# TEORÍA DEL DAÑO CONCENTRADO: APLICACIÓN A ESTRUCTURAS METÁLICAS

Yongtao Bai<sup>1</sup>, Nestor Guerrero<sup>2,3</sup>, Pether Inglessis<sup>2</sup>, Masahiro Kurata<sup>1</sup>, Ricardo Picón<sup>3</sup>, María Eugenia Marante<sup>3</sup>, Julio Flórez-López<sup>2,4</sup> e Masayoshi Nakashima<sup>1</sup>

1 Division of Seismic Resistant Structures, Disaster Prevention Research Institute (DPRI), Kyoto University, Japan

2 Departamento de Estructuras, Universidad de Los Andes, Venezuela

3 Departamento de Estructuras, Universidad Centrooccidental Lisandro Alvarado, Venezuela

4 Departamento da Engenharia de Estruturas, EESC, USP, Brasil

#### Agradecimientos:

Profesor Alfredo Canelas, Universidad de la República Profesor Sergio P.B. Proença, Universidad de São Paulo

Modelado del pandeo local

Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Observaciones finales

Computers & Structures
Latin American Journal of Solids and Structures
Engineering Structures
Steel and Composite Structure
Journal of Constructional Steel Research
Journal of Structural Engineering ASCE

Modelado del pandeo local

Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje











#### Modelado del pandeo local

Conceptos fundamentales de teoría del daño continuo

Modelado del pandeo local bajo solicitaciones monotónicas

Modelado del pandeo local bajo cargas cíclicas

Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

#### Modelado del pandeo local

Conceptos fundamentales de teoría del daño continuo

Modelado del pandeo local bajo solicitaciones monotónicas

Modelado del pandeo local bajo cargas cíclicas

Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

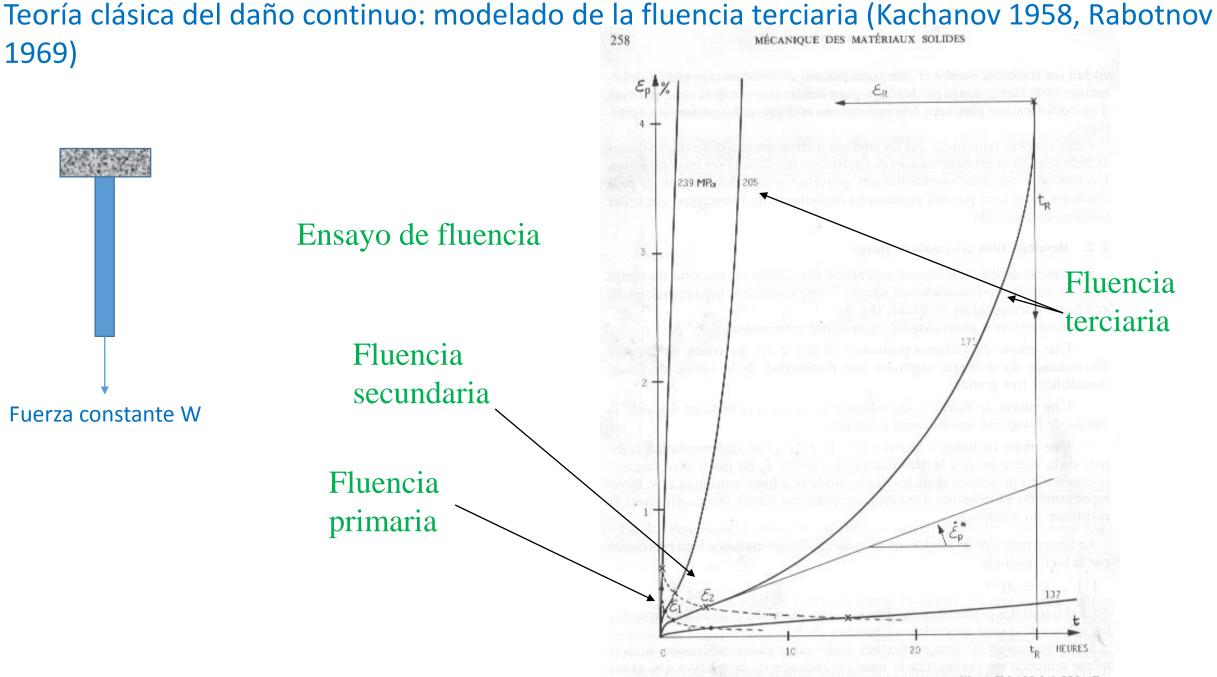
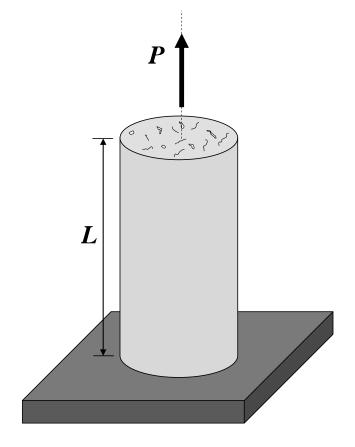
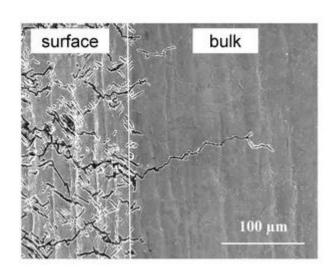


Fig. 3. Essais de fluage à différentes contraintes. Superalliage IN 100 à 1 000 °C.

## Variable de daño:

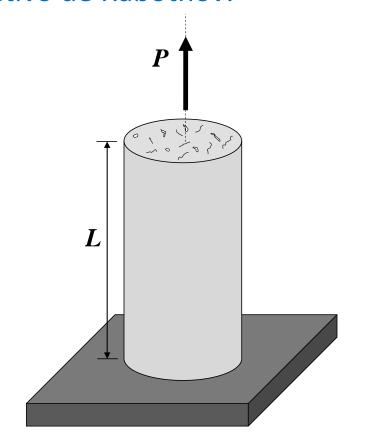




## Área de micro defectos

$$\omega = \frac{A_d}{A} \qquad \qquad 0 \leq \omega \leq 1$$
   
 Área total

## Esfuerzo efectivo de Rabotnov:



$$\overline{\sigma} = \frac{P}{A - A_d} \qquad \omega = \frac{A_d}{A}$$

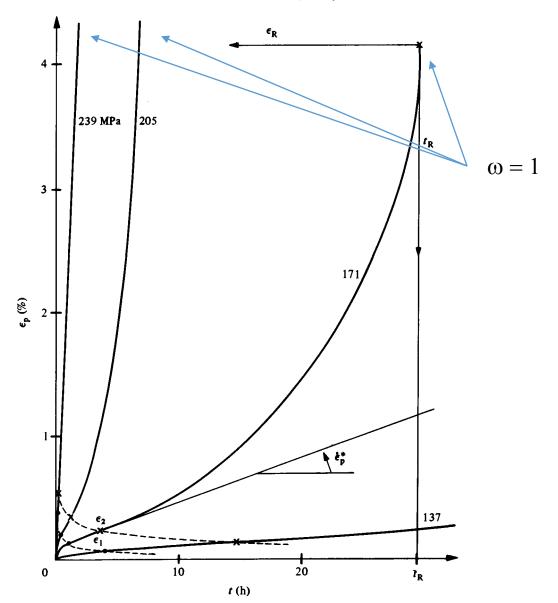
$$\omega = \frac{A_d}{A}$$

$$\overline{\sigma} = \frac{P}{A - A_d} = \frac{P}{A - \omega A}$$
  $\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - \omega}$ 

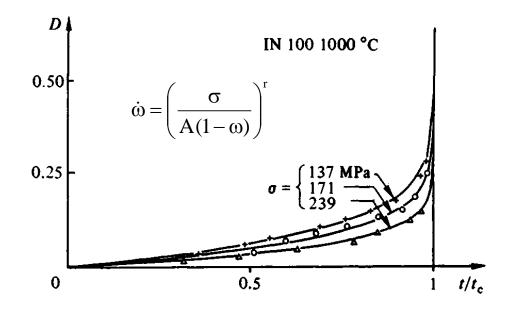
$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{1-\omega}$$

# Teoría clásica del daño continuo: modelado de la fluencia terciaria (Kachanov 1958, Rabotnov 1969)

Creep tests at different stress levels: IN 100 superalloy at 1000 °C.



Creep damage evolution for the alloys IN 100 and AU2GN.



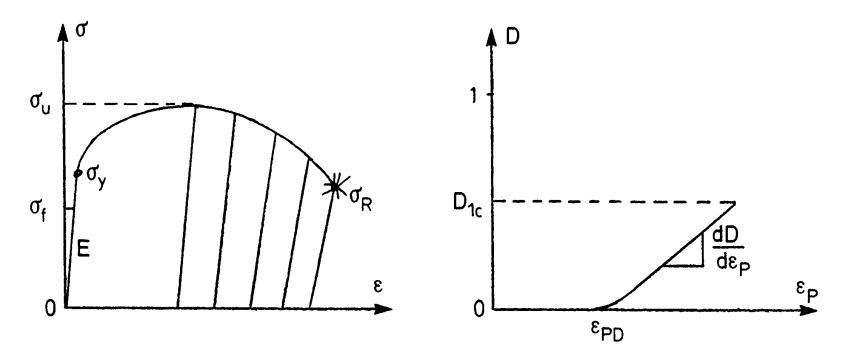


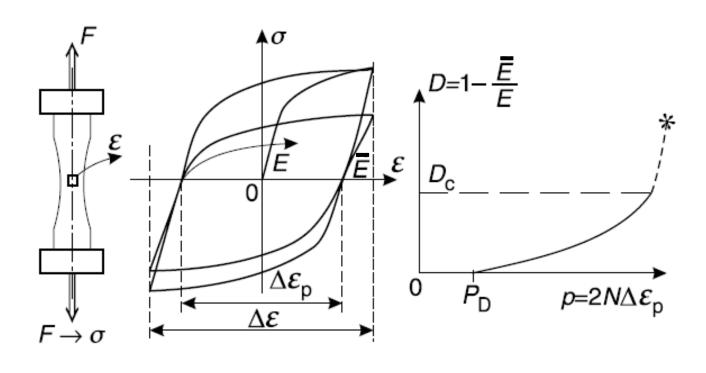
Fig. 3.4. Identification of damage coefficients

## Hipótesis de equivalencia en deformación

	Material intacto	Material dañado	
Ley de elasticidad	$\sigma$ = $E \varepsilon$	$\overline{\sigma}=Earepsilon$	$\sigma = (1 - \omega)E\varepsilon$
Ley de elasticidad material dúctil	$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^p)$	$\overline{\sigma} = E(\varepsilon - \varepsilon^p)$	$\sigma = (1 - \omega)E(\varepsilon - \varepsilon^p)$
Función de fluencia	$f =  \sigma  - \sigma_{y}$	$f =  \overline{\sigma}  - \sigma_{y}$	$f = \left  \frac{\sigma}{1 - \omega} \right  - \sigma_y$

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^d + \varepsilon^p$$
 
$$\varepsilon^e = \frac{1}{E}\sigma$$
 
$$\varepsilon^d = \frac{\omega}{E(1-\omega)}\sigma$$

#### Medida experimental del daño: método de la variación del modulo de elasticidad (Lemaitre)



$$\sigma = (1 - \omega)E(\varepsilon - \varepsilon^p)$$
  $\sigma = \overline{E}(\varepsilon - \varepsilon^p)$ 

$$\omega = 1 - \frac{\overline{E}}{E}$$

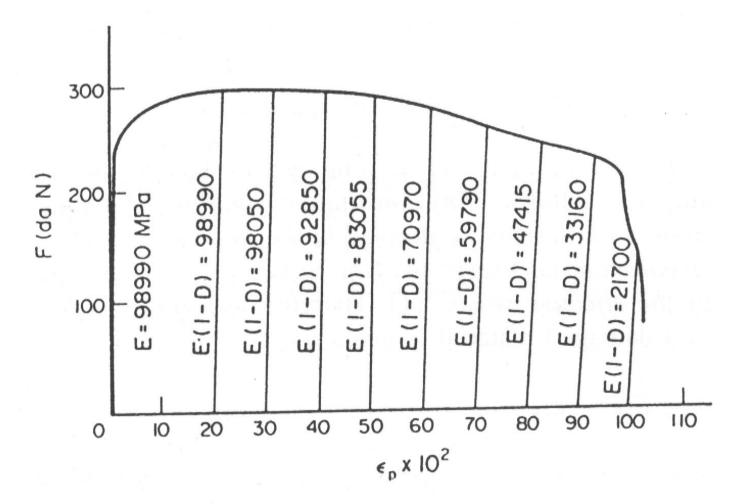


Fig. 1. Variation of the elasticity modulus with damage for copper after Lemaitre and Duffailly [12].

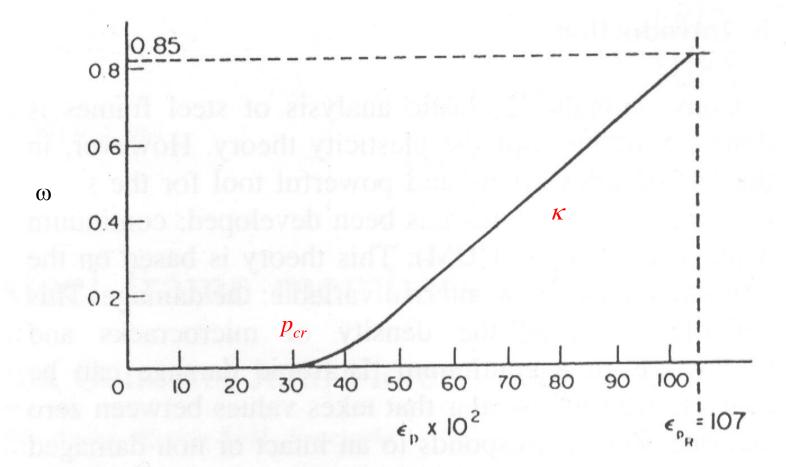


Fig. 2. Ductile damage as a function of the plastic deformation after Lemaitre and Duffailly [12].

$$\omega = \kappa \langle \varepsilon_p - p_{cr} \rangle_{+}$$

Ley de daño dúctil de Lemaitre

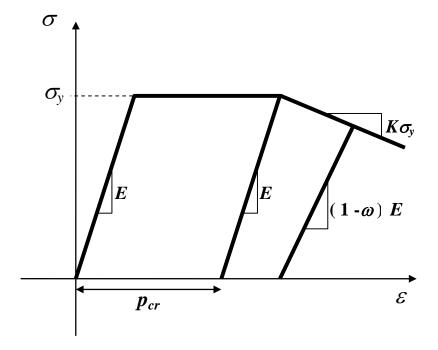
## Modelo de daño dúctil para metales (Lemaitre)

$$\sigma = (1-\omega)E(\varepsilon-\varepsilon^p)$$

Ley de elasticidad

$$\begin{cases} d\varepsilon_p = 0 & \text{if } f < 0 \\ f = 0 & \text{if } d\varepsilon_p \neq 0 \end{cases} \qquad f = \left| \frac{\sigma}{1 - \omega} \right| - \sigma_y \leq 0 \qquad \text{Ley de plasticidad}$$

$$f = \left| \frac{\sigma}{1 - \omega} \right| - \sigma_{y} \le 0$$



Ley de daño

$$\omega = \kappa \langle p - p_{cr} \rangle_{+}$$

$$dp = |d\varepsilon_p|$$

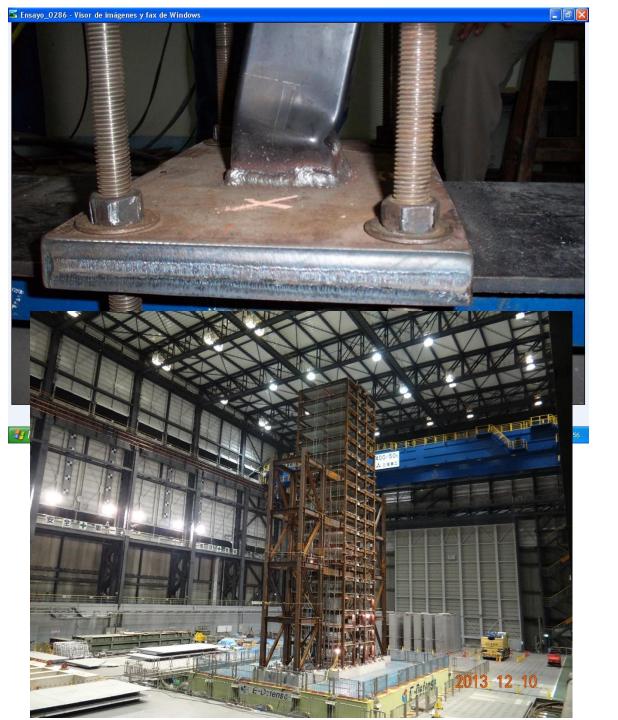
#### Modelado del pandeo local

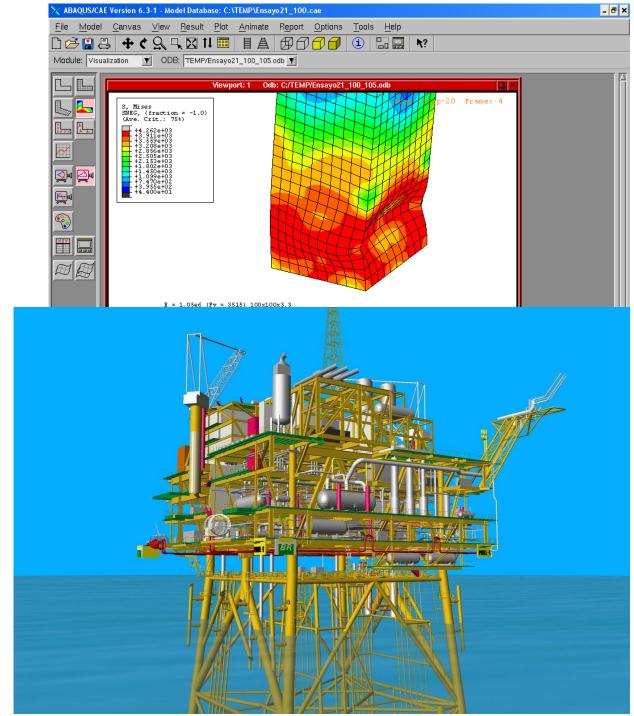
Conceptos fundamentales de teoría del daño continuo

