

## **A.N.E.P.**

### **CONSEJO DE EDUCACIÓN TÉCNICO PROFESIONAL**

#### **EDUCACIÓN MEDIA TECNOLÓGICA**

**EN:**

- **CONSTRUCCIÓN**
- **ELECTRO-ELECTRÓNICA**
- **ELECTROMECAÁNICA**
- **ELECTROMECAÁNICA AUTOMOTRIZ**
- **INFORMÁTICA**
- **QUÍMICA BÁSICA E INDUSTRIAL**
- **TERMODINAMICA (FRÍO/CALOR)**

#### **MATEMÁTICA OPTATIVA**

**Segundo año (4 horas semanales)**

#### **Plan 2004**

## **Fundamentación:**

Este curso de carácter opcional busca profundizar y completar la formación matemática que el alumno ha alcanzado en el primer año del bachillerato tecnológico y estará alcanzando durante este segundo año en el curso obligatorio.

Se parte del supuesto que los alumnos que han elegido este curso, están motivados a ampliar su bagaje matemático para poder integrarse más fácilmente a los cursos de matemática y de física de nivel universitario.

En este curso se profundizarán conceptos ya utilizados por el alumno, presentándolos dentro de una teoría lógicamente planteada y deductivamente justificada. Además se ampliarán conocimientos a otros temas no desarrollados en los cursos obligatorios, que por razones de indisponibilidad de tiempo o de oportunidad no fueron incluidos en los programas respectivos.

## **Objetivos:**

La educación matemática que se espera que todo egresado de los cursos optativos haya adquirido, le posibilitará:

- Comprender el carácter formal de la ciencia matemática que la distingue de las ciencias fácticas.
- Comprender y utilizar el vocabulario y la notación del lenguaje matemático.
- Elaborar definiciones, deducir, demostrar e interpretar teoremas.
- Desarrollar capacidad crítica que le permita juzgar la validez de razonamientos y resultados.
- Desarrollar y poner en práctica su capacidad de análisis ante una situación problemática y razonar convenientemente, seleccionando los modelos y estrategias en función de la situación planteada.
- Reconocer la dedicación y el trabajo disciplinado como necesario para un quehacer matemático productivo.

## **UNIDAD 1:      Conteo y Probabilidad**

### **Contenidos:**

- ✓ Arreglos, permutaciones y combinaciones (simples y con repetición).
- ✓ Combinaciones complementarias.
- ✓ Teorema de Stieffel.
- ✓ Fórmula de Newton. Triángulo de Pascal.
- ✓ Probabilidad según Laplace.
- ✓ Propiedades de la probabilidad.
- ✓ Probabilidad condicional. Independencia de sucesos.

### **Competencias específicas:**

- Definir arreglos, permutaciones y combinaciones.
- Deducir las fórmulas del número de arreglos, permutaciones y combinaciones

- Definir combinaciones complementarias y demostrar su propiedad fundamental.
- Conocer el enunciado y la demostración del teorema de Stieffel.
- Conocer la fórmula del binomio de Newton y el triángulo de Pascal.
- Definir espacio muestral, suceso y probabilidad según Laplace.
- Conocer y demostrar las propiedades de la probabilidad.
- Definir probabilidad condicional y aplicarla en la resolución de problemas
- Definir sucesos independientes.

## **UNIDAD 2: Divisibilidad en $\mathbb{N}$ .**

### **Contenidos:**

- ✓ División entera
- ✓ Divisores y múltiplos. Propiedades.
- ✓ M.C.D.(a , b) y m.c.m.(a , b)
- ✓ Algoritmo de Euclides.
- ✓ Teorema de Euclides.
- ✓ Números primos.

