Definición: Dos sistemas de ecuaciones son equivalentes si tienen la misma cantidad de incógnitas y el mismo conjunto solución.

$$I \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \qquad II \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$S = \{(1,2)\}$ $\qquad$ $S = \{(2,1)\}$

Estos sistemas no son equivalentes.

$$I) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \qquad II) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$I) \begin{cases} x + y = 1 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases} \qquad II) \begin{cases} x - y = 1 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$$

$F_2 \leftarrow F_2 + (-2)F_1$ $\qquad$ $F_2 \leftarrow F_2 - 2F_1$

- $x = 1 - y$ $\qquad$ $x = 1 + y$

$S_I = \{(1-y, y) : y \in \mathbb{R}\}$ $\qquad$ $S_2 = \{(1+y, y) : y \in \mathbb{R}\}$

I) no es equivalente con II

$$\# S_1 = \# S_2 = +\infty$$

Resolver: $\mathrm{I}\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

$$\mathrm{II}\begin{cases} x - y = 2 \\ 3y = -1 \end{cases} \rightarrow y = -1/3$$

$$x = 2 + y = 2 - 1/3 = 5/3$$

$$F_2 \leftarrow F_2 - F_1$$

Método de escalerización

Este método me permite pasar de un sistema de ecuaciones a otro que es equivalente pero más "simple"

Def: Operaciones elementales:

a) A una fila multiplicarla por un número diferente de 0

b) a una fila sumarle una combinación lineal de las restantes

Teorema: Si el sistema II se obtiene de I aplicando una cantidad finita de operaciones elementales entonces I y II son equivalentes

Resolver:

$$\mathrm{I}\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ -x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\mathrm{II}\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} & F_2 \leftarrow F_2 - \frac{1}{2}F_1 \\ \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}z = \frac{1}{2} & F_3 \leftarrow F_3 + \frac{1}{2}F_1 \end{cases}$$

$$\mathrm{III}\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} \\ \boxed{0y + 0z = -1} & F_3 \leftarrow F_3 - F_2 \end{cases}$$

Sistema incompatible

<u>Obs</u>: Claramente si el sistema II se obtiene del sistema I intercambiando filas tengo que I y II son equivalentes

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \sim \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 & \\ \quad -3y - z = -5 & F_2 \leftarrow F_2 - 2F_1 \\ \qquad -2z = -2 & F_3 \leftarrow F_3 - F_1 \end{cases}$$

$-2z = -2 \rightarrow \boxed{z = 1}$

$-3y - 1 = -5 \rightarrow -3y = -4 \quad \boxed{y = 4/3}$

$x + 4/3 + 1 = 3 \rightarrow x = \frac{9-4-3}{3} \quad \boxed{x = 2/3}$

$S = \{ (2/3, 4/3, 1) \}$

Sistema C.D