

BIFURCACIONES DE ADICIÓN DE PERÍODO EN SISTEMAS DINÁMICOS CONTINUOS A TROZOS

Proponente

ELEONORA CATSIGERAS
Instituto de Matemática y Estadística “Rafael Laguardia” (IMERL)
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República
Correo electrónico: eleonora@fing.edu.uy

Área Temática

Sistemas Dinámicos
Neurodinámica

Perfil esperado del estudiante

- Egresado de las carreras de Ingeniería o de Licenciatura en Matemática.
- Haber realizado y aprobado curso introductorio en Ecuaciones Diferenciales (con nivel mínimo el del curso de Ecuaciones Diferenciales de la carreras de Ingeniería)
- (Recomendado pero no excluyente) Haber realizado, o realizar durante el inicio del trabajo de Tesis, alguna de las siguientes actividades:
 - Curso de Ecuaciones Diferenciales II, ó
 - Seminario o curso introductorio de Neurodinámica, ó
 - Curso introductorio en Sistemas Dinámicos

Resumen

Algunos modelos de redes neuronales abstractas deterministas explican el comportamiento dinámico de una cantidad finita de unidades dinámicas, no necesariamente iguales entre sí, pero acopladas mutuamente según cierto grafo dirigido de interacciones instantáneas [4] A tiempo continuo estos modelos se traducen en el flujo con discontinuidades, de un sistema de ecuaciones diferenciales llamadas “impulsivas” [12].

El mapa de retorno de las soluciones a una cierta sección de Poincaré, se define en los instantes en que se producen los impulsos. Estos están determinados en forma autónoma y determinista por el sistema. El mapa de retorno resulta ser una transformación discontinua en un espacio n -dimensional. Las discontinuidades se encuentran en la frontera topológica de una cantidad finita de piezas de continuidad, que son, en general, abiertos de \mathbb{R}^n . Si el sistema es disipativo se demuestra además que el mapa de retorno es contractivo en cada pieza de continuidad. Esto lleva al estudio de la dinámica de los mapas contractivos a trozos [2]

La teoría de sistemas dinámicos provee de resultados teóricos en su mayor parte bajo hipótesis de continuidad y diferenciabilidad, que no se verifican en los modelos que nos interesan, discontinuos y contractivos a trozos. Sin embargo, sobre todo en las últimas dos décadas, algunos de los resultados de la teoría de sistemas dinámicos continuos han sido generalizados o reformulados para sistemas con discontinuidades [1], [3], [5], [8], [10].

En particular, la aparición de las llamadas *bifurcaciones de adición de período* es exclusiva de los sistemas con discontinuidades no aisladas y aparecen en resultados experimentales sobre modelos matemáticos en Neurociencia y Física, pero aún no están caracterizadas matemáticamente.

Se pretende en esta tesis de maestría investigar en la literatura científica actual los resultados matemáticos existentes sobre las bifurcaciones de adición de período, relacionarlos entre sí, organizarlos y adaptarlos a un contexto unificado.

Además, y en la medida de lo posible, se aspira encontrar algunas condiciones matemáticas suficientes y/o necesarias, para la aparición de ese tipo de bifurcaciones.

Finalmente, se aspira investigar en la literatura, las relaciones entre los resultados teóricos matemáticos (existentes o a obtener), con posibles aplicaciones científicas a la Ingeniería Electrónica [9], la Ingeniería de Control [11], la Física, la Neurociencia y la Biología Genética [6], u otras ciencias.

Referencias

- [1] Brémont J (2006) Dynamics of injective quasi-contractions *Ergodic Theory and Dynamical Systems* **26** (1) 19-44
- [2] Catsigeras E and Budelli R (2011) Topological dynamics of generic piecewise contracting maps in n dimensions *International Journal of Pure and Applied Mathematics* **68** (1) 61-83
- [3] Catsigeras E, Guiraud P, Meyroneinc A, Ugalde E (2015) On the asymptotic properties of piecewise contracting maps *Dynamical Systems* doi: 10.1080/14689367.2015.1068274
- [4] Catsigeras E and Guiraud P (2013) Integrate and fire neural networks, piecewise contractive maps and limit cycles *Journal of Mathematical Biology* **67** (3) 609-655

- [5] Cessac B (2008) A discrete time neural network model with spiking neurons. Rigorous results on the spontaneous dynamics *Journal of Mathematical Biology* **56** (3) 311-345
- [6] Coutinho R, Fernandez B, Lima R and Meyroneinc A (2006) Discrete time piecewise affine models of genetic regulatory networks *Journal of Mathematical Biology* **52** (4) 524-570
- [7] Cros A, Morante A and Ugalde E (2008) Regulatory dynamics on random networks: asymptotic periodicity and modularity *Nonlinearity* **21** (3) 537-556
- [8] Gambaudo J-M and Tresser Ch (1988) On the dynamics of quasi-contractions *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society* **19** (1) 61-114
- [9] Gorreta S, Fernandez D, Blokhina E, Pons-Nin J, Jimenez V, O'Connell D, Feely O, Madrenas J and Dominguez M (2012) Pulsed digital oscillators for electrostatic MEMS *IEEE Transactions on Circuits and Systems I* **59** (12) 2835-2845
- [10] Nogueira A and Pires B (2014) Dynamics of piecewise contractions of the interval *Ergodic Theory and Dynamical Systems* Available on CJO 2014 doi:10.1017/etds.2014.16
- [11] Ramadge P J (1990) On the periodicity of symbolic observations of piecewise smooth discrete-time systems *IEEE Transactions on Automatic Control* **35** (7) 807-813
- [12] Stamov G T, Stamova I (2007) Almost periodic solutions for impulsive neural networks with delay *Applied Mathematical Modelling* **31** 1263-1270