ALGEBRA LINEAL NUMÉRICA

Curso Optativo Avanzado de la Licenciatura de Matemática, Facultad de Ciencias. Segundo semestre de 2016

Docentes

Diego Armentano (CMAT), Mauricio Velasco (CURE)

Descripción

El álgebra lineal numérica es una de las áreas de la matemática con mayor impacto en otras ciencias, y en particular en el mundo del desarrollo científicotecnológico. Más allá de las aplicaciones, el álgebra lineal numérica se ha transformado en un área fundamental de estudio en matemática. Además, es un área sumamente elegante e interesante debido a estar cargada de buenas y potentes ideas, las cuales difícilmente puedan abordarse en los cursos básicos de álgebra lineal. Aunque el título no lo sugiera, en realidad, el curso álgebra lineal numérica es un curso de análisis funcional con énfasis en ideas algorítmicas.

Durante el curso se realizarán varias actividades prácticas en el lenguaje de programación científica Julia (www.julialang.org). Para tal fin al inicio del curso se realizará un mini-curso para utilizar este lenguaje. (No se requiere conocimientos previos de programación.)

Público objetivo

El curso está dirigido a estudiantes de la Licenciatura en Matemática, pero puede ser de suma utilidad para estudiantes de cualquier carrera científica, tecnológica y de ingeniería, en particular aquellos interesados en aplicaciones de la matemática. El curso también servirá para estudiantes de Maestría en Ingeniería Matemática realizando una evaluación alternativa.

Conocimientos previos recomendados

Álgebra Lineal 1, Álgebra Lineal 2.

Temas del Curso

Fundamentos y repaso de álgebra lineal; descomposición QR; estabilidad y condicionamiento; sistemas de ecuaciones; valores propios; métodos iterativos. (Abajo se encuentra un programa detallado.)

Lugar, Horarios y Créditos

El curso se dictará en el piso 14 del CMAT y los horarios están a confirmarse. Los créditos del curso son 12.

Evaluación

Para la aprobación de la materia se necesita realizar los siguientes items:

- proyecto en Julia donde se apliquen algunos de los contenidos del curso; 1
- examen práctico y oral.

Para los estudiantes que quieran validar los créditos para la Maestría en Ingeniería Matemática les solicitaremos además que realicen una monografía donde apliquen contenidos del curso a ciertos problemas, realizando implementaciones en Julia, para luego realizar una defensa de la misma.

Reunión inicial

Lunes 15 de Agosto | 15:30hs | salón del piso 14 del CMAT

Aquellos estudiantes que estén interesados por favor, enviar un email manifestando su interés a:

diegoax@gmail.com | mauvelasco@gmail.com.

Programa detallado del Curso

- 1. Fundamentos y repaso de álgebra lineal
 - (a) Multiplicación de matrices.
 - (b) Vectores y matrices ortogonales
 - (c) Normas
 - (d) Descomposición en valores singulares
- 2. Descomposición QR
 - (a) Proyecciones
 - (b) Descomposición QR
 - (c) Ortogonalización de Gram-Schmidt
 - (d) Triangulación Householder

¹Los proyectos serán definidos durante el curso. A modo de ejemplo pueden ser aplicaciones sobre procesamiento de imágenes, balística, señales de audio, machine learning, teoría de control, reconocimiento de patrones, etc.

- (e) Problema de mínimos cuadrados
- 3. Estabilidad y condicionamiento
 - (a) Número de condición
 - (b) Aritmética del punto flotante
 - (c) Estabilidad
 - (d) Estabilidad de triangulación Householder y sustitución backward
 - (e) Condicionamiento y estabilidad de problema de mínimos cuadrados
- 4. Sistemas de ecuaciones
 - (a) Eliminación gaussiana
 - (b) Pivoting
 - (c) Estabilidad de eliminación gaussiana
 - (d) Descomposición Cholesky
- 5. Valores propios
 - (a) Problema de valores propios
 - (b) Panorama sobre algoritmos utilizados
 - (c) Reducción a forma tridiagonal de Hessenberg
 - (d) Cocientes de Rayleigh, iteración inversa
 - (e) Algoritmo QR sin, y con, shifts
 - (f) Otros algoritmos
 - (g) Cálculo de SVD
- 6. Métodos iterativos
 - (a) Panorama sobre métodos iterativos
 - (b) Iteración de Arnoldi
 - (c) Cómo Arnoldi localiza valores propios
 - (d) Residuos mínimos generalizados
 - (e) La iteración de Lanczos
 - (f) De Lanczos a cuadratura de Gauss
 - (g) Gradientes conjugados
 - (h) Métodos de bi-ortogonalización
 - (i) Precondicionamiento

Bibliografía

- L. Trefethen, D. Bau: *Numerical linear algebra*, SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics; null edition (1997).
- J. Demmel: *Applied numerical linear algebra*, ,SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics; null edition (1997).
- J-P Dedieu, L. Amodei: Analyse numérique matricielle, Dunod, Science Sup, (2008).

El curso seguirá de cerca el libro de Trefethen-Bau