE AGOSTO DE 2020. DURACIÓN: 3 HORAS.

N° de examen	Cédula	Apellido y nombre

En todos los ejercicios deben justificar los resultados a los que lleguen.

Ejercicio 1.

- a. Probar que 2 es raíz primitiva módulo 131.
- b. Encontrar una raíz primitiva módulo $2 \cdot 131^2$.

Ejercicio 2. Hallar todas las soluciones del sistema de congruencias:

$$\begin{cases} x \equiv 82 & (\text{mód } 24) \\ x \equiv 64 & (\text{mód } 90) \\ x \equiv 34 & (\text{mód } 100) \end{cases}$$

.

Ejercicio 3.

- a. Definir la función φ de Euler.
- b. Enunciar y probar el Teorema de Euler.
- c. Calcular $347^{231} \pmod{35}$.

Ejercicio 4.

- a. Definir grupo y homomorfismo de grupos.
- b. Sea $\phi : G \rightarrow K$ un homomorfismo de grupos biyectivo. Probar que $\phi^{-1} : K \rightarrow G$ es homomorfismo de grupos.
- c. Probar que todo grupo cíclico G con $|G| = n < \infty$ es isomorfo a \mathbb{Z}_n .
- d. Sea G un grupo con $|G| = 4$.
 - i) Probar que G es abeliano.
 - ii) Probar que G es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ o a \mathbb{Z}_4 .