### **Competencias específicas:**

- Definir división entera.
- Enunciar y demostrar el teorema de existencia y unicidad del cociente y el resto de la división entera.
- Definir divisor y múltiplo de un número, conjunto de divisores y múltiplos comunes de dos números, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.
- Conocer y aplicar las propiedades de los divisores y los múltiplos en la resolución de problemas de divisibilidad.
- Aplicar el algoritmo de Euclides.
- Enunciar y demostrar el teorema de Euclides.
- Enunciar y demostrar el teorema:  $m.D = a.b$
- Definir número primo y conocer el teorema de existencia y unicidad de la descomposición en producto de factores primos.
- Conocer la fórmula del número de divisores de un número.

## **UNIDAD 3: Número real y número complejo.**

### **Contenidos:**

- ✓ Número real: operaciones, estructura algebraica; orden; completitud.
- ✓ Valor absoluto. Propiedades. Operaciones.
- ✓ Número complejo: definición y representaciones cartesiana, binómica, polar y trigonométrica.
- ✓ Operaciones en  $\mathbb{C}$ : suma, producto y potencia.
- ✓ Resolución de ecuaciones en  $\mathbb{C}$ .

### **Competencias específicas:**

- Conocer y clasificar el número real.
- Conocer las operaciones y las propiedades de cuerpo en  $\mathbb{R}$ .
- Conocer la relación de orden en  $\mathbb{R}$  y sus propiedades.
- Enunciar el axioma de completitud en  $\mathbb{R}$ .
- Conocer la definición de valor absoluto y sus propiedades.
- Aplicar el valor absoluto en la resolución de problemas.
- Conocer la definición y las distintas representaciones de los números complejos.
- Utilizar las operaciones en  $\mathbb{C}$  en la resolución de problemas.
- Resolver ecuaciones de segundo grado en  $\mathbb{C}$ .
- Resolver en  $\mathbb{C}$  ecuaciones de la forma:  $x^n - a^n = 0$  ;  $x^n + a^n = 0$  y representar gráficamente sus soluciones en el plano complejo.

## **UNIDAD 4: Polinomios**

### **Contenidos:**

- ✓ Definición de polinomio. Grado. Operaciones: suma y multiplicación.
- ✓ División. Teorema de existencia. División por  $x - a$ .
- ✓ Teorema de descomposición factorial.
- ✓ Enunciado del teorema fundamental del álgebra y sus aplicaciones.
- ✓ Relaciones entre coeficientes y raíces.
- ✓ Teorema de la raíz racional.
- ✓ Teorema fundamental de identidad de polinomios. Método de los coeficientes indeterminados.

### **Competencias específicas:**

- Enunciar y demostrar el teorema de descomposición factorial.
- Enunciar el teorema fundamental del álgebra.
- Conocer el teorema de las raíces complejas conjugadas en un polinomio de coeficientes reales.
- Conjeturar sobre el número de raíces reales de un polinomio de coeficientes reales.
- Deducir las relaciones entre los coeficientes y las raíces.
- Enunciar y demostrar el teorema de la raíz racional.
- Enunciar y demostrar el teorema de identidad de polinomios.
- Aplicar la teoría a la resolución de problemas.

## **UNIDAD 5: Ecuaciones, inecuaciones, sistemas.**

### **Contenidos:**

- ✓ Definición de ecuación y de conjunto solución de la misma. Ecuaciones equivalentes.
- ✓ Teoremas de transformaciones de ecuaciones.
- ✓ Aplicación a la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado.

- ✓ Ecuaciones que se reducen a una de segundo grado mediante un cambio de variable.
- ✓ Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- ✓ Definición de inecuación y de conjunto solución de la misma. Inecuaciones equivalentes.
- ✓ Teoremas de transformación de inecuaciones.
- ✓ Inecuaciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas.
- ✓ Sistemas de ecuaciones. Sistemas equivalentes.
- ✓ Teorema fundamental de transformación de sistemas.
- ✓ Sistemas lineales: resolución y discusión

### **Competencias específicas:**

- Enunciar y demostrar los teoremas de transformación de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- Aplicar los teoremas a la resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas.
- Resolver ecuaciones bicuadradas, simétricas de cuarto y quinto grado, hemisimétricas.
- Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Estudiar el signo de un polinomio y aplicarlo en la resolución de inecuaciones.
- Resolver inecuaciones logarítmicas.
- Resolver y discutir sistemas de ecuaciones.