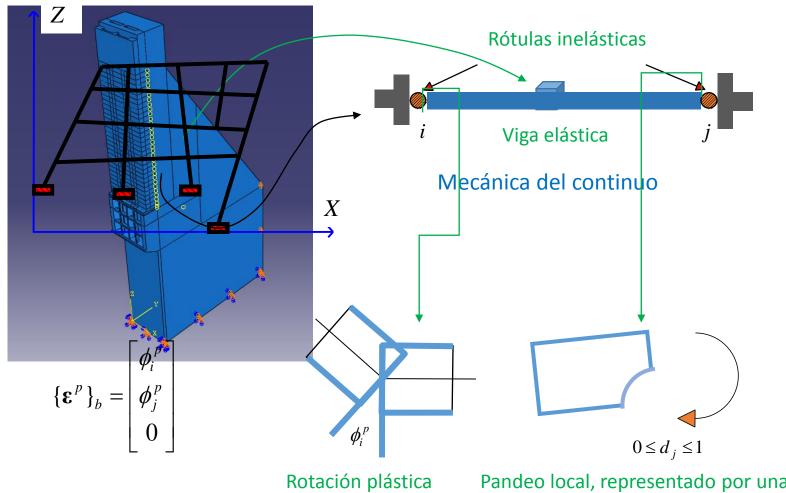
Modelado del pandeo local bajo solicitaciones monotónicas

Modelado del pandeo local bajo cargas cíclicas

Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje



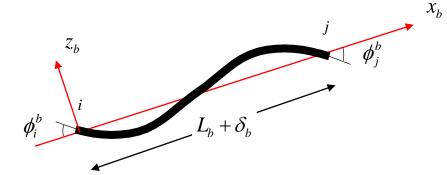




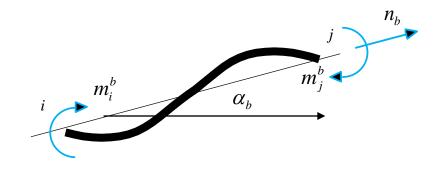
Pandeo local, representado por una variable de daño

$$(\mathbf{D})_b = (d_i, d_j)$$

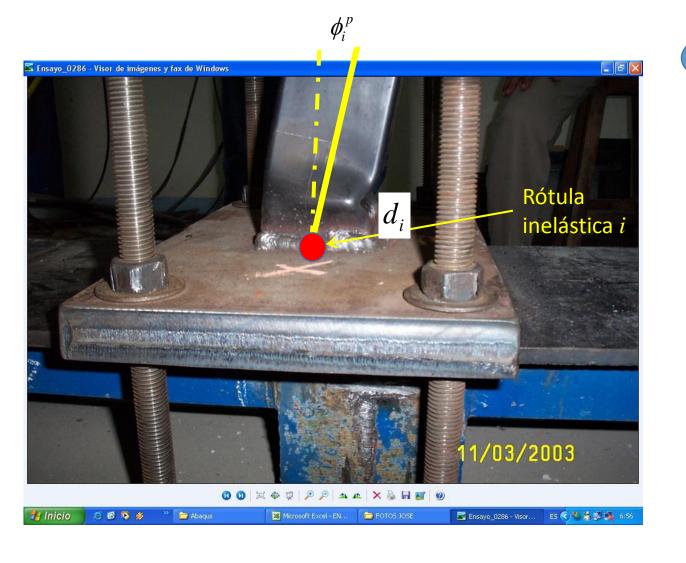




$$\left\{ oldsymbol{arepsilon} 
ight\}_{\!b} = egin{bmatrix} oldsymbol{\phi}_i^b \ oldsymbol{\phi}_b^b \ oldsymbol{\delta}_b \end{bmatrix}$$



$$\left\{oldsymbol{\sigma}
ight\}_b = egin{bmatrix} m_i^b \ m_j^b \ n_b \end{bmatrix}$$



Deformaciones generalizadas Esfuerzos generalizados

Rotaciones plásticas daño

Ley de comportamiento:

Ley de elasticidad Ley de daño Ley de plasticidad

## Ley de elasticidad

Unidad estructural

Hipótesis de equivalencia

Deformación elástica Deformación de daño

Teoría del daño continuo:



$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^d + \varepsilon^I$$

$$\varepsilon^e = \frac{1}{E}\sigma$$

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^d + \varepsilon^p$$
 
$$\varepsilon^e = \frac{1}{E}\sigma \qquad \varepsilon^d = \frac{\omega}{E(1-\omega)}\sigma$$

$$\{\mathbf{\varepsilon}\}_b = \{\mathbf{\varepsilon}^e\}_b + \{\mathbf{\varepsilon}^p\}_b + \{\mathbf{\varepsilon}^d\}_b$$

$$\left\{ \mathbf{\varepsilon}^{e} \right\}_{b} = \left[ \mathbf{F}_{e} \right]_{b} \left\{ \mathbf{\sigma} \right\}_{b}$$

Teoría del daño concentrado: 
$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_b = \{\boldsymbol{\varepsilon}^e\}_b + \{\boldsymbol{\varepsilon}^p\}_b + \{\boldsymbol{\varepsilon}^d\}_b \quad \{\boldsymbol{\varepsilon}^e\}_b = [\mathbf{F}_e]_b \{\boldsymbol{\sigma}\}_b$$
 
$$\phi_i^d = \frac{d_i F_{11}^0}{(1-d_i)} m_i$$
 
$$\phi_j^d = \frac{d_j F_{22}^0}{(1-d_i)} m_j$$

$$\varepsilon - \varepsilon^p = \frac{1}{E(1 - \omega)} \sigma$$

Teoría del daño 
$$\mathcal{E} - \mathcal{E}^{p} = \frac{1}{E(1-\omega)} \sigma \qquad \text{Teoría del daño concentrado}: \\ \begin{bmatrix} \phi_{i} - \phi_{i}^{p} \\ \phi_{j} - \phi_{j}^{p} \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_{11}^{0}}{(1-d_{i})} & F_{12}^{0} & F_{13}^{0} \\ F_{21}^{0} & \frac{F_{22}^{0}}{(1-d_{j})} & F_{23}^{0} \\ F_{31}^{0} & F_{32}^{0} & F_{33}^{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{i} \\ m_{j} \\ n_{i} \end{bmatrix}$$

## Ley de plasticidad

Unidad estructural Esfuerzo efectivo Función de fluencia sin daño

Hipótesis de equivalencia

Teoría del daño continuo:



$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{1-\omega}$$

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - \omega} \qquad f = |\sigma| - \sigma_y$$

$$f = \left| \frac{\sigma}{1 - \omega} \right| - \sigma_{y}$$

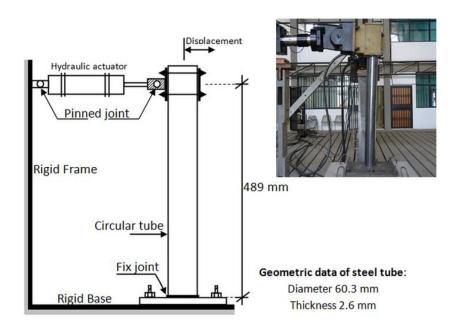
Teoría del daño concentrado: •••

$$\overline{m}_i = \frac{m_i}{1 - d_i}$$

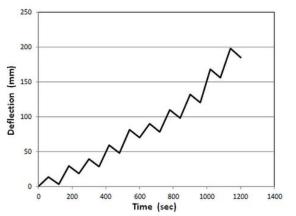
$$f_i = \left| m_i - c \phi_i^p \right| - M_u \le 0$$

$$\overline{m}_i = \frac{m_i}{1 - d_i} \qquad f_i = \left| m_i - c\phi_i^p \right| - M_u \le 0 \qquad f_i = \left| \frac{m_i}{1 - d_i} - c\phi_i^p \right| - M_u \le 0$$

$$\begin{cases} d\phi_i^p = 0 & \text{if } f_i(m_i, d_i) < 0 \text{ (rótula } i \text{ bloqueada)} \\ f_i(m_i, d_i) = 0 & \text{if } d\phi_i^p \neq 0 \text{ (rótula } i \text{ activa)} \end{cases}$$



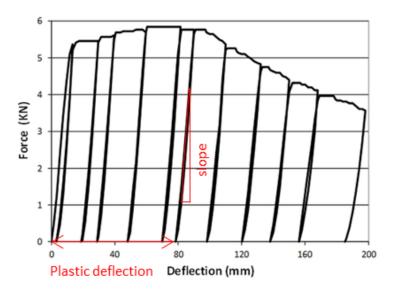
#### Ley de daño por pandeo local

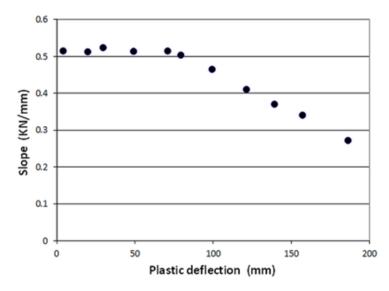


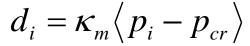
$$\begin{bmatrix} \frac{F_{11}^0}{(1-d_i)} & F_{12}^0 & F_{13}^0 \\ F_{21}^0 & \frac{F_{22}^0}{(1-d_j)} & F_{23}^0 \\ \end{bmatrix}$$

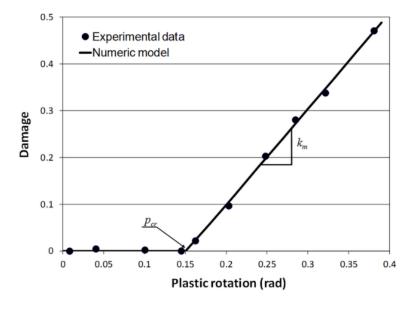


$$Damage = 1 - \frac{Damaged slope}{Initial slope}$$



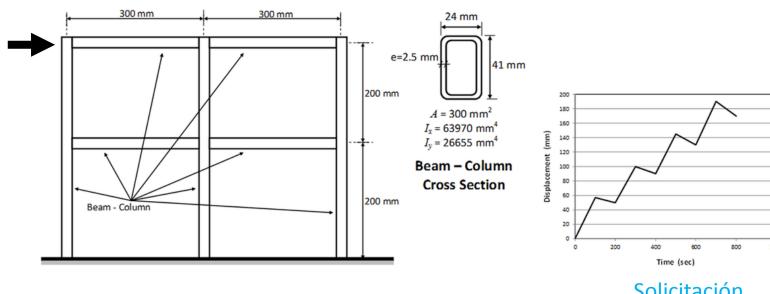




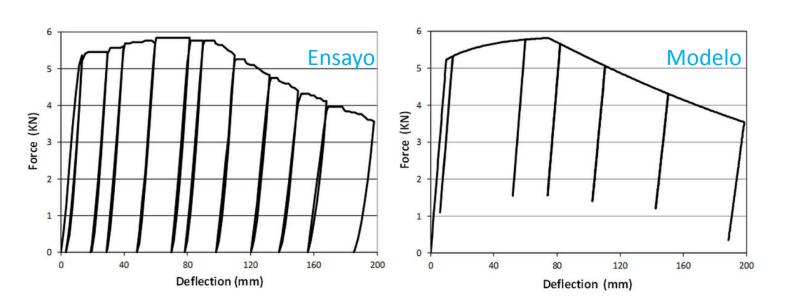


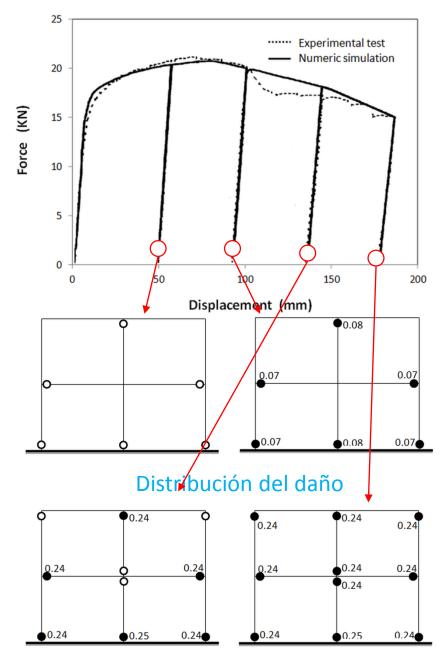
$$dp_i = \left| d\phi_i^p \right|$$

#### Simulaciones numéricas



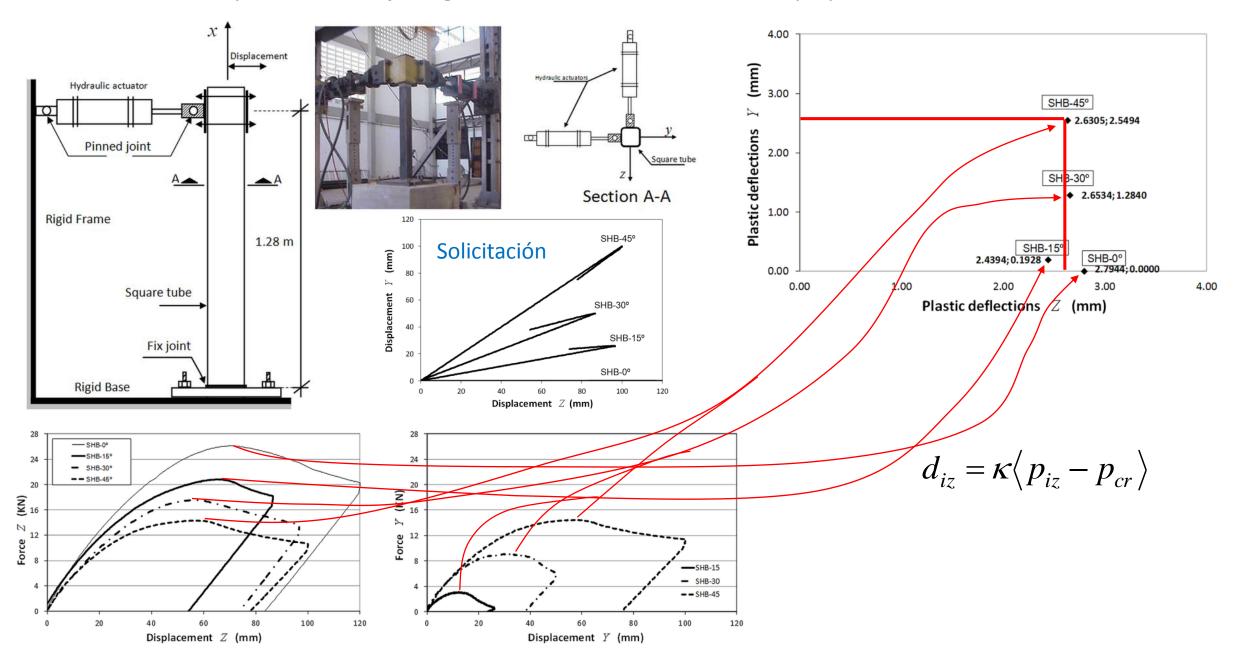
#### Solicitación

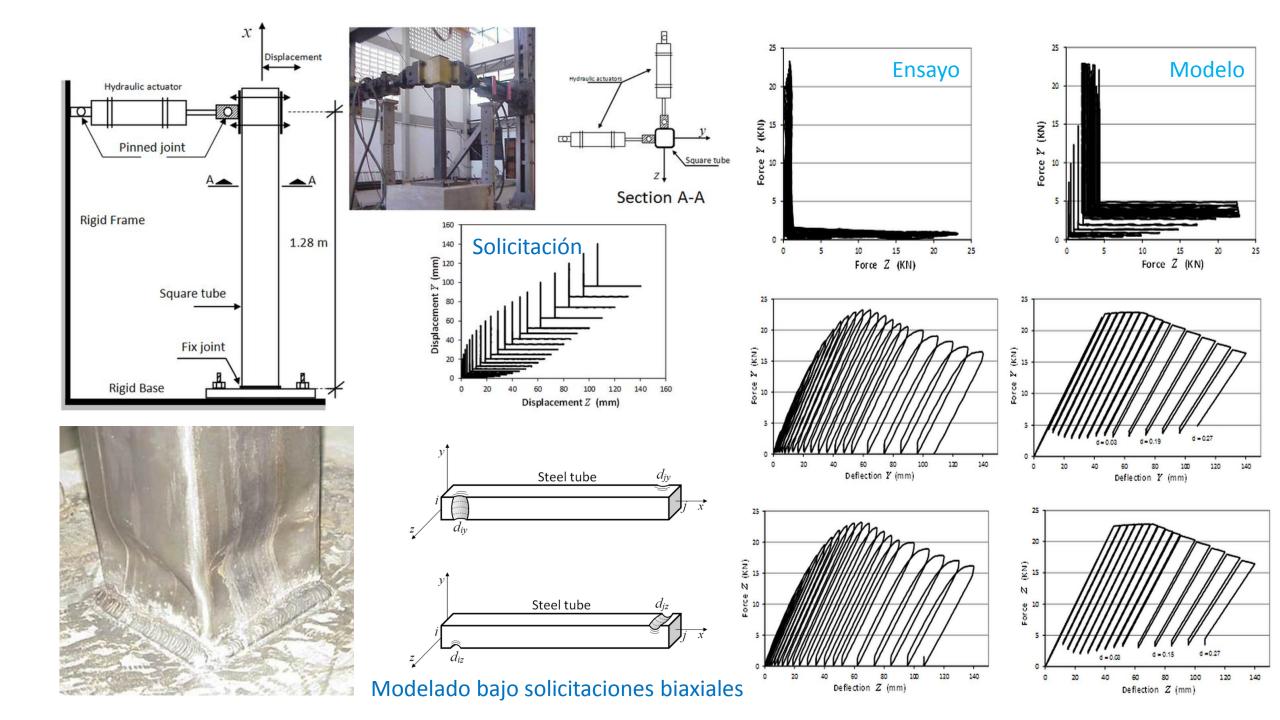


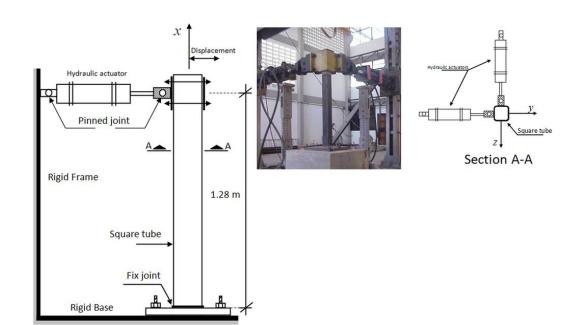


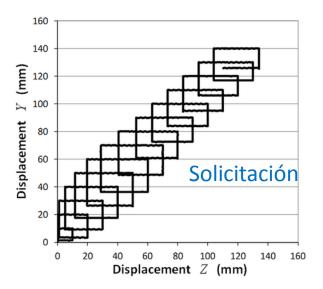
- Plastic hinges with no damage
- Plastic hinges with local buckling

