

Maestría en Ingeniería Matemática

Propuesta de Tesis



Título de la propuesta

Denoising con modelos esparsos y restricciones de coherencia espacial

Identificación del proponente

- Ignacio Ramírez,
- Último título obtenido: PhD (Scientific Computation, University of Minnesota)
- Lugar de trabajo: Instituto de Ing. Eléctrica, Facultad de Ingeniería
- Área de trabajo: Procesamiento Estadístico de Señales
- Información de contacto: tel. 27110974 – cel. 098182068 – mail nacho@fing.edu.uy

Área Temática

Modelado estadístico de señales

Perfil esperado del estudiante

Se busca alguien con buena base matemática en temas como estadística, probabilidades, procesos estocásticos y optimización no lineal, y con interés en aplicaciones a dichas áreas de conocimiento a temas como el procesamiento de señales. Ejemplos de éstos son (sin un orden particular): egresados de las carreras de Ing. Eléctrica o Computación con buena formación en matemática, Licenciados en Estadística y Licenciados en Matemática.

Resumen

El método preponderante para eliminar ruido en imágenes, utilizado en virtualmente todos los métodos del estado del arte en este tema, involucra la descomposición de la imagen objetivo en pequeños parches, o *patches* en inglés, usualmente rectangulares, como se muestra en el garabato 1. Esto permite, entre otras cosas, explotar la regularidad existente en las imágenes naturales, como la repetición de patrones, que ayudan a eliminar el ruido.

Generalmente se extrae un patch para cada pixel de la imagen ruidosa; el resultado para una imagen de m filas por n columnas es un conjunto de $m \times n$ patches *solapados* ruidosos. A éstos patches se los *limpia* mediante algún método (hay miles, ver <http://www.ipol.im/> en la sección Denoising para demostraciones online de algunos de los más conocidos.), y luego se los recombina, usualmente promediando los patches en las intersecciones.

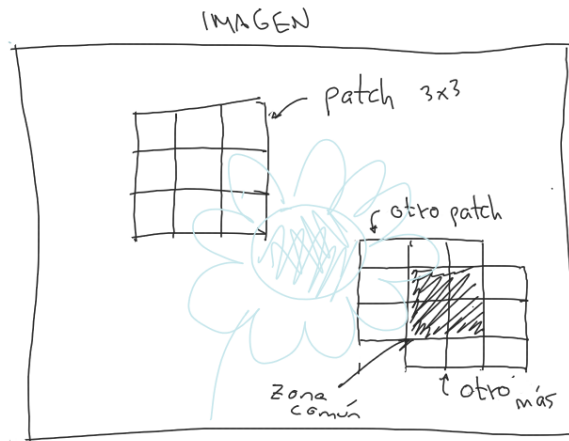


Figura 1: Imagen y patches

Es precisamente ese promediado, que suele suavizar excesivamente el resultado del denoising, el que se intenta evitar en esta propuesta. Lo que se propone en su lugar es imponer que los patches coincidan en las zonas de intersección con otros patches. En particular, se propone combinar esta idea con el método de denoising basado en modelos lineales *esparsos* [1]. En este caso se busca estimar el patch limpio \mathbf{x} con la solución $\hat{\mathbf{x}}$ de un problema de optimización,

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{D}\mathbf{a}, \mathbf{a} = \arg \min_{\mathbf{w}} \psi(\mathbf{w}) \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{z} - \mathbf{D}\mathbf{w}\|_2^2 \leq C\sigma^2, \quad (1)$$

donde \mathbf{D} es un *diccionario*, que puede pensarse como una base (Fourier, Wavelets, etc.) adecuada para representar patches. Decimos que el modelo es esparso cuando la función $\psi(\mathbf{w})$ es menor mientras menos elementos no nulos tenga \mathbf{w} .

La combinación del problema (1) a resolver en cada patch, con la restricción de igualdad en las zonas comunes, da lugar a un problema de optimización convexo pero no trivial de resolver de manera eficiente. Sólo recientemente han aparecido métodos capaces de lidiar eficientemente con restricciones del tipo anteriormente mencionadas [2].

En resumen, la idea del proyecto es estudiar el problema anterior (y variantes que pudieran resultar interesantes), formularlo como un problema de optimización, y resolverlo numéricamente mediante técnicas como la anteriormente mencionada.

Referencias

- [1] A. Bruckstein, D. Donoho, and M. Elad. From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images. *SIAM Review*, 51(1):34–81, Feb. 2009.
- [2] W. Dei, M.-J. Lai, Z. Peng, and W. Ming. Parallel multi-block ADMM with $o(1/k)$ convergence. Technical report, arXiv, 2014. <http://arxiv.org/abs/1312.3040>.