

Asignatura: Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales Estocásticas

(Si el nombre contiene siglas deberán ser aclaradas)

Profesor de la asignatura 1 :

Dr. Ing. Raúl Tempone – Associate Professor of Applied Mathematics, Division of Mathematics & Computational Sciences & Engineering (MCSE) - King Abdullah University of Science and Technology (KAUST) – Kingdom of Saudi Arabia (KSA)

(título, nombre, grado o cargo, Instituto o Institución)

Profesor Responsable Local 1 : Prof. Dr. Ernesto Mordecki, Gr. 5, Centro de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad de la República

(título, nombre, grado, Instituto)

Otros docentes de la Facultad:

(título, nombre, grado, Instituto)

Docentes fuera de Facultad:

Dr. Erik von Schwerin – Postdoctoral Fellow, MCSE, KAUST, KSA

Ph.D. Candidate Álvaro Moraes - Teaching Assistant, MCSE, KAUST, KSA

Ph.D. Candidate Hakon Hoel - Teaching Assistant, CSC, Royal institute of Technology, Stockholm, Sweden

M.Sc. Student Ing. Abdul Lateef Haji Ali – Teaching Assistant, MCSE, KAUST, KSA

(título, nombre, cargo, Institución, país)

Instituto ó Unidad: Instituto de Matemática y Estadística “Prof. Ing. Rafael Laguardia”

Departamento ó Area: Ingeniería Matemática

1 Agregar CV si el curso se dicta por primera vez.

(Si el profesor de la asignatura no es docente de la Facultad se deberá designar un responsable local)

Fecha de inicio y finalización: Julio-Agosto 2012

Horario y Salón: a determinar

Horas Presenciales: 45

(se deberán discriminar las mismas en el ítem Metodología de enseñanza)

Nº de Créditos: 10

(de acuerdo a la definición de la UdelaR, un crédito equivale a 15 horas de dedicación del estudiante según se detalla en el ítem metodología de la enseñanza)

Público objetivo y Cupos: Estudiantes de posgrado y estudiantes avanzados de grado en: Ingeniería, Matemática y Estadística. Cupo máximo: 25 estudiantes.

(si corresponde, se indicará el número de plazas, mínimo y máximo y los criterios de selección. Asimismo, se adjuntará en nota aparte los fundamentos de los cupos propuestos. Si no existe indicación particular para el cupo máximo, el criterio general será el orden de inscripción en el Depto. de Posgrado, hasta completar el cupo asignado)

El curso está diseñado para una alta interacción entre estudiantes y docentes. En particular, para la realización de los proyectos finales de cada grupo, que a lo sumo será conformado por dos integrantes, se llevará a cabo el seguimiento de cada grupo mediante reuniones que tendrán una periodicidad por lo menos semanal durante todo el mes de agosto.

Por todo lo anterior el número óptimo de alumnos es 16, pero con cierto esfuerzo se puede elevar a 25.

Objetivos:

El objetivo de este curso es proporcionar los conocimientos básicos sobre las ecuaciones diferenciales estocásticas y su solución numérica, de utilidad para la modelación científica y en ingeniería, guiados por

algunos problemas en las aplicaciones de la matemática financiera, ciencia de los materiales, los problemas de geofísica de flujo, difusión turbulenta, teoría de control y los métodos de Monte Carlo.

Se discutirán cuestiones básicas para resolver las ecuaciones diferenciales estocásticas, por ejemplo, para determinar el precio de una opción, ¿es más eficiente resolver la ecuación en derivadas parciales determinista de Black y Scholes o utilizar un método de Monte Carlo basado en una representación estocástica?

El curso tratará la teoría básica de las ecuaciones diferenciales estocásticas, incluyendo aproximación débil y fuerte, métodos numéricos eficientes y estimaciones del error, la relación entre las ecuaciones diferenciales estocásticas y las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, la reducción de la varianza, etc.

Al finalizar el curso el estudiante deberá ser capaz de

- formular las propiedades básicas del proceso de Wiener;
- definir la integral de Itô;
- aplicar la fórmula de Itô para el cálculo de las diferenciales estocásticas;
- discretizar ecuaciones diferenciales estocásticas (SDEs) y comprobar propiedades de aproximación de los métodos;
- implementar el método Monte Carlo aplicado a SDEs;
- aplicar técnicas de reducción de varianza, incluyendo el recientemente desarrollado método Monte Carlo multinivel;
- formular las ecuaciones forward y backward de Kolmogorov para una determinada SDE;
- controlar los errores procedentes de la aplicación de un método Monte Carlo para la discretización de SDEs.