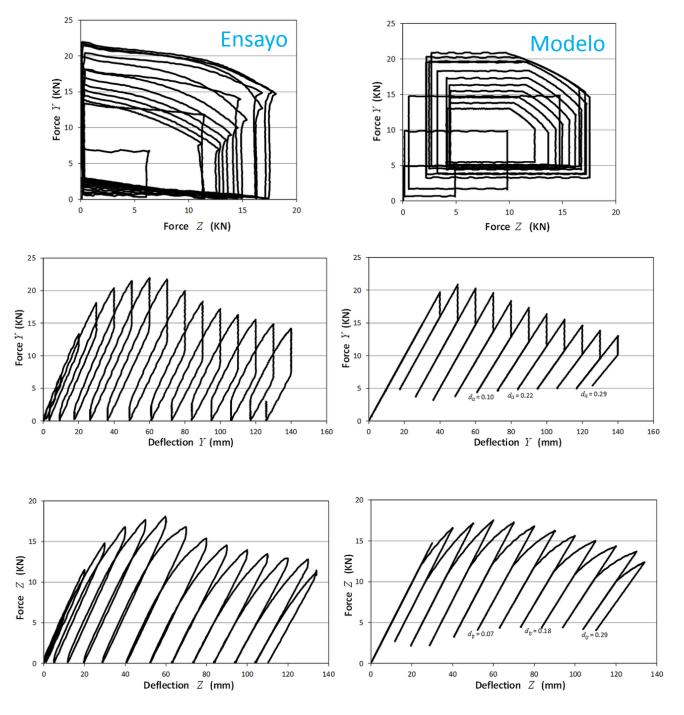
#### Modelado del pandeo local bajo cargas biaxiales: influencia de la fuerza perpendicular en la evolución del daño





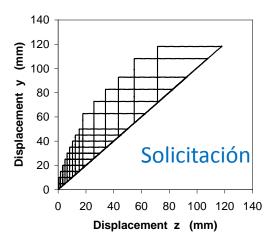


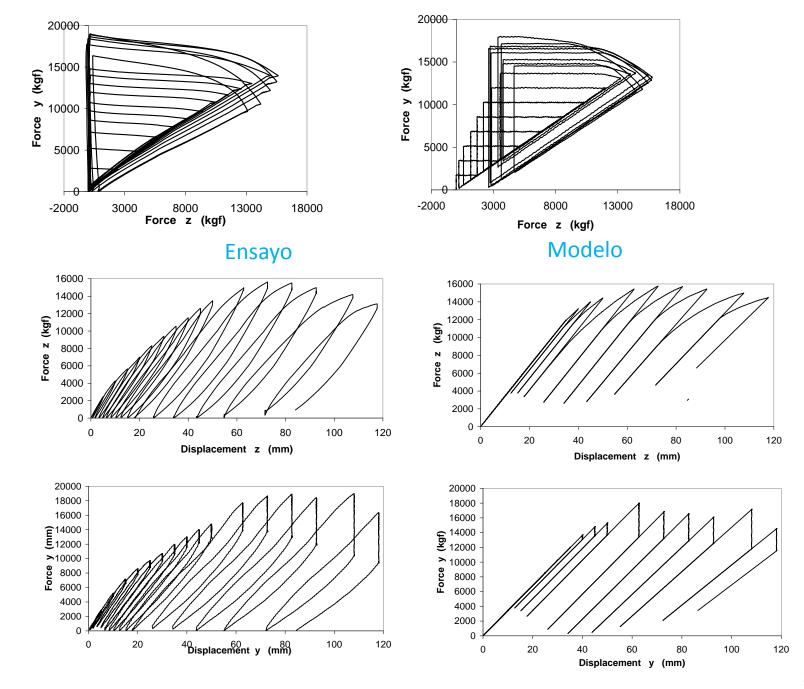


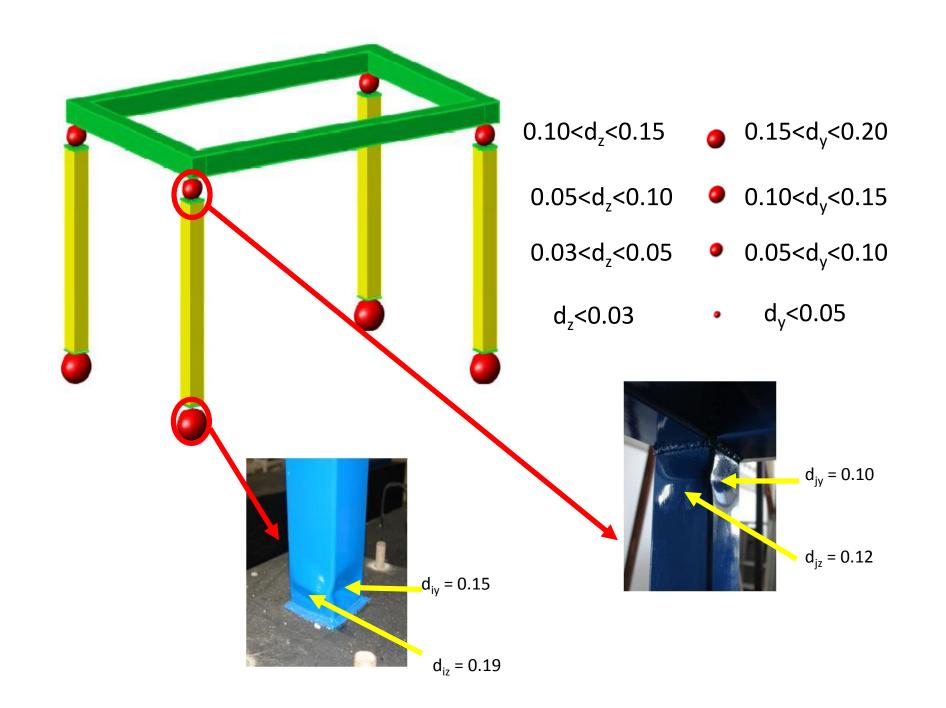












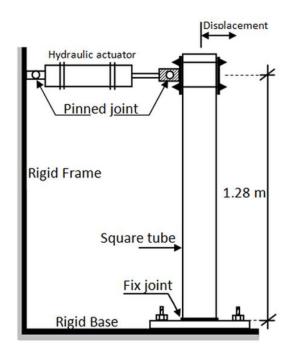
#### Modelado del pandeo local

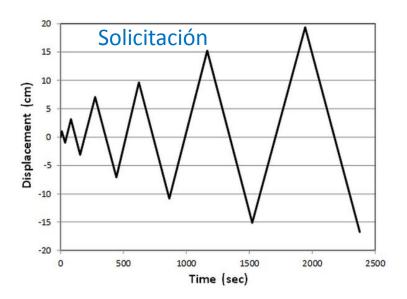
Conceptos fundamentales de teoría del daño continuo

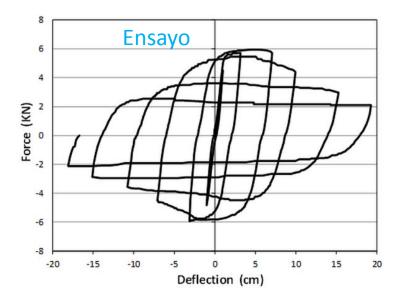
Modelado del pandeo local bajo solicitaciones monotónicas

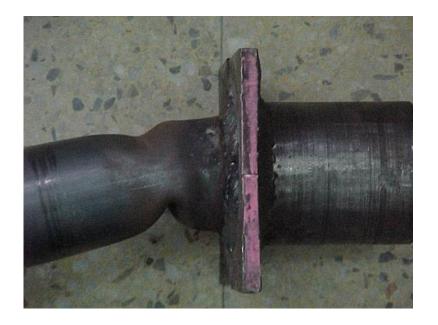
Modelado del pandeo local bajo cargas cíclicas

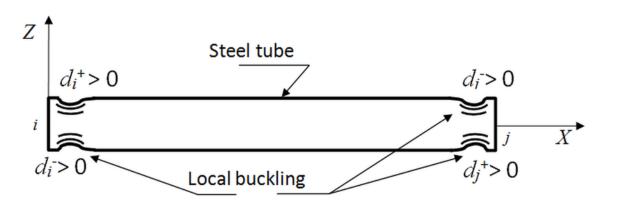
Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje





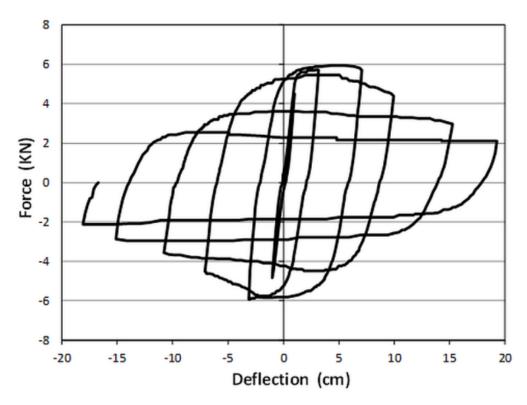




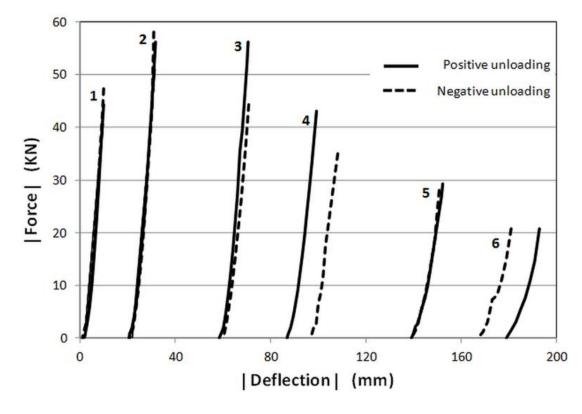


$$(\mathbf{D}^{+})_{b} = (d_{i}^{+}, d_{j}^{+}) \quad (\mathbf{D}^{-})_{b} = (d_{i}^{-}, d_{j}^{-})$$

## Ley de elasticidad



$$\left\{\mathbf{\Phi}\right\}_{b} - \left\{\mathbf{\Phi}^{p}\right\}_{b} = \left[\mathbf{F}\left(\mathbf{D}^{+}\right)\right]\left\langle\mathbf{M}\right\rangle_{b}^{+} + \left[\mathbf{F}\left(\mathbf{D}^{-}\right)\right]\left\langle\mathbf{M}\right\rangle_{b}^{-}$$



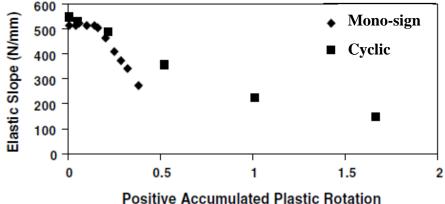
$$\left[\mathbf{F}(\mathbf{D}^{+/-})\right] = \begin{bmatrix} \frac{L_b}{3EI_b (1 - d_i^{+/-})} & -\frac{L_b}{6EI_b} & 0\\ -\frac{L_b}{6EI_b} & \frac{L_b}{3EI_b (1 - d_j^{+/-})} & 0\\ 0 & 0 & \frac{L_b}{EA_b} \end{bmatrix}$$

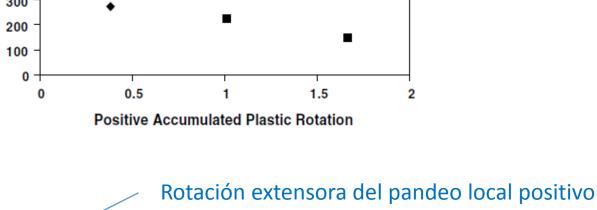
## Ley de plasticidad

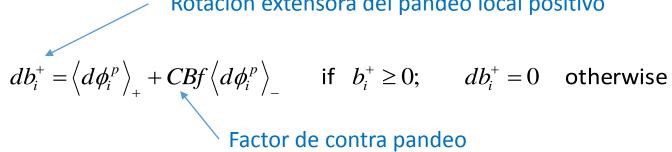
$$\begin{cases} d\phi_i^p = 0 & \text{if } f_i < 0 \text{ (hinge } i \text{ locked)} \\ f_i = 0 & \text{if } d\phi_i^p \neq 0 \text{ (hinge } i \text{ active)} \end{cases}$$

$$f_i = Max \left( \frac{m_i}{1 - d_i^+} - M_u, -\frac{m_i}{1 - d_i^-} - M_u \right) \le 0$$

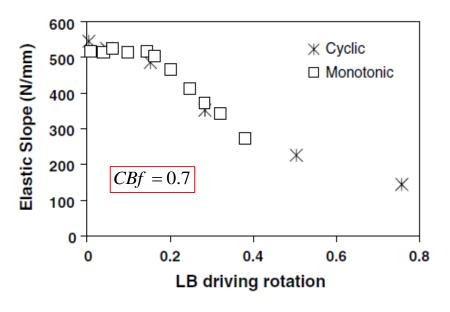
#### Contra pandear = "planchar la arruga"





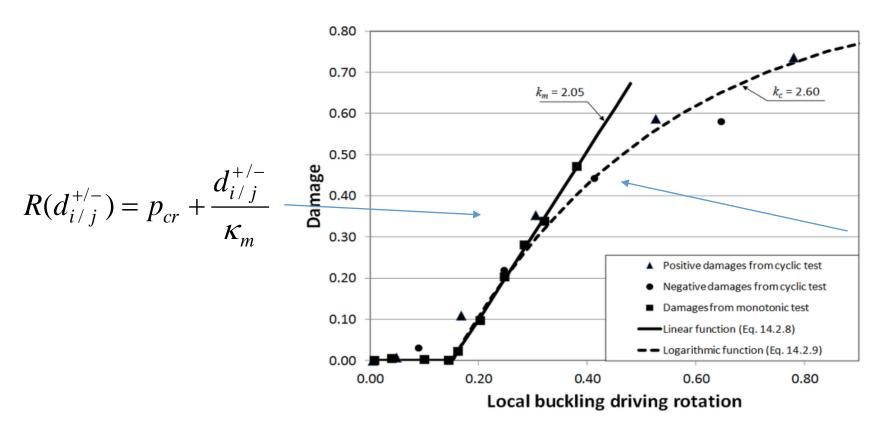






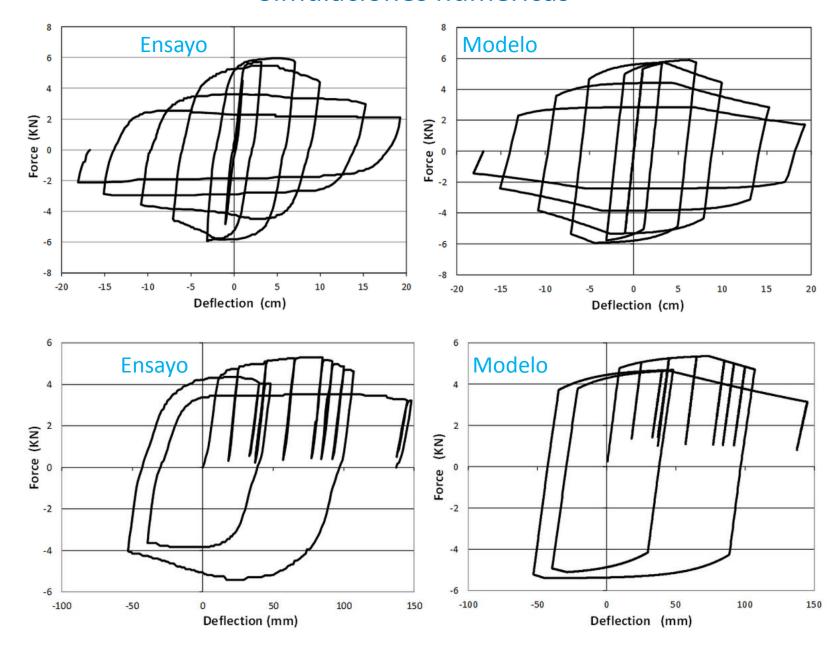
## Ley de daño

$$\begin{cases} \Delta d_i^+ = 0 & \text{if } b_i^+ < R(d_i^+) \\ b_i^+ = R(d_i^+) & \text{if } \Delta d_i^+ > 0 \end{cases}$$

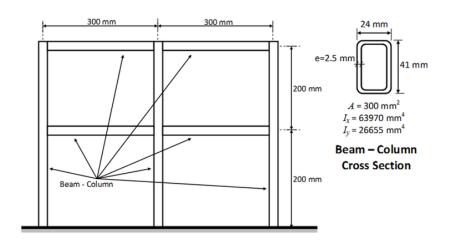


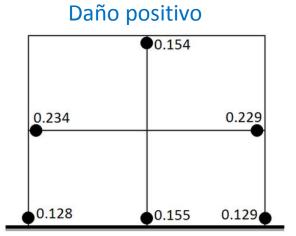
$$R(d_{i/j}^{+/-}) = p_{cr} - \frac{1}{\kappa_c} \ln \left( 1 - \frac{d_{i/j}^{+/-}}{0.9} \right)$$

