

