

Ejercicio ①: Sea \mathbb{R}^3 y $S \subset \mathbb{R}^3$ subespacio tal que ①

$$S = \{ (a, b, c) : a+b=0, b+c=0 \}.$$

Se considera $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que: $N(T) = S$,

$$T(1, 1, 0) = (-1, -1, 2) \quad \text{y} \quad T(1, 0, 1) = (1, 0, 0)$$

Calcular $T(1, -1, 0)$

$\pi_1) a+b=0 \leftarrow$ representa un plano que pasa por el origen

$\pi_2) b+c=0 \leftarrow$ representa un plano por el origen

$$\begin{cases} a+b=0 \rightarrow a=-b & (-b, b, -b) = b(-1, 1, -1) \\ b+c=0 \rightarrow c=-b \end{cases}$$

$$\text{Entonces } T(-1, 1, -1) = (0, 0, 0)$$

$$\{ (-1, 1, -1), (1, 1, 0), (1, 0, 1) \}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2 \neq 0$$

$$(1, -1, 0) = \alpha(-1, 1, -1) + \beta(1, 1, 0) + \gamma(1, 0, 1) \quad (2)$$

$$-\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$\alpha + \beta = -1$$

$$-\alpha + \gamma = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} -\alpha + \beta + \gamma = 1 \\ \alpha + \beta = -1 \\ -\alpha + \gamma = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \beta + \gamma = -1 \quad -\alpha = 2$$

$$\alpha = -2, \beta = 1, \gamma = -2$$

$$T(1, -1, 0) = -2T(-1, 1, -1) + T(1, 1, 0) - 2T(1, 0, 1)$$

Ejercicio (2) Considero \mathbb{R}^3 y \mathbb{R}^2 . Se tiene

$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ t.l. tal que

$$T(1, 1, 0) = (1, 2) \text{ y } T(0, 1, 1) = (0, 1)$$

Calcular $T(2, 3, 1)$

$$\text{Como } (2, 3, 1) = 2(1, 1, 0) + (0, 1, 1)$$

$$\text{entonces } T(2, 3, 1) = 2(1, 2) + (0, 1)$$

Obs: Con los datos queda determinado $T / [(1, 1, 0), (0, 1, 1)]$

Ejercicio: Sea $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que

③

$$T(1,1) = (1,0,0) \quad T(1,0) = (1,1,1) \quad \text{y} \quad T(0,1) = (2,3,4).$$

Calcular $T(1,2)$

Ese ejercicio está mal propuesto

Como $(1,1) = (1,0) + (0,1)$ entonces.

tendría que pasar que $T(1,1) = T(1,0) + T(0,1)$

y no lo es

Pero si $T(1,1) = (3,4,5)$ entonces

si está bien el ejercicio y

$$T(1,2) = T(1,0) + 2 \cdot T(0,1)$$

Ejercicio: Sea $T: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$ una t.l. (4)

tal que $T(1) = (1,0)$, $T(x) = (1,1)$, $T(x^2) = (0,0)$

Hallar $T(p) = T(ax^2 + bx + c)$

$$T(ax^2 + bx + c) = aTx^2 + bTx + cT1$$

$$= a(0,0) + b(1,1) + c(1,0) = (b,b) + (c,0) = (b+c, b)$$

Ejercicio 3(a) del práctico

$$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad T(1,1,-1) = (2,1,0), T(1,2,1) = (-1,2,3)$$

$$T(1,0,-3) = (0,0,1)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 - 3 \cdot 1 = 0$$

$$(1,2,1) = 2(1,1,-1) + (-1)(1,0,-3)$$

$$T(1,2,1) \neq 2T(1,1,-1) - 1T(1,0,-3)$$

\Rightarrow No existe t.l