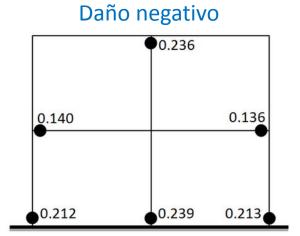
## Simulaciones numéricas

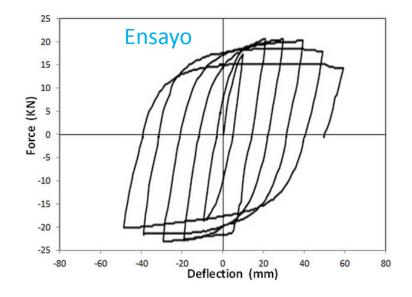


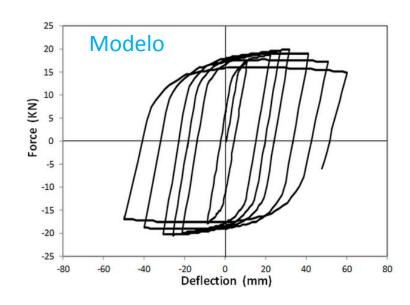
#### Simulaciones numéricas











Modelado del pandeo local

## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje
La regla de Palmgren-Miner
Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica
Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje
Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes
Evolución del daño en fatiga no estacionaria
Fatiga unilateral



Modelado del pandeo local

## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

#### Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje

La regla de Palmgren-Miner

Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica

Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica

Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje

Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes

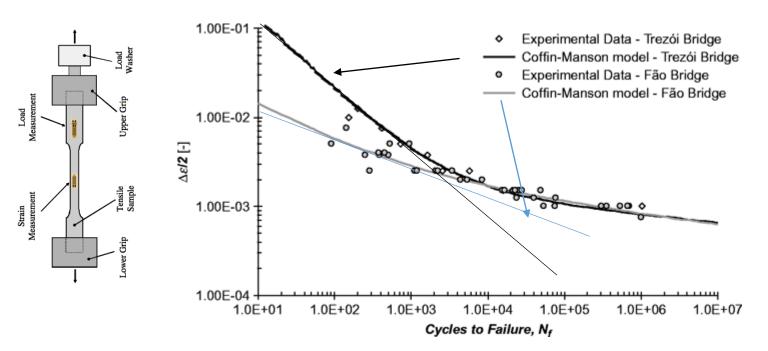
Evolución del daño en fatiga no estacionaria

Fatiga unilateral

# Ley de Coffin-Masson:

Número de ciclos a fractura: 
$$N = \begin{pmatrix} \Delta \mathcal{E}_p \\ \mathcal{E}_s \end{pmatrix}$$

 $arepsilon_f$  y eta son constantes empíricas y  $2\Deltaarepsilon_p$  el incremento de deformación plástica por ciclo

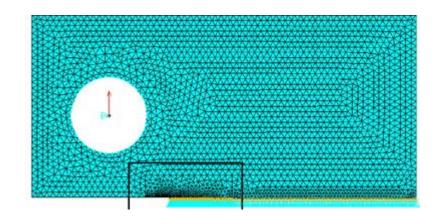


La ley de Coffin-Masson se utiliza en el contexto de la mecánica del continuo

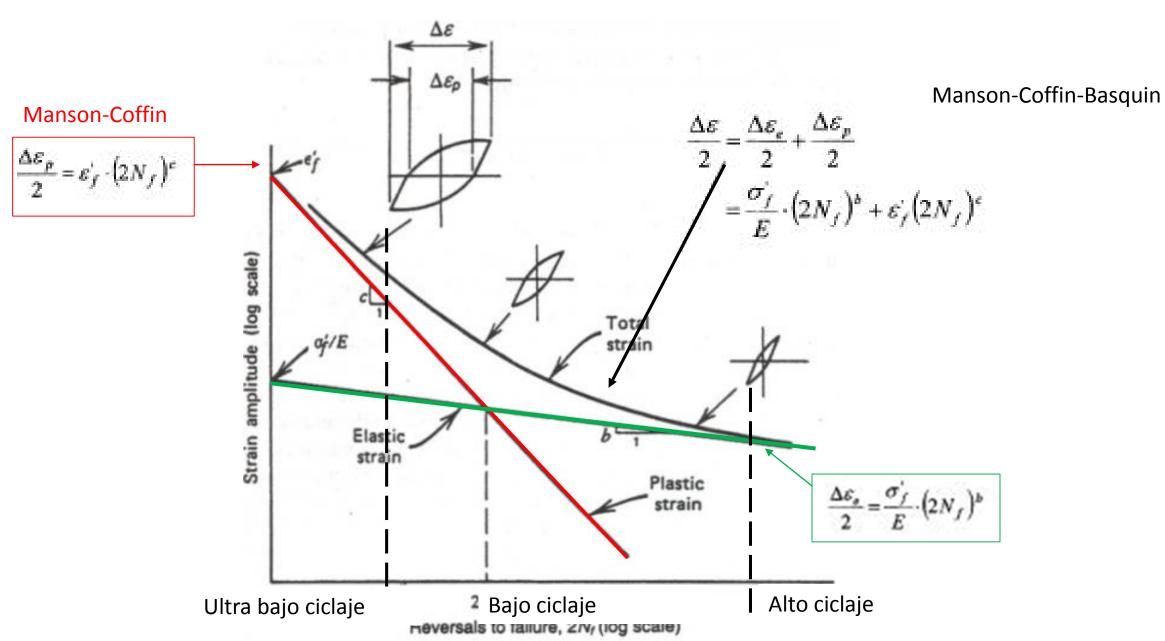
Plastic deformation

Cycle pp

Plastic deformation



http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=17053377



https://uwaterloo.ca/fatigue-stress-analysis-lab/research-areas/energy-based-fatigue-life-model-proportional-and

Modelado del pandeo local

## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje La regla de Palmgren-Miner

Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica

Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica

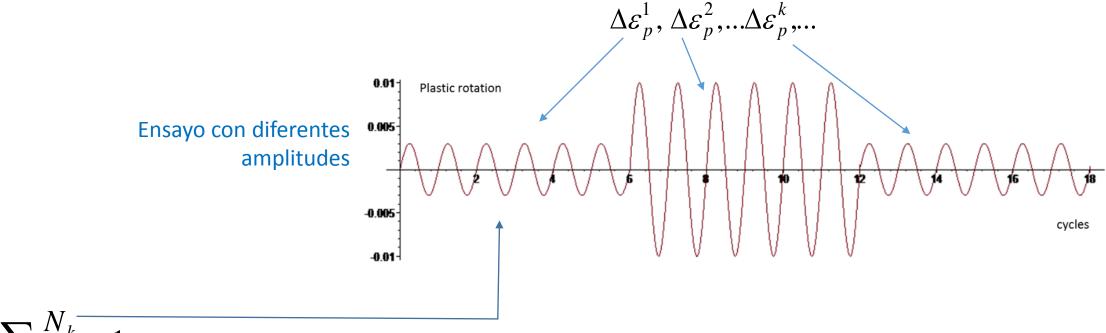
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje

Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes

Evolución del daño en fatiga no estacionaria

Fatiga unilateral

# Regla de Palmgren-Miner



$$\sum \frac{N_k}{N_f^k} = 1$$

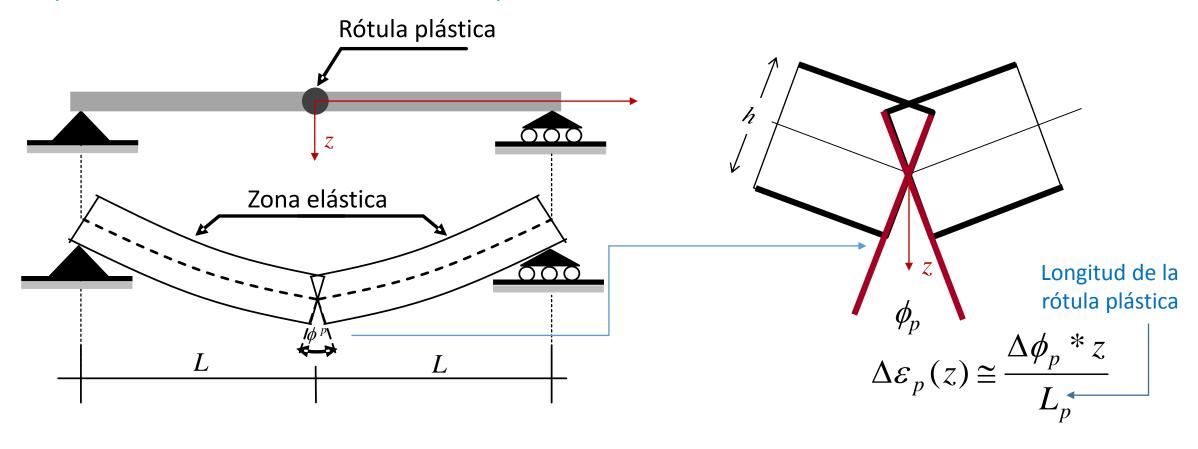
Número de ciclos a fractura para una amplitud:  $\Delta \varepsilon_p^k$ 

Modelado del pandeo local

## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje
La regla de Palmgren-Miner
Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica
Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje
Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes
Evolución del daño en fatiga no estacionaria
Fatiga unilateral

## Ley de Coffin-Manson en una rótula plástica



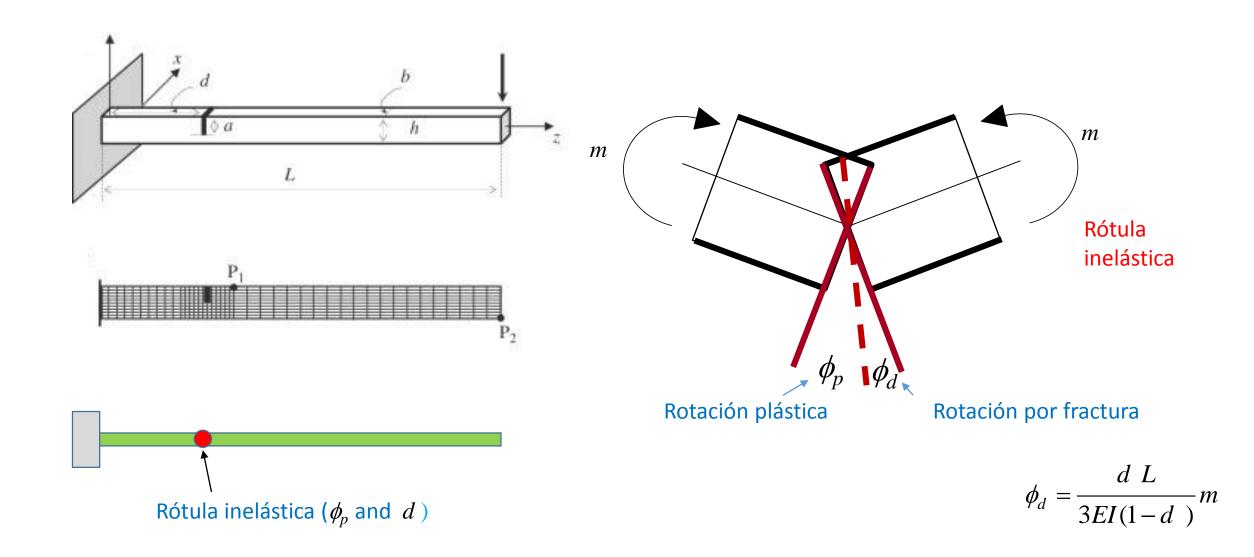
$$N = \left(\frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon_f}\right)^{\beta} \qquad N(z) \cong \left(\frac{z \Delta \phi_p}{L_p \varepsilon_f}\right)^{\beta} \qquad N_{cr} \cong \left(\frac{h \Delta \phi_p}{2L_p \varepsilon_f}\right)^{\beta} = \left(\frac{\Delta \phi_p}{\phi_{cr}}\right)^{\beta}$$
Número de ciclos para iniciar la grieta

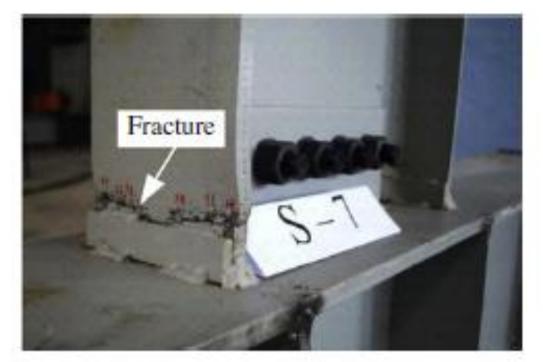
Rotación plástica para iniciar la grieta en un ciclo

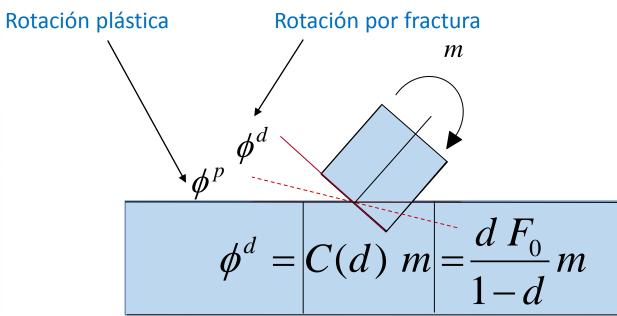
Modelado del pandeo local

## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

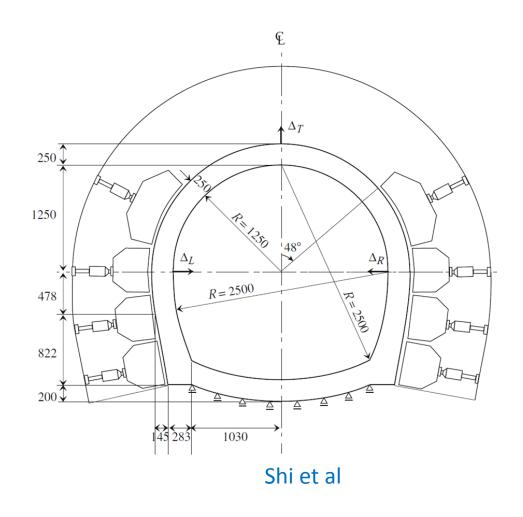
Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje
La regla de Palmgren-Miner
Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica
Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje
Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes
Evolución del daño en fatiga no estacionaria
Fatiga unilateral

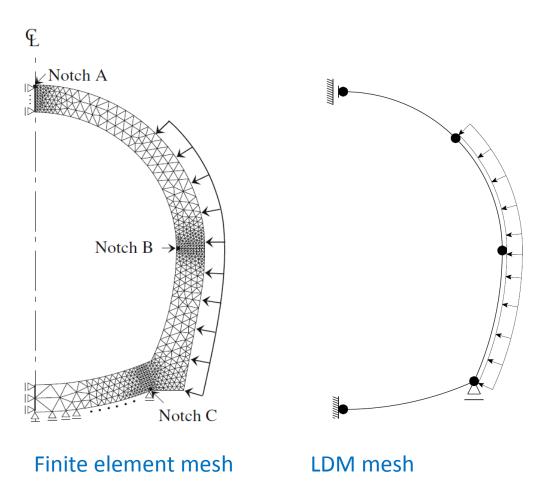


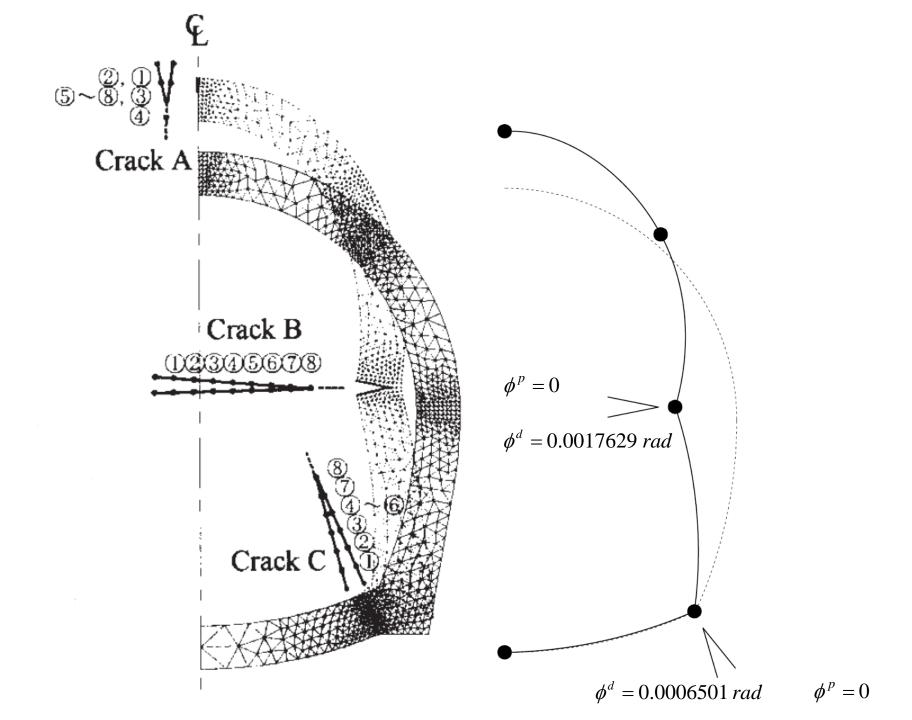


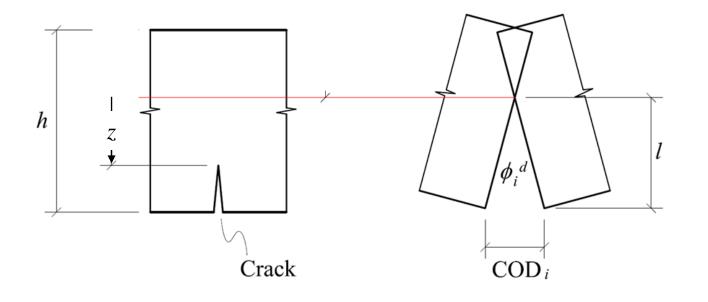


#### Amorim et al 2014

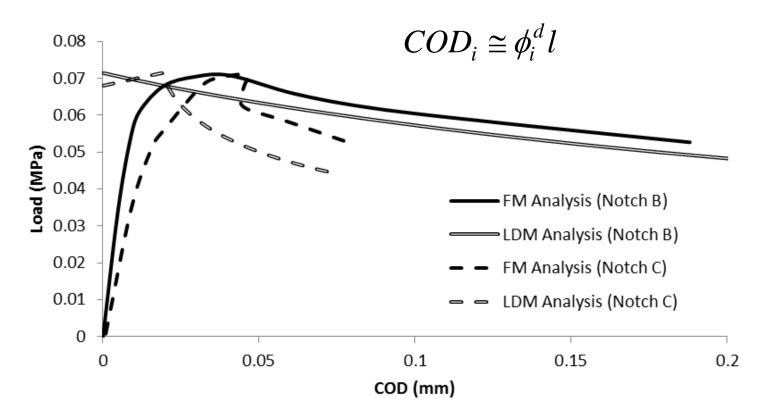








#### Cálculo de la abertura de fisura COD



Sección rectangular

$$z \cong \frac{h}{2} \sqrt[3]{1 - d_i}$$

Rectangular cross-section

$$z \cong \frac{h}{2}(1-d_i)^{\frac{1}{3}}$$

Arbitrary cross-section

$$z \cong \frac{h}{2} (1 - d_i)^{\alpha}$$

## Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica

$$N(z) \cong \left(rac{z\Delta\phi_p}{L_p\varepsilon_f}
ight)^{eta}$$

 $N \cong \left(\frac{(1-d)^{\alpha} \Delta \phi_p}{\phi_{cr}}\right)^{\beta}$ 

Número de ciclos para romper la fibra a una altura z

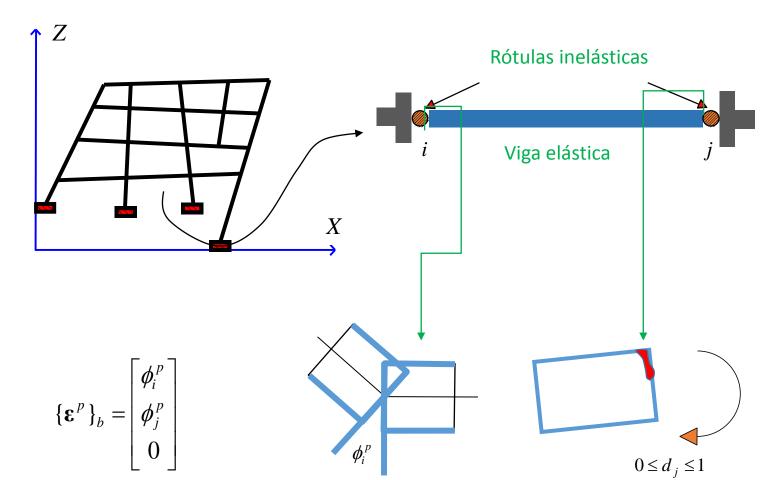
Relación entre daño y número de ciclos

si 
$$N < N_{cr}$$
  $d = 0$  en caso contrario  $N \cong \left(\frac{(1-d)^{\alpha} \Delta \phi_p}{\phi_{cr}}\right)^{\beta}$ 

Modelado del pandeo local

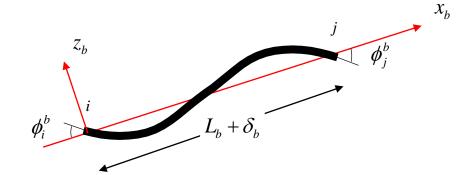
## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje
La regla de Palmgren-Miner
Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica
Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje
Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes
Evolución del daño en fatiga no estacionaria
Fatiga unilateral

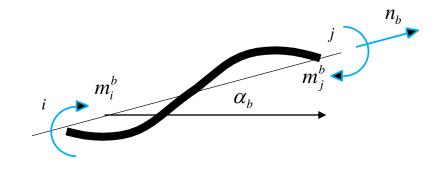


$$(\mathbf{D})_b = (d_i, d_j)$$

Mecánica estructural



$$\left\{ oldsymbol{arepsilon} 
ight\}_{b} = egin{bmatrix} oldsymbol{\phi}_{i}^{b} \ oldsymbol{\phi}_{b}^{b} \ oldsymbol{\delta}_{b} \end{bmatrix}$$



$$\left\{ oldsymbol{\sigma} 
ight\}_b = egin{bmatrix} m_i^b \ m_j^b \ n_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{i} - \phi_{i}^{p} \\ \phi_{j} - \phi_{j}^{p} \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1 - d_{i})} & \frac{-L}{6EI} & 0 \\ \frac{-L}{6EI} & \frac{L}{3EI(1 - d_{j})} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{AE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{i} \\ m_{j} \\ n_{i} \end{bmatrix}$$

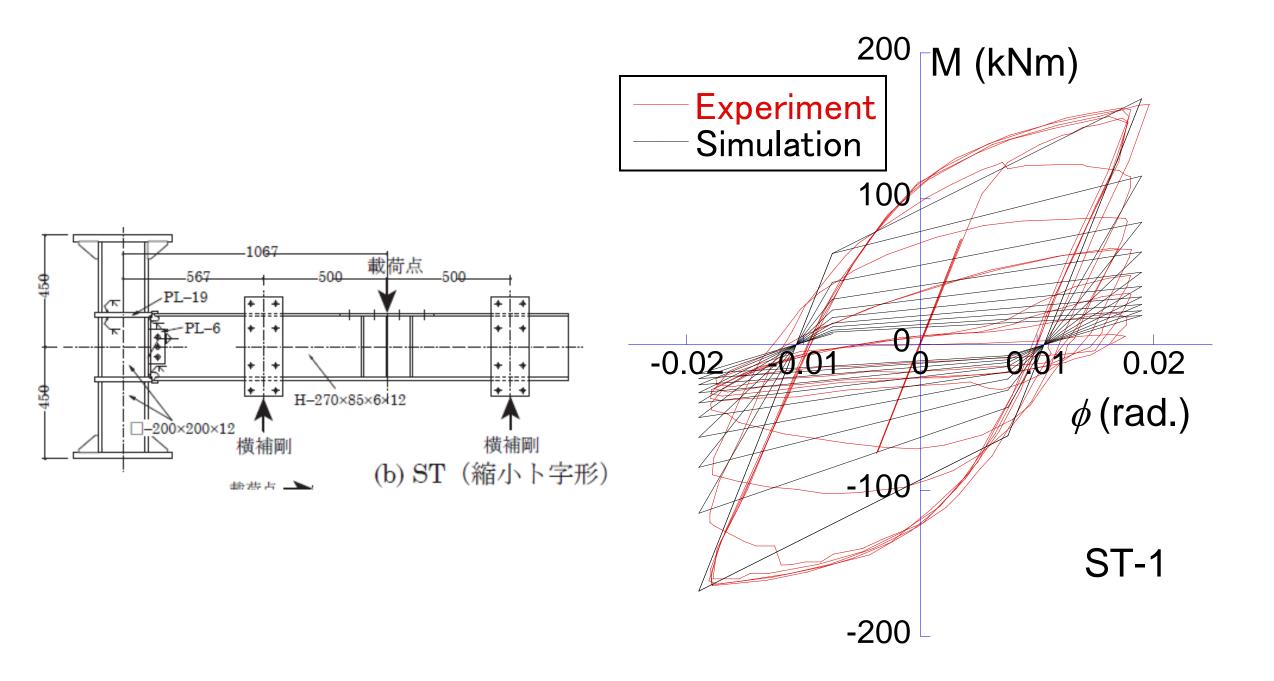
Ley de elasticidad

$$f_i = \left| \frac{m_i}{1 - d_i} - C\phi_i^p \right| - M_p \le 0$$

 $\begin{cases} d\phi_i^p = 0 & \text{if } f_i(m_i, d_i) < 0 \text{ (hinge } i \text{ locked)} \\ f_i(m_i, d_i) = 0 & \text{if } d\phi_i^p \neq 0 \text{ (hinge } i \text{ active)} \end{cases}$ 

Función de fluencia, rótula i

si 
$$N < N_{cr}$$
  $d = 0$  en caso contrario  $N = \left(\frac{(1-d)^{\alpha} \Delta \phi_p}{\phi_{cr}}\right)^{\beta}$  Ley de daño, rótula  $i$ 



Modelado del pandeo local

## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje
La regla de Palmgren-Miner
Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica
Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje
Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes
Evolución del daño en fatiga no estacionaria
Fatiga unilateral

#### Ley de daño por fatiga, diferentes amplitudes

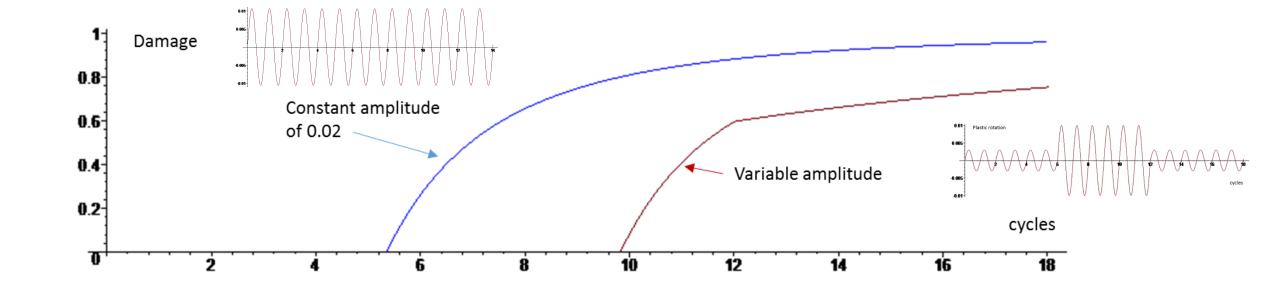
Ley de Coffin-Manson, amplitud constante : Si 
$$N < N_{cr}$$
  $d = 0$  en caso contrario  $N = \left(\frac{(1-d)^{\alpha} \Delta \phi^p}{\phi_{cr}}\right)^p$ 

Ley de daño, amplitudes diferentes (Palmgren-Miner rule):

$$\sum \frac{N_k}{N_{cr}^k} = 1$$

 $\sum \frac{N_k}{N_{ar}^k} = 1$  Número de ciclos de amplitud  $\Delta \phi_k^p$  Número de ciclos necesarios para romper la fibra representada por d

$$\sum N_k \left( \frac{(1-d)^{\alpha} \Delta \phi_k^p}{\phi_{cr}} \right)^{-\beta} = 1$$

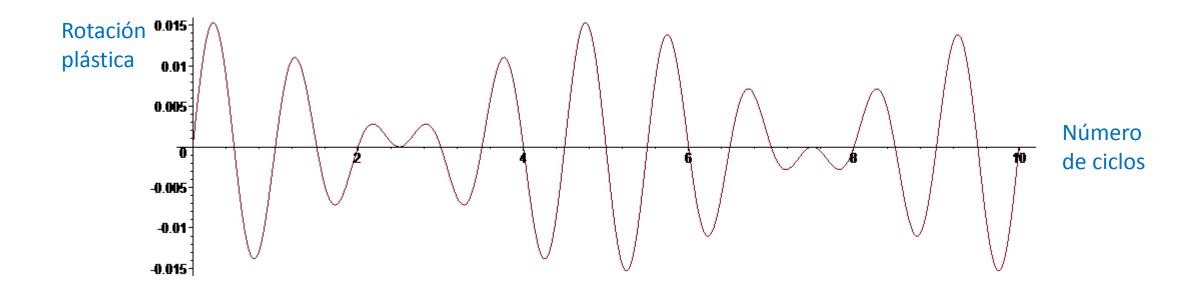


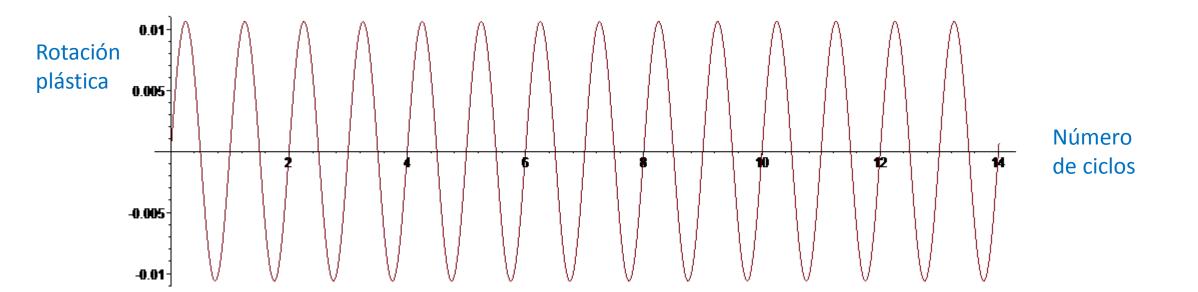
Modelado del pandeo local

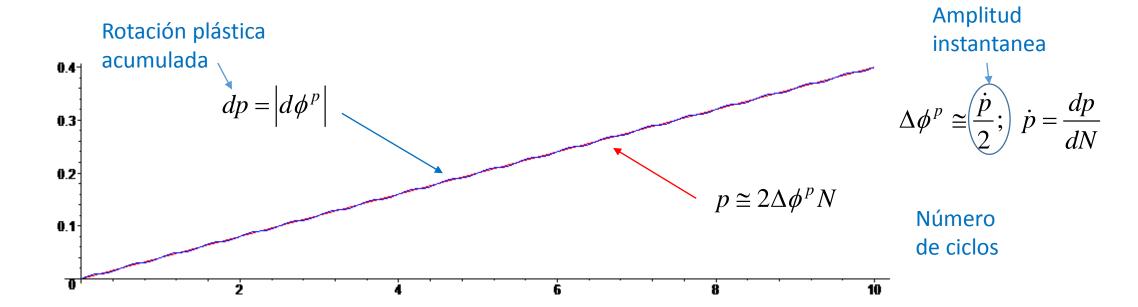
## Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

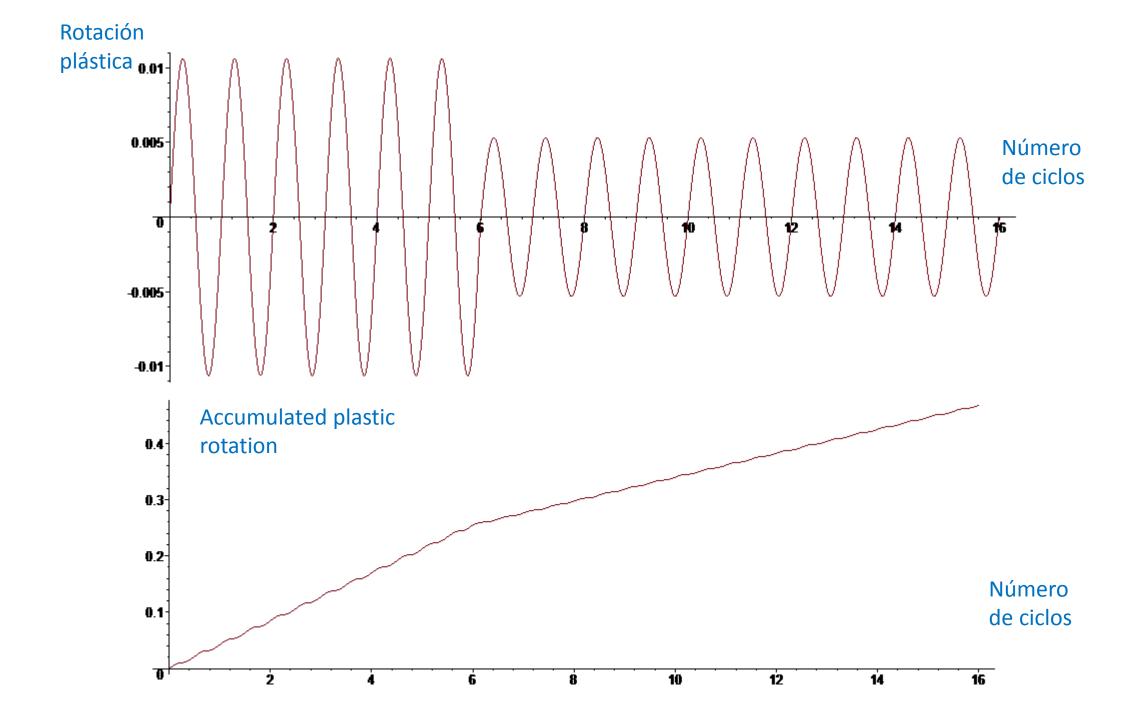
Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje
La regla de Palmgren-Miner
Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica
Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje
Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes
Evolución del daño en fatiga no estacionaria
Fatiga unilateral

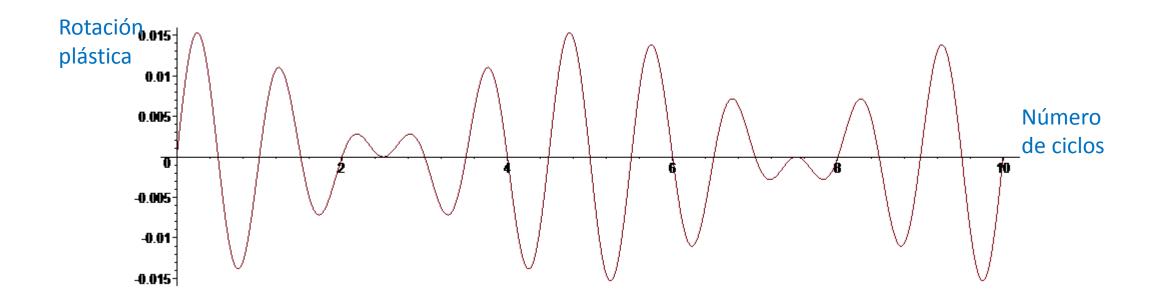
# Un modelo de daño para fatiga no estacionaria

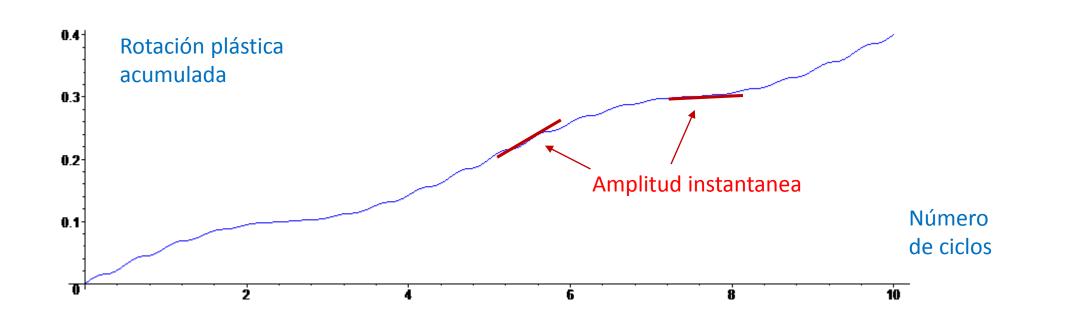












$$\sum N_k \left( \frac{(1-d)^{\alpha} \, \Delta \phi_k^{\,p}}{\phi_{cr}} \right)^{-\beta} = 1$$

$$(1-d(N))^{-\alpha\beta} \int_0^N \left(\frac{\dot{p}(t)}{2\phi_{cr}}\right)^{-\beta} dt = 1$$

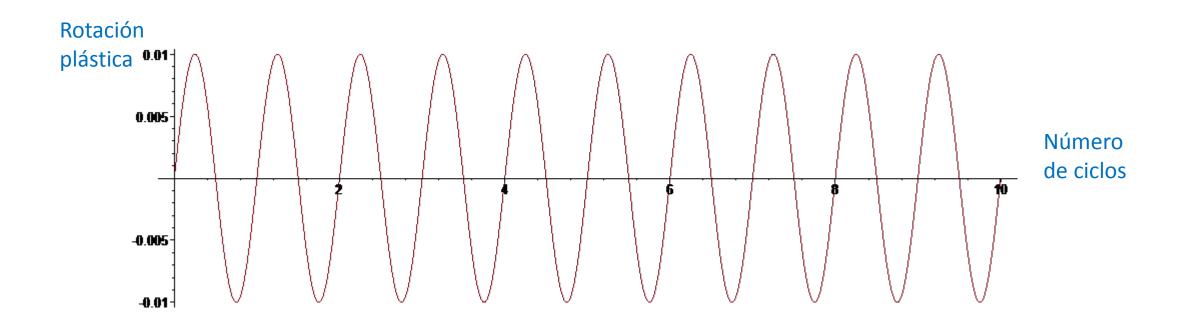
Ley de daño de fatiga no estacionaria

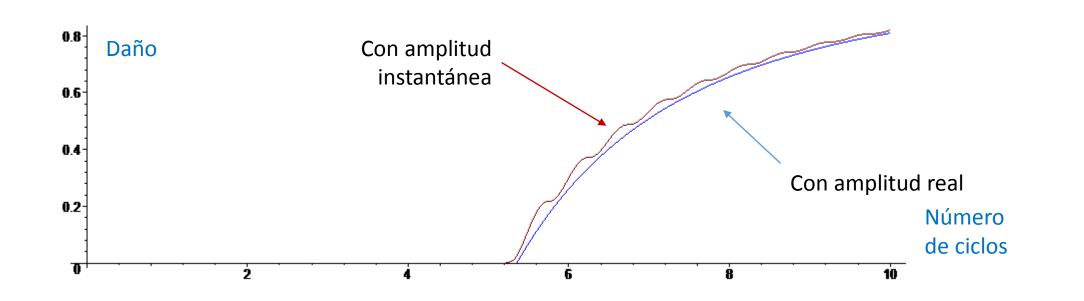
$$d_i(N) = \text{Max}(1 - \exp(\ln(S_i)/\alpha\beta))$$

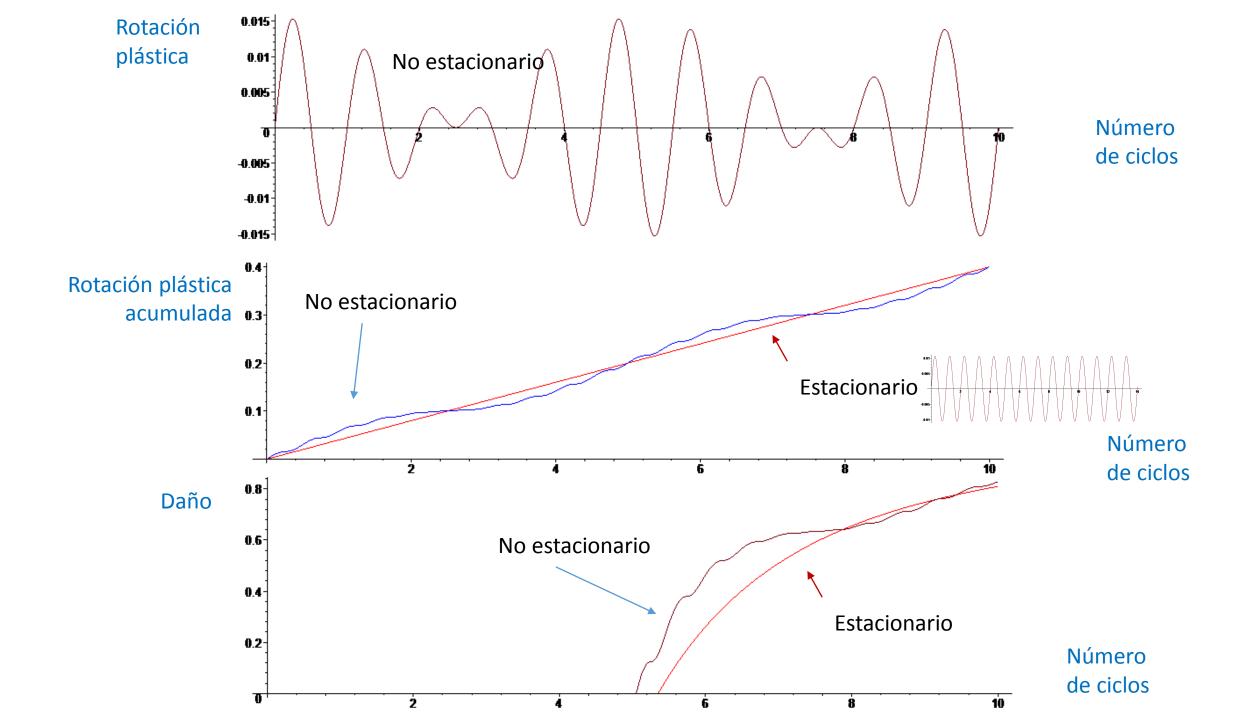
$$d_i(0) = 0$$

Variable extensora de la fisura

$$S_i(N) = \int_0^N \left(\frac{\dot{p}_i(t)}{2\phi_{cr}}\right)^{-\beta} dt$$







#### Resumen

- 1. Ley de Coffin-Masson +Rotación plástica
- 2. Ley de Coffin-Masson law + TDC
- 3. (2) + regla de Palmgren-Miner
- 4. (3) + amplitud instantánea

- Inicio de la fractura en fatiga de ultra bajo ciclaje
- Propagación de fisura bajo FUBC
- Propagación de fisura bajo FUBC de diferentes amplitudes
- Propagación de fisura bajo solicitaciones no estacionarias

Mecanismos de colapso en estructuras de acero

Modelado del pandeo local

### Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Ley de Coffin-Manson para fatiga de ultra bajo ciclaje
La regla de Palmgren-Miner
Ley de Coffin-Manson law en una rótula plástica
Ley de Coffin-Manson law en una rótula inelástica
Modelo de daño para vigas sometidas a fatiga de ultra bajo ciclaje
Evolución del daño en ensayos de fatiga con diferentes amplitudes
Evolución del daño en fatiga no estacionaria
Fatiga unilateral

Observaciones finales

## Simulaciones numéricas de ensayos con amplitud constante

H. Zhou et al./International Journal of Fatigue 48 (2013) 90-100

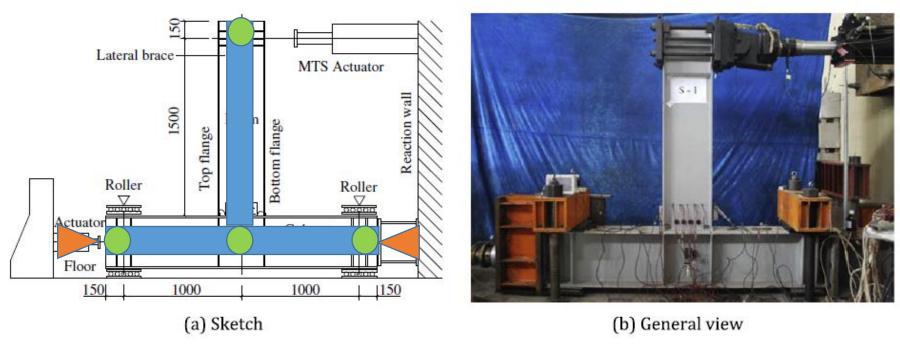
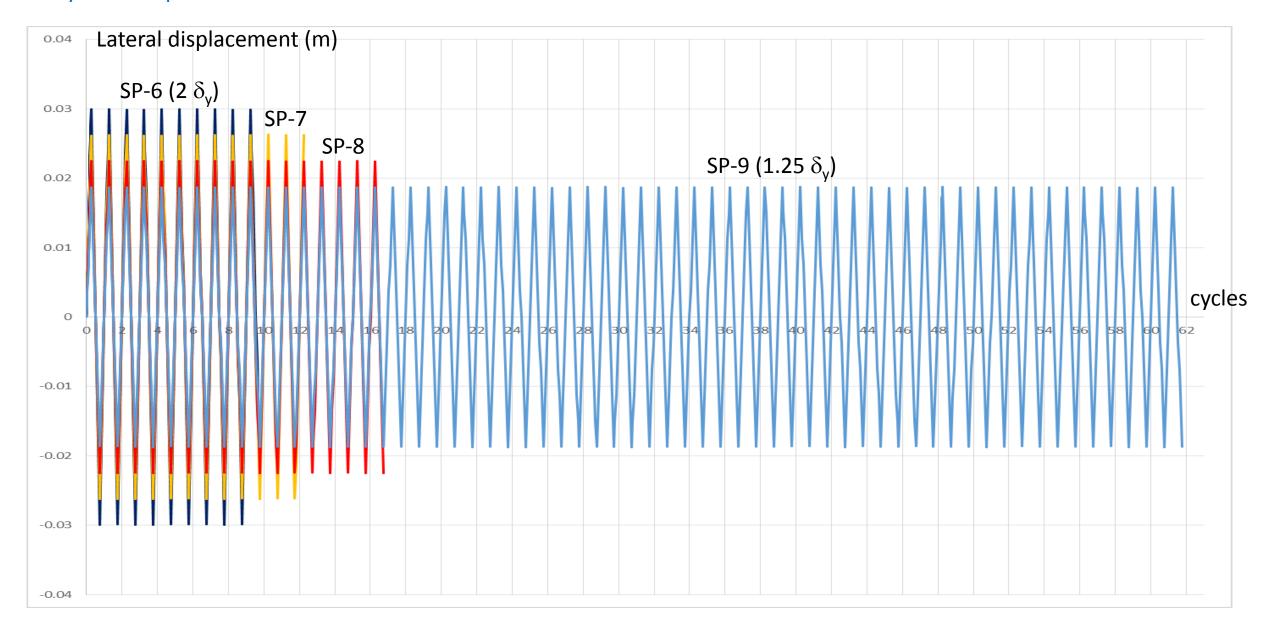
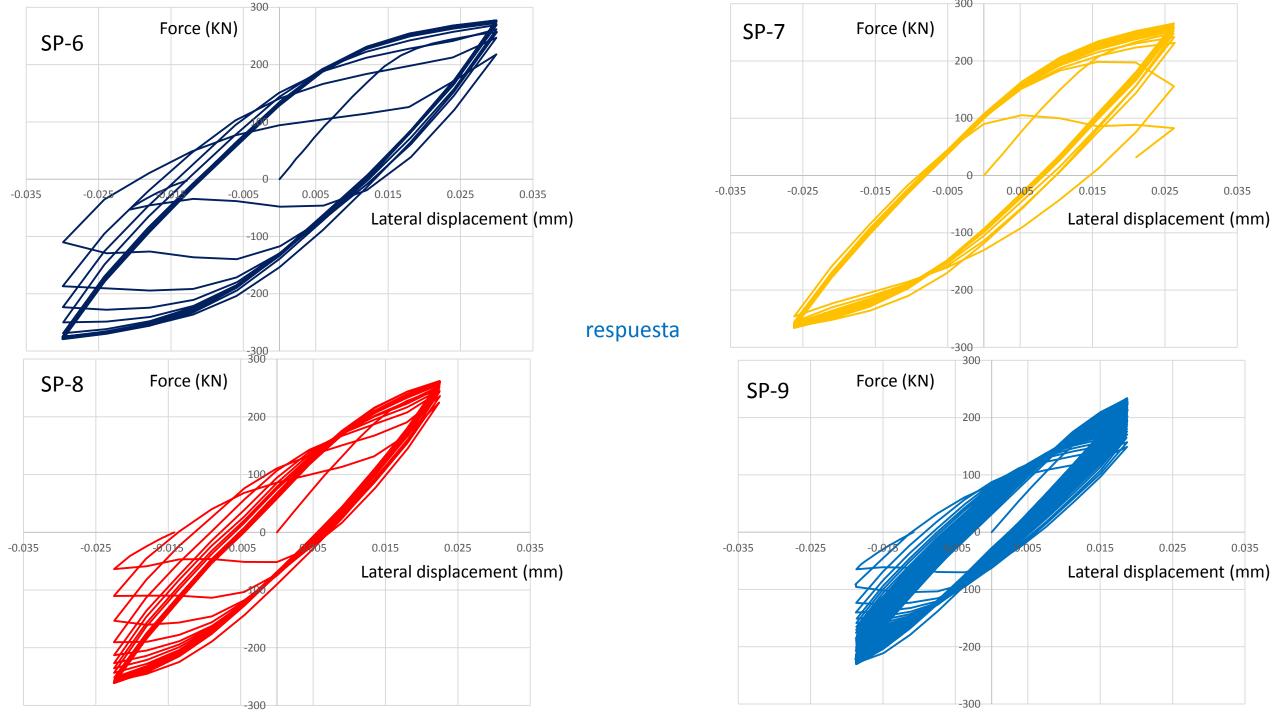


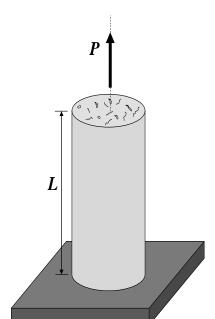
Fig. 2. Sketch and general view of the experimental setup and the specimen.

### Ensayos de amplitud constante: solicitación









# Efecto de cierre de fisura (Ladeveze, Lemaitre)

$$\omega = \frac{A_d}{A} \qquad \overline{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - a}$$

### Hipótesis de equivalencia en deformación

	Material intacto	Material dañado	
Ley de elasticidad	$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^p)$	$\overline{\sigma} = E(\varepsilon - \varepsilon^p)$	$\sigma = (1 - \omega)E(\varepsilon - \varepsilon^p)$
Función de fluencia	$f =  \sigma  - \sigma_{y}$	$f =  \overline{\sigma}  - \sigma_{y}$	$f = \left  \frac{\sigma}{1 - \omega} \right  - \sigma_y$

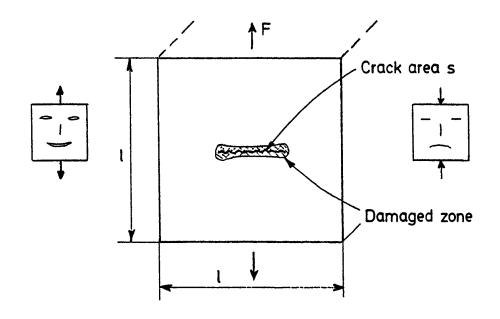


Fig. 2.15. Microcrack in quasiunilateral condition

$$\overline{\sigma} = \begin{cases} \frac{\sigma}{1-\omega} & \text{if } \sigma \ge 0 \\ \frac{\sigma}{1-h\omega} & \text{if } \sigma < 0 \end{cases} = \frac{\left<\sigma\right>_+}{1-\omega} + \frac{\left<\sigma\right>_-}{1-h\omega} \\ \frac{\sigma}{1-h\omega} & \text{constante de cierre de fisura} \end{cases}$$

$$\{\mathbf{\varepsilon}\}_b - \{\mathbf{\varepsilon}^p\}_b = [\mathbf{F}(\mathbf{D})]\langle \mathbf{\sigma} \rangle_b^+ + [\mathbf{F}(h\mathbf{D})]\langle \mathbf{\sigma} \rangle_b^-$$

$$[\mathbf{F}(h\mathbf{D})] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-hd_i)} & \frac{-L}{6EI} & 0\\ \frac{-L}{6EI} & \frac{L}{3EI(1-hd_j)} & 0\\ 0 & 0 & \frac{L}{AE} \end{bmatrix}$$

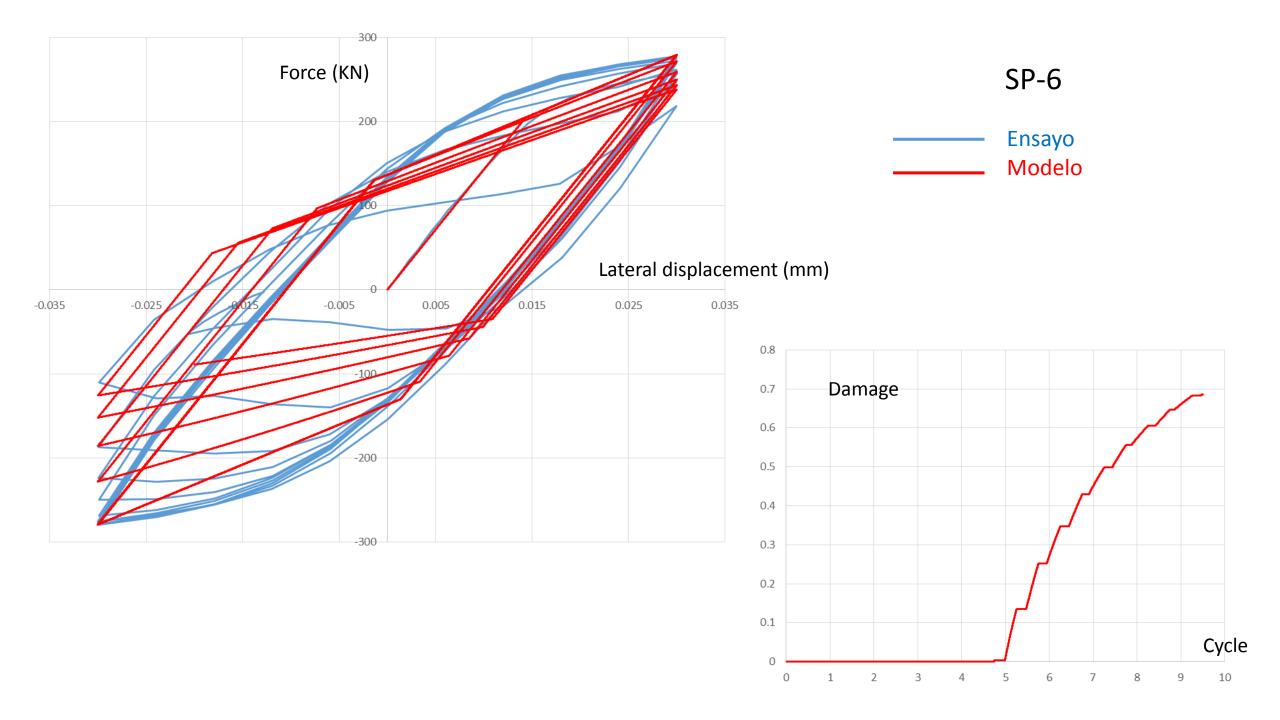
Ley de elasticidad (degradación de rigidez unilateral)

$$f_{i} = Max \left( \frac{m_{i}}{1 - d_{i}} - C\phi_{i}^{p}, \frac{-m_{i}}{1 - hd_{i}} + C\phi_{i}^{p} \right) - M_{p} \le 0$$

Función de fluencia de la rótula *i* (degradación de resistencia unilateral)

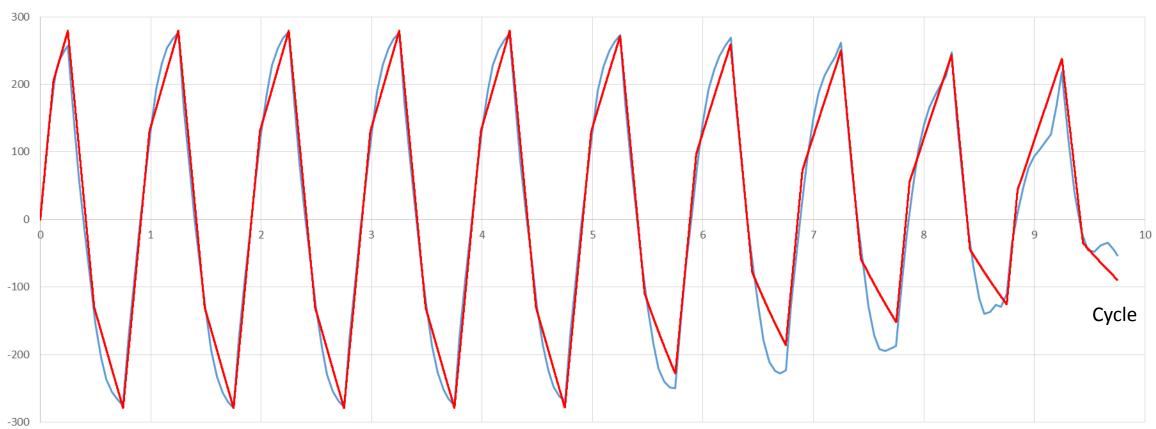
$$(1 - d(N))^{-\alpha\beta} \int_0^N \left( \frac{\dot{p}(t)}{2\phi_{cr}} \right)^{-\beta} dt = 1$$

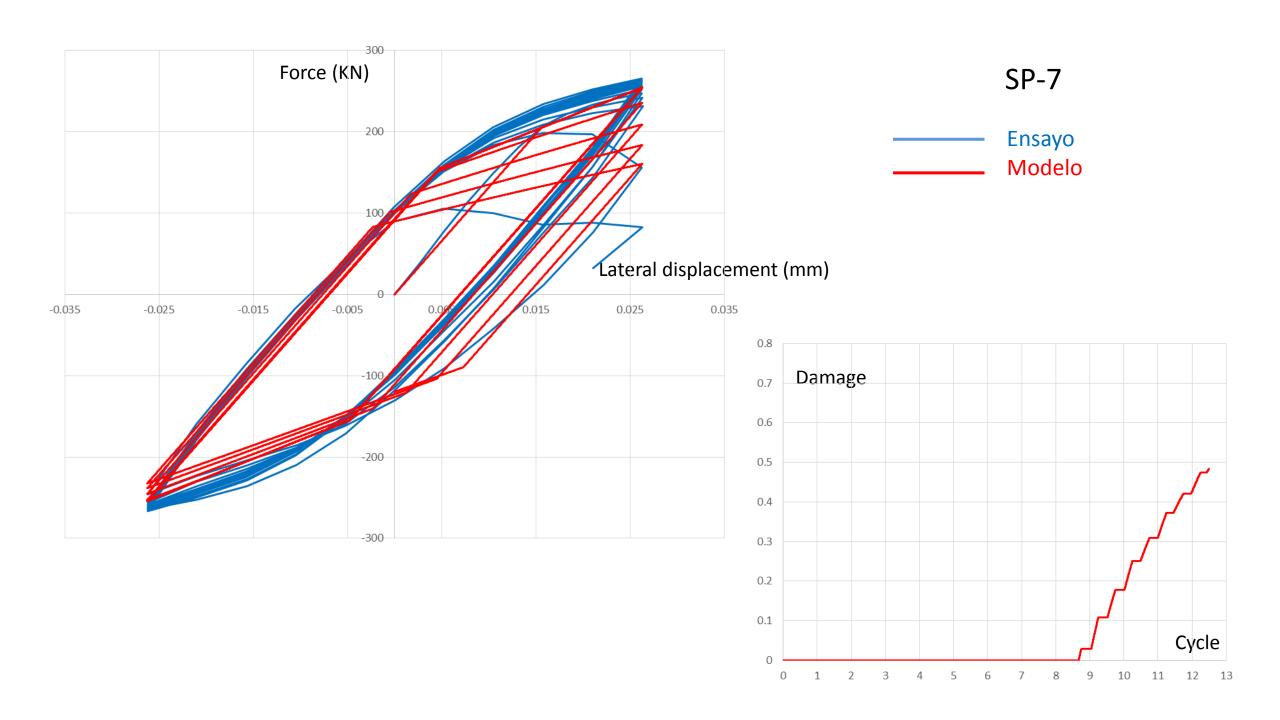
Ley de daño de la rótula *i* (Solicitaciones no estacionarias)



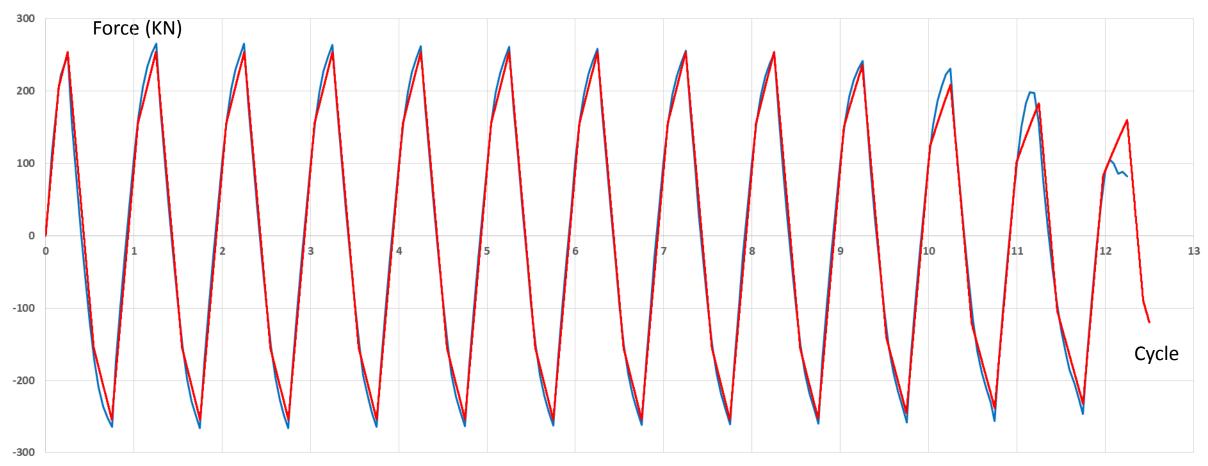


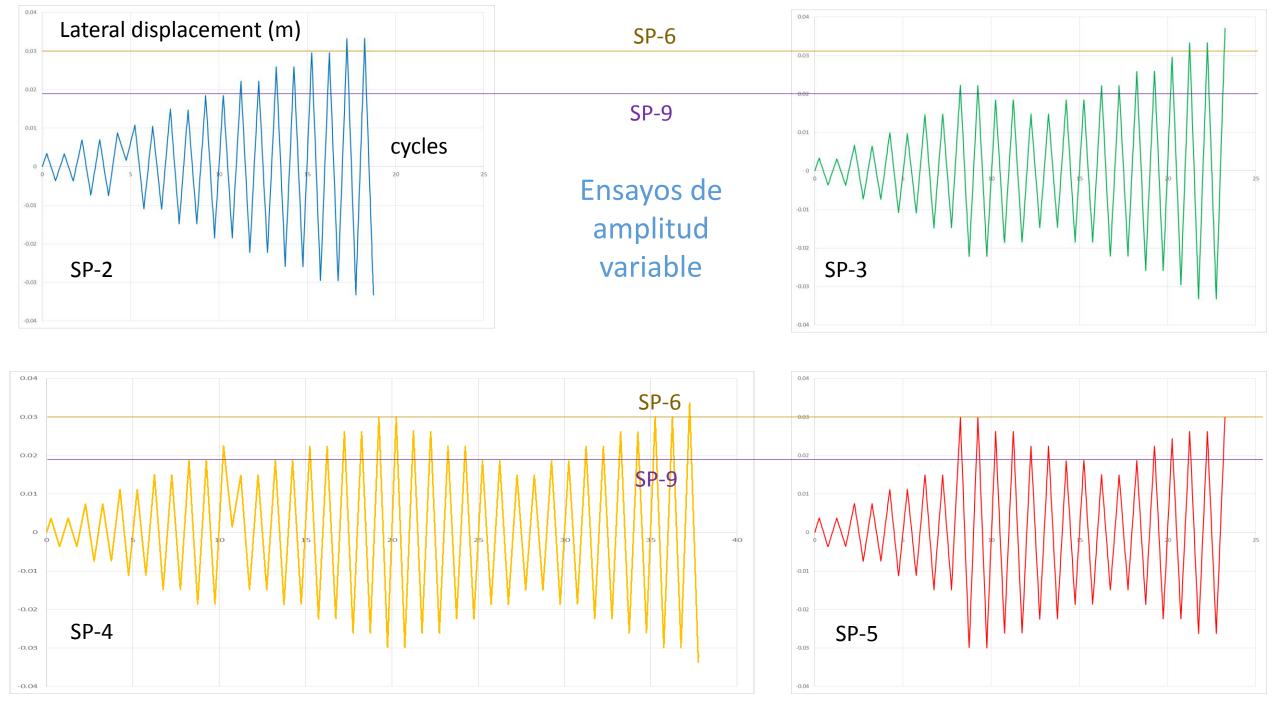


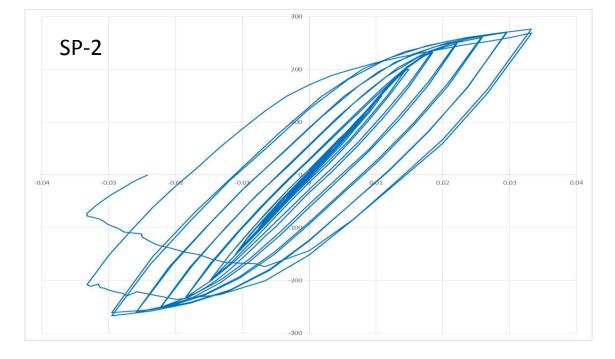


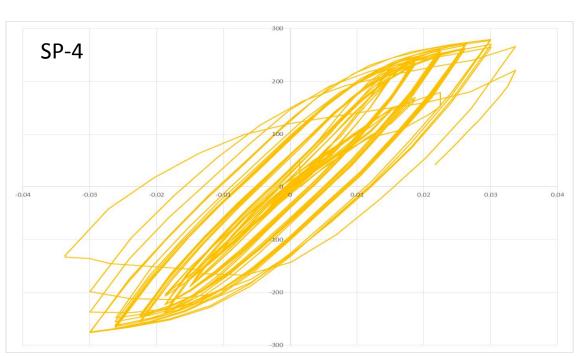


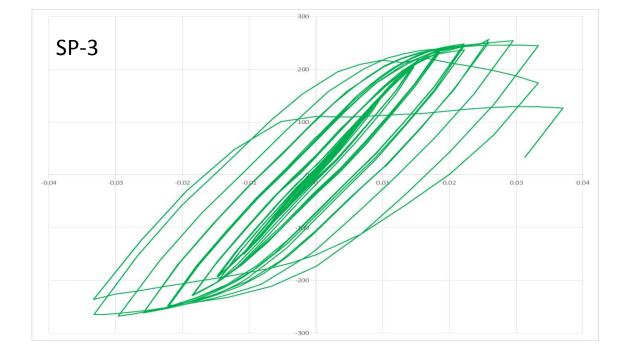


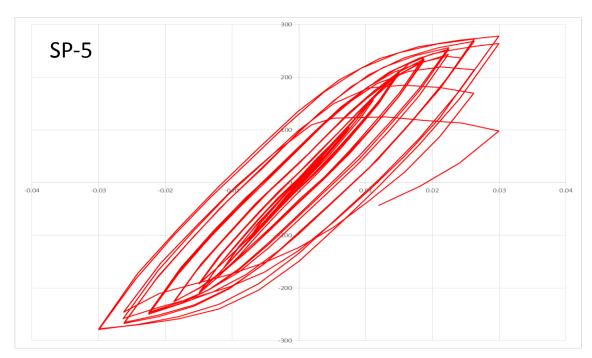


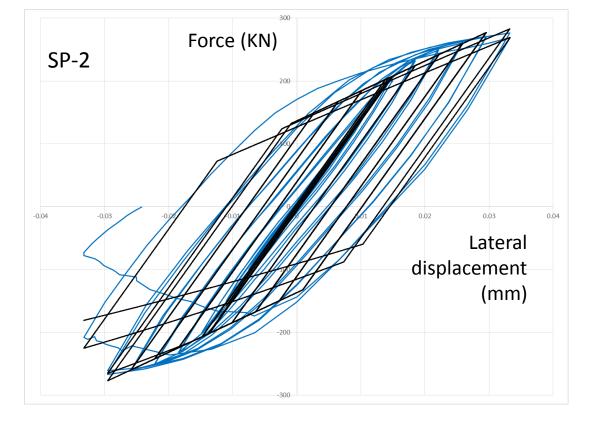


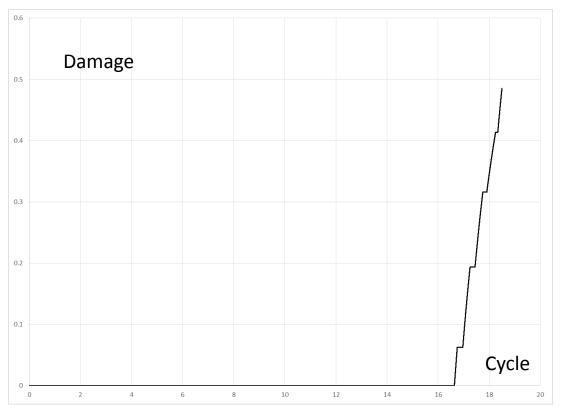


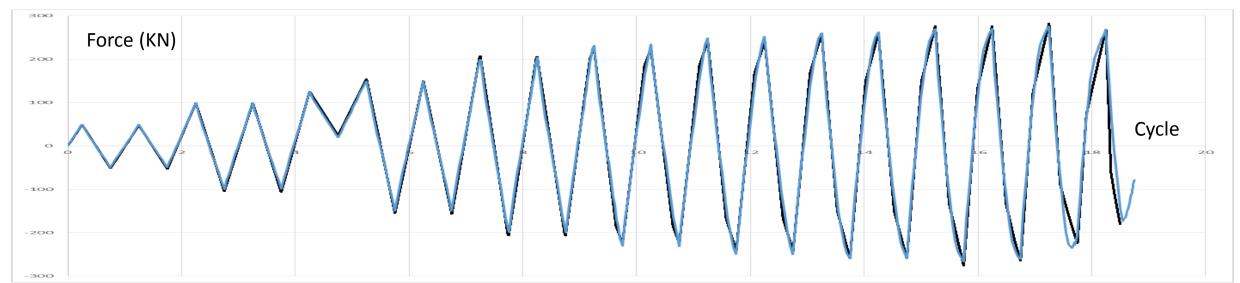


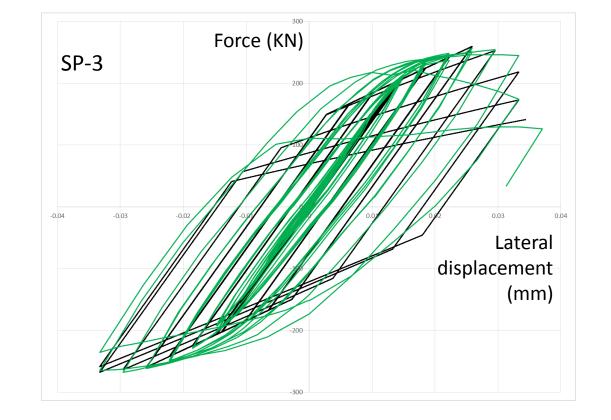


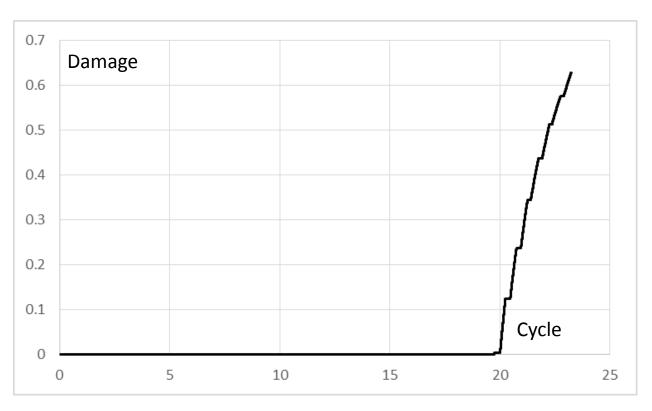


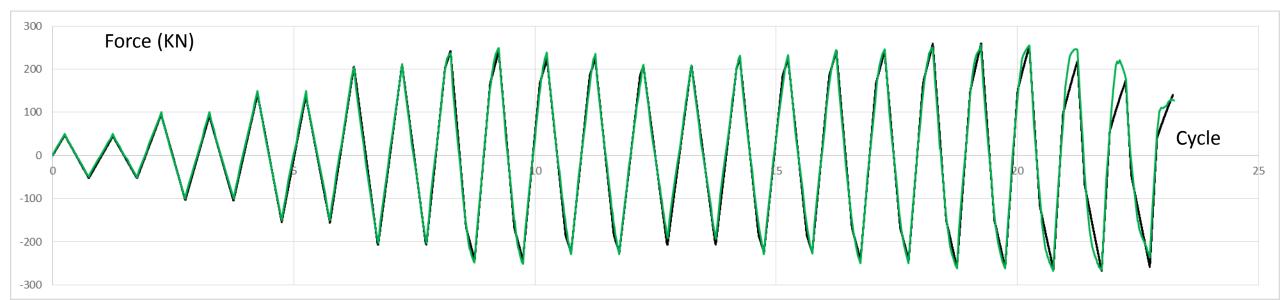


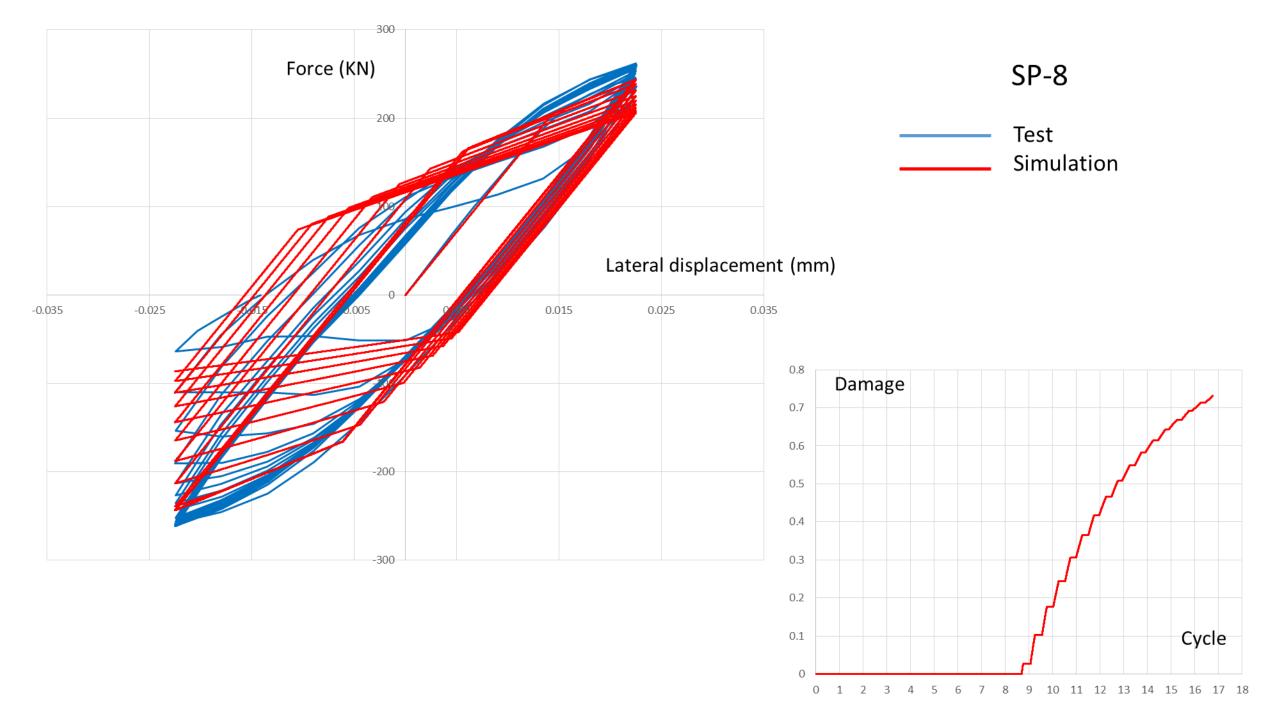




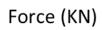


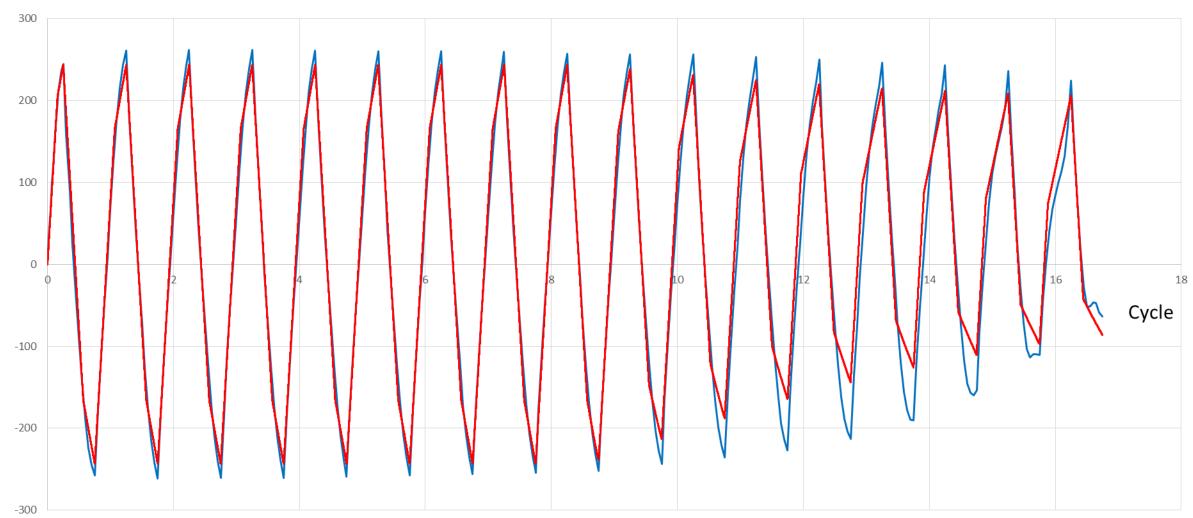


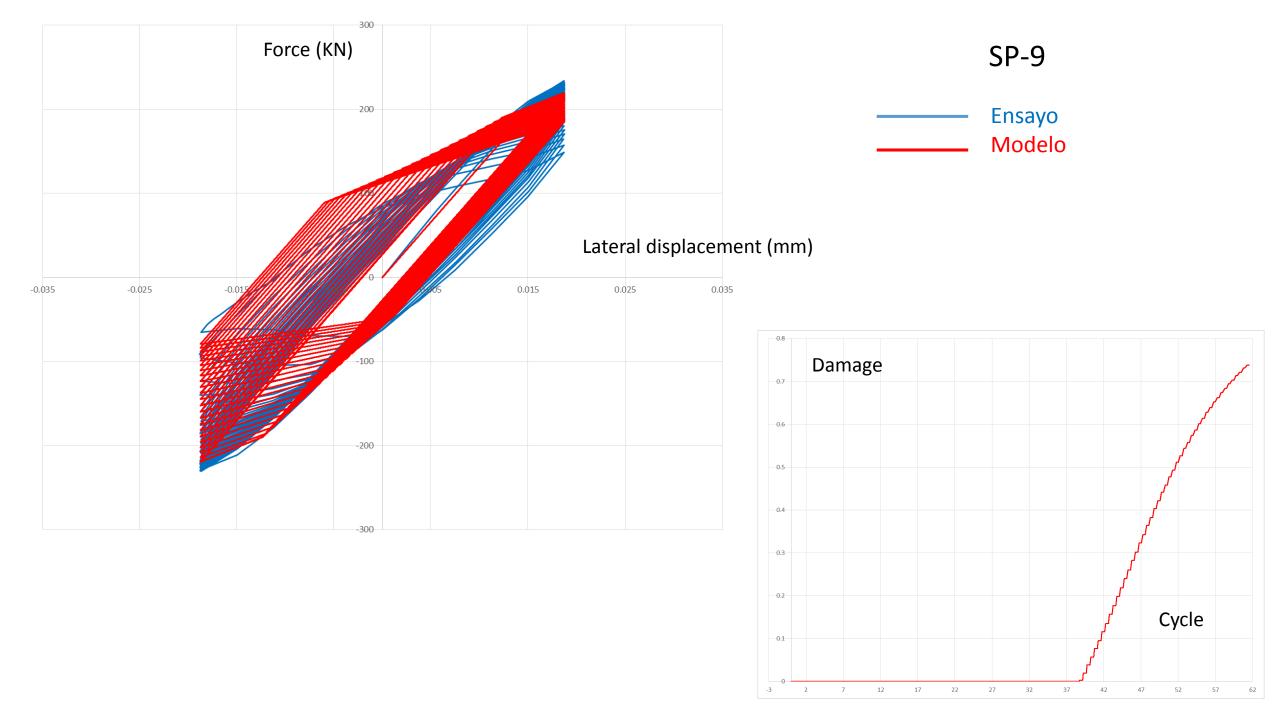


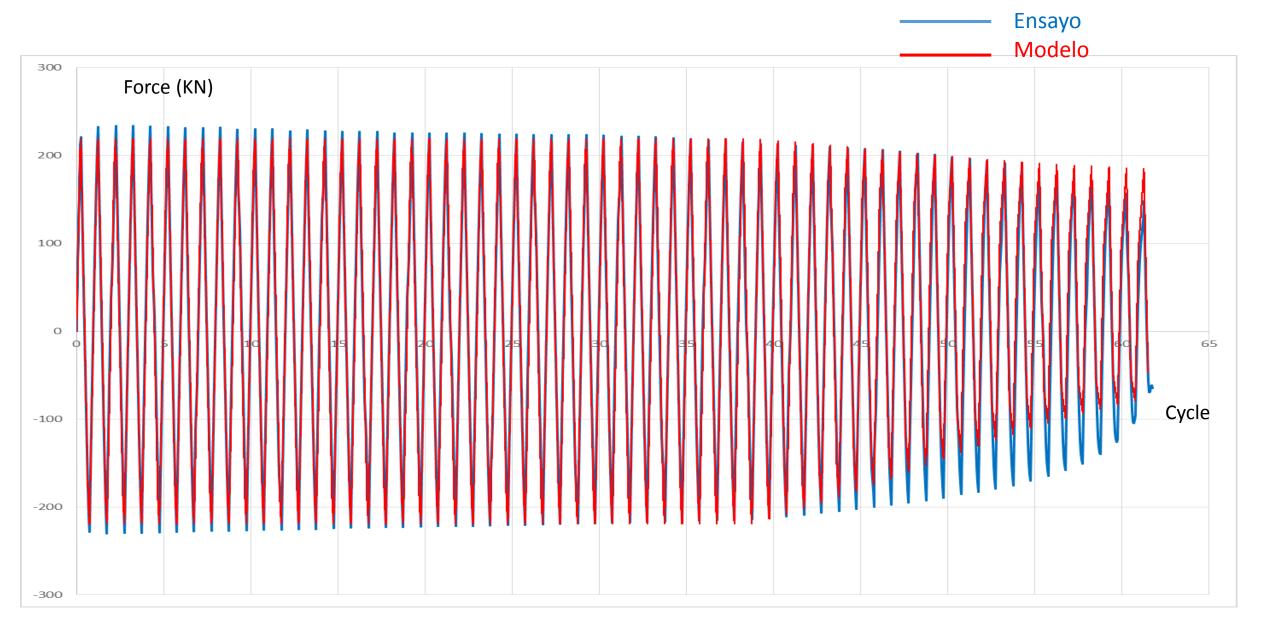


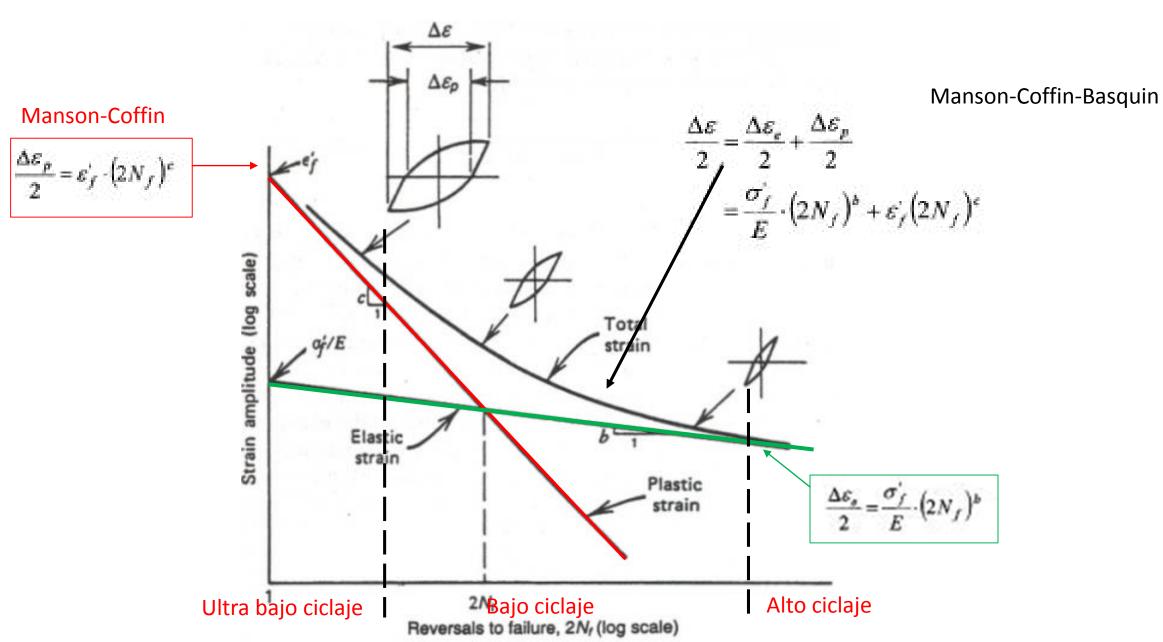
Test
Simulation











https://uwaterloo.ca/fatigue-stress-analysis-lab/research-areas/energy-based-fatigue-life-model-proportional-and

Mecanismos de colapso en estructuras de acero

Modelado del pandeo local

Modelado de la propagación de fisuras bajo solicitaciones de fatiga de ultra bajo ciclaje

Observaciones finales

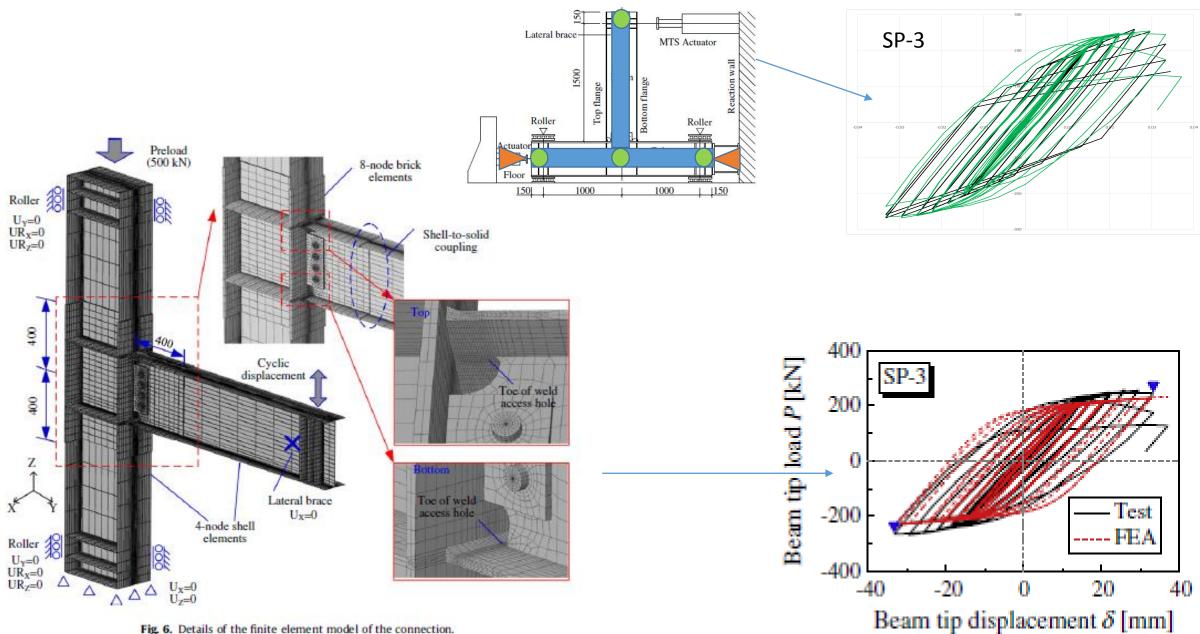
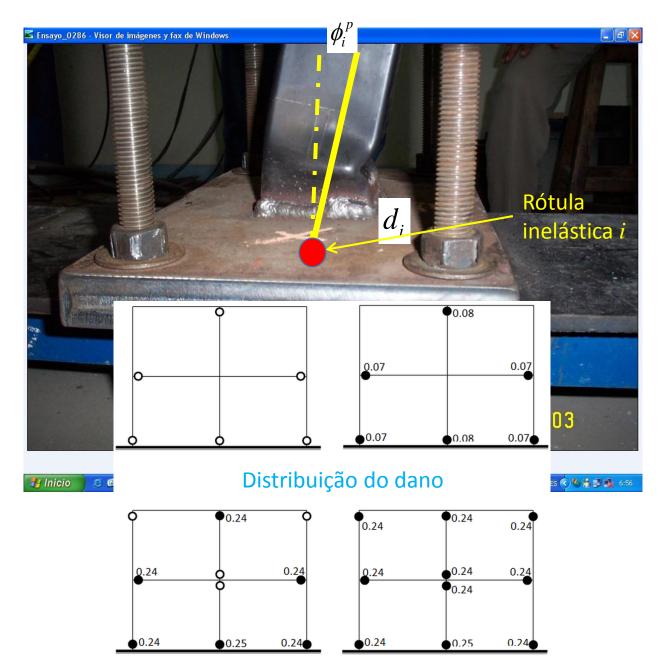


Fig. 6. Details of the finite element model of the connection.



- O Plastic hinges with no damage
  - Plastic hinges with local buckling