Conocimientos previos exigidos:

Cursos básicos de cálculo, probabilidad y análisis numérico. Se asume experiencia en programación científica y en el uso de sistemas operativos UNIX/Linux/Windows.

Conocimientos previos recomendados:

La tarea a realizarse mediante la aplicación de la programación científica constituyen una parte muy importante del curso. Algunas tareas requerirán el uso de MATLAB (o software equivalente).

Metodología de enseñanza:

(comprende una descripción de las horas dedicadas por el estudiante a la asignatura y su distribución en horas presenciales -de clase práctica, teórico, laboratorio, consulta, etc.- y no presenciales de trabajo personal del estudiante)

- ε Horas clase (teórico): 24
- ε Horas clase (práctico): 6
- ε Horas clase (laboratorio):
- ε Horas consulta: 8
- ε Horas evaluación: 8
- o Subtotal horas presenciales: 46
- ε Horas estudio: 40
- ε Horas resolución ejercicios/prácticos: 40
- ε Horas proyecto final/monografía: 30
- o Total de horas de dedicación del estudiante: 156

Desglose de la carga horaria por mes:

* Durante el mes de Julio:

2 sesiones de 3 horas c/u por semana, mas una tercera de presentación (1.5 horas cada una) de ejercicios semanales.

Se estima que durante el mes de JÚLIO, el estudiante tendrá una carga de trabajo domiciliario de aproximadamente 10 horas por semana.

* Durante el mes de Agosto:

seguimiento de proyectos, por lo menos una reunión semanal con cada grupo.

Estas reuniones tendrían el siguiente formato:

Reunión 1: propuesta de tema y alcance con revisión de literatura

Reunión 2: avance de métodos

Reunión 3: avance de métodos con resultados numéricos

Reunión 4: muestra preliminar de presentación del proyecto

Se estima que durante el mes de AGOSTO, el estudiante tendrá una carga de trabajo domiciliario de aproximadamente 15 horas por semana.

Forma de evaluación:

El curso se evaluará en base a los ejercicios entregados, presentaciones orales y los proyectos finales. No hay examen final.

Temario:

- El proceso de Wiener
- La integral de Itô
- La fórmula de Itô
- Las ecuaciones diferenciales estocásticas (SDEs). Aplicaciones de la fórmula de Itô.
- Sistemas de SDEs.
- La ecuación backward de Kolmogorov.
- El problema de la valoración de opciones. La ecuación forward de Kolmogorov o ecuación de Fokker-Planck.
- El método Monte Carlo. Aproximación del error en el método Monte Carlo. El teorema de Berry-Essén, el desarrollo de Edgeworth. El método Monte Carlo adaptativo. La reducción de la varianza para el método Monte Carlo.
- La aproximación débil de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs). La noción de adaptabilidad y densidad del error. Representación del error, error local y aproximación dual con pesos.
- Adaptabilidad y control del error para ODEs.
- Puentes Brownianos. Representación de SDEs mediante cambios de tiempo aleatorios. Estimación débil del error y control del error en el esquema de Euler-Maruyama para SDEs.

Bibliografía:

(título del libro-nombre del autor-editorial-ISBN-fecha de edición)

- "Stochastic and Partial Differential Equations with Adapted Numerics", Raúl Tempone, et al. Notas del curso. 2012.
- "Numerical Solution of Stochastic Differential Equations", Peter E. Kloeden y Eckhard Platen, Springer, ISBN: 3-540-54062-8, 3rd corr. printing, 1999.
- "Stochastic Numerics for Mathematical Physics", Grigori N. Milstein y Michael V. Tretyakov, Springer, ISBN: 3-540-21110-1, 2004.
- "Stochastic Differential Equations. An Introduction with Applications", Bernt Øksendal, Springer, ISBN: 3-540-04758-2, 6th edition, 5th corr. printing, 2010.

FUNDAMENTACIÓN CUPO:

El curso está diseñado para una alta interacción entre estudiantes y docentes. En particular, para la realización de los proyectos finales de cada grupo, que a lo sumo será conformado por dos integrantes, se llevará a cabo el seguimiento de cada grupo mediante reuniones que tendrán una periodicidad por lo menos semanal durante todo el mes de agosto.

Por todo lo anterior el número óptimo de alumnos es 16, pero con cierto esfuerzo se puede elevar a 25.