## **UNIDAD 6: Funciones trigonométricas**

### **Contenidos:**

- ✓ Líneas trigonométricas de  $\frac{\pi}{2}-x$ ,  $\frac{\pi}{2}+x$ ,  $\pi-x$ ,  $\pi+x$  y  $-x$  en función de las de  $x$ .
- ✓ Líneas trigonométricas de suma y diferencia de arcos.
- ✓ Líneas trigonométricas de arcos dobles, triples. Aplicación de la fórmula de De Moivre
- ✓ Fórmulas de factorio.
- ✓ Ecuaciones trigonométricas.

### **Competencias específicas:**

- Enunciar y demostrar los teoremas de transformación de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- Expresar las líneas trigonométricas de  $\frac{\pi}{2}-x$ ,  $\frac{\pi}{2}+x$ ,  $\pi-x$ ,  $\pi+x$  y  $-x$  en función de las de  $x$ .
- Deducir las líneas trigonométricas para suma y diferencia de arcos.
- Aplicar la fórmula de De Moivre para deducir las líneas trigonométricas de arcos dobles y triples.
- Deducir las fórmulas de factorio.
- Resolver ecuaciones trigonométricas.

## **Metodología:**

Si bien el carácter de este curso es propedéutico y se hace imprescindible que los estudiantes manejen hábilmente todos los elementos del modelo matemático desarrollado: definiciones, enunciado de propiedades o teoremas, sus respectivas demostraciones, además de la aplicación adecuada y exitosa de procedimientos o rutinas en la resolución de situaciones problemáticas; la metodología a seleccionar debe tender a facilitar el trabajo autónomo de los alumnos, potenciando las técnicas de indagación e investigación. Por ejemplo: ¿qué pasaría con la validez de un teorema si se quita una hipótesis o se sustituye por otra?; si el teorema siguiera teniendo validez, la condición agregada ¿es más “fuerte” o más “débil” que la inicial?; ¿cuándo una condición es necesaria pero no suficiente?, ¿cuándo es suficiente pero no necesaria?, ¿cuándo es necesaria y suficiente?.

Además se debe estimular la responsabilidad en su aprendizaje, debe asumir su protagonismo, siendo capaz de estudiar por sí mismo en forma individual o grupal.

Es importante estimular el trabajo en equipo, tanto para la resolución de los ejercicios o problemas como para el desarrollo de la teoría. Se podrá proponer a los estudiantes que realicen en forma grupal, monografías de alguno de los temas del curso; para su elaboración se recomendará la bibliografía adecuada. Luego de entregada y corregida, el equipo que la elaboró deberá hacer su presentación frente a la clase. A su vez, esta presentación se convertirá en el vehículo mediante el cual el resto de los compañeros se acercarán a dicha temática.

## **Evaluación:**

La finalidad de estos cursos optativos es una formación matemática preuniversitaria rigurosa, para ello nuestros alumnos deberán transitar por todos los contenidos conceptuales y procedimentales incluidos en sus programas.

El curso será evaluado a programa completo en un examen final, este consistirá de dos pruebas, una que pretenderá evaluar el nivel de adquisición de conocimientos teóricos de los alumnos y a la otra el nivel de adquisición de conocimientos prácticos, ambas instancias regidas por lo establecido en el Anexo correspondiente al Reglamento de Evaluación de los Módulos Opcionales.

## **Bibliografía:**

- Introducción al Análisis Matemático. Luis Osín.
- Matemática para Quinto Año. Carlos Infantozzi.
- Ejercicios de Matemática “A” para Quinto Año. Cecilia Calvo y otras.
- Ejercicios de divisibilidad. Eduardo Giovaninni.
- Ejercicios de número natural. Eduardo Giovaninni.