Sistemas de ecuaciones (lineales)

ec lineal : $2.x + y = 3$ → ecuación lineal

$5.x + 2.z = 2$ → " "

Ecuación → incógnitas , una expresión que relaciona las incógnitas.

$2x^2 + y = 3$ → No es una ecuación lineal

$3x^2 - x + 5 = 0$ " " " " "

$x - 5y = 0$ es una ecuación lineal.

$2x \cdot y + 3 = 0$ no es ecuación lineal.

Expresiones lineales : $a_1.x + a_2.y + \dots + a_n z = b$

$a_1, a_2, \dots a_n, b$ → números (en general reales)

Ejemplos de Sistema de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ 3y + 2z = 2 \\ x - y = 5 \end{cases}$

Un ejemplo de un sistema de ecuaciones de 3 ecuaciones y 3 incógnitas.

b) $x + 1 = 2 \rightarrow$ una ecuación y una incógnita

$x = 2 - 1 \rightarrow x = 1$ Solución es $\underline{x = 1}$

c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumé}} 2x = 3 \rightarrow \boxed{x = 3/2}$

$y = 1 - 3/2 \rightarrow \boxed{y = -1/2}$

c) $\begin{cases} x+y=1 \\ 0x+0y=0 \end{cases} \sim \{x+y=1$ $\quad \boxed{x=1-y}$

Este sistema tiene infinitos soluciones.

d) $\begin{cases} x+y=1 \\ 0x+0y=2 \end{cases}$ El conjunto solucion es vacío

---

Def: Llamamos sistema lineal de ecuaciones de m ecuaciones y n incógnitos a una expresión del tipo:

$$\left(\begin{array}{l} x_1, x_2, \ldots, x_n \rightarrow \text{incógnitas} \\ a_{11} \ldots a_{mn}, b_1, \ldots, b_m \rightarrow \text{coeficientes} \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Por ejemplo, un sistema de 2 ecuaciones y 3 incógnitas.
se representaría

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 = b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 = b_2 \end{cases}$$

<u>Objetivo</u>: Resolver sistemas de ecuaciones.

<u>Ejemplo</u>: <u>Resolver</u>:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \longrightarrow \text{2 ecuaciones y 2 incógnitas.}$$

<u>2 incógnitas</u> $\rightarrow$ pares ordenados

$$\begin{array}{r} x + y = 2 \\ + \quad -x + 3y = -1 \\ \hline 4y = 1 \end{array} \longrightarrow y = 1/4 \qquad x = 1 + 3 \cdot 1/4 = 7/4 \qquad \underline{(7/4, 1/4)}$$

$S = \{ (7/4, 1/4) \}$, o sea $\underline{\# S = 1}$

__Def__: Dado un sistema lineal de ecuación como (I), llamamos solución al conjunto $S = \{ (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{R}^n /$
$(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ satisfacen (I) $\}$

$\boxed{\text{Luego vamos a ver que las posibilidades para } S \text{ son: a) } S = \emptyset \text{, b) } \# S = 1 \text{, c) } \# S = +\infty}$

$\# S \to$ cantidad de elementos que tiene S

a) Sistema incompatible, b) Sistema compatible determinado
c) Sistema compatible indeterminado

Ejemplos:

a) $\begin{cases} 0x + 0y = 0 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases} \rightarrow \# S = +\infty$ $\quad S = \mathbb{R}^2$ (cualquier par ordenado)

Def: Decimos que dos sistemas de ecuaciones con el mismo número de incógnitas son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

1) $\{ 0.x = 0$ $\qquad$ 2) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 0x = 0 \end{cases}$

1) y 2) no equivalentes.

1) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$ $\qquad$ 2) $\begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ x = 7/2 \end{cases}$

S_1: $2x = 7 \rightarrow x = 7/2$
$y = 5 - 7/2 = 3/2$

S_2: $x = 7/2$, $y = \frac{10 - 7}{2} = 3/2$