

Propuesta de Tesis en Ingeniería Matemática

Identificación del proponente

- Nombre: Juan Pablo Borthagaray
- Último título obtenido: Doctor en Ciencias Matemáticas, Universidad de Buenos Aires
- Lugar de trabajo: Departamento de Matemática y Estadística del Litoral, Centro Universitario Regional Norte
- Área de trabajo: Análisis Numérico de Ecuaciones en Derivadas Parciales
- Información de contacto: jpborthagaray@unorte.edu.uy

Identificación de la propuesta de proyecto de tesis

- Título del proyecto: Modelado y simulación de cristales líquidos nemáticos
- Área temática del conocimiento de la propuesta:
- Resumen: (entre media y una carilla)

La de cristal líquido es una fase, que exhiben algunas sustancias, con propiedades entre las de un cristal sólido y un líquido. Más precisamente, si idealizamos las moléculas de un cristal líquido *nemático* como cilindros, entonces las posiciones de los centros de los mismos no tienen ninguna correlación espacial (tal como ocurre en un líquido), pero sí

existe una correlación entre las orientaciones de los cilindros (tal como ocurre en un sólido).

La buena respuesta de algunos cristales líquidos a estímulos eléctricos explican su abundante uso en la tecnología de hoy en día, principalmente en pantallas y sensores. Para el diseño y control de nuevos artefactos, es fundamental contar con modelos adecuados: que por un lado sean lo suficientemente ricos como para capturar fenómenos fundamentales y realizar predicciones precisas, y que por el otro lado sean lo suficientemente sencillos como para poder ser estudiados matemática y numéricamente. Esto último está relacionado con el desarrollo y estudio de métodos numéricos y la realización de experimentos computacionales.

Una de las características más sobresalientes de los cristales líquidos es su capacidad de formar configuraciones con *defectos*, esto es, discontinuidades en el campo de orientaciones. Existen varios modelos continuos para cristales líquidos nemáticos, entre los que se destacan los de Oseen-Frank, Ericksen, y Landau-deGennes.

Incluso en los contextos más simplificados (tales como problemas estáticos, con la llamada *aproximación a una constante*, en dominios con geometrías simples y sin la acción de ninguna fuerza externa), la discretización de estos modelos presenta desafíos importantes. Por ejemplo, uno puede tener que enfrentarse a sistemas de EDPs acopladas con restricciones altamente no lineales e incluso degeneradas (es decir, no uniformemente elípticas). Esto hace que la discretización de estos modelos sea un problema desafiante y con una intensa actividad en tiempo reciente.

En este proyecto de tesis se propone revisar distintos modelos y comparar métodos numéricos para los mismos. Se busca diseñar nuevas implementaciones robustas y capaces de capturar los comportamientos esenciales de las soluciones. Asimismo, si el perfil del estudiante lo permite, es de interés enriquecer los modelos acoplándolos, por ejemplo, a fluidos incompresibles.

- Bibliografía relevante

1. Bartels, S. (2010). Numerical analysis of a finite element scheme

for the approximation of harmonic maps into surfaces. *Mathematics of Computation* 79(271) 1263–1301.

2. Calderer, M., Golovaty, D., Lin, F., Liu, C. (2002). Time evolution of nematic liquid crystals with variable degree of orientation. *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 33(5) 1033–1047.
 3. De Gennes, P. G., Prost, J. (1993). *The physics of liquid crystals* (Vol. 83). Oxford university press.
 4. Nochetto, R. H., Walker, S. W., Zhang, W. (2017). A finite element method for nematic liquid crystals with variable degree of orientation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 55(3), 1357–1386.
 5. Virga, E. G. (1995). *Variational theories for liquid crystals* (Vol. 8). CRC Press.
 6. Wise, S. M., Wang, C., Lowengrub, J. S. (2009). An energy-stable and convergent finite-difference scheme for the phase field crystal equation. *SIAM Journal on Numerical Analysis* 47(3) 2269–2288.
- Perfil esperado del estudiante: El estudiante debe tener experiencia en programación. Asimismo, se espera que el estudiante posea conocimientos o bien de modelado o bien de ecuaciones en derivadas parciales.
 - Lugar y Fecha de la propuesta: Salto, 23 de diciembre de 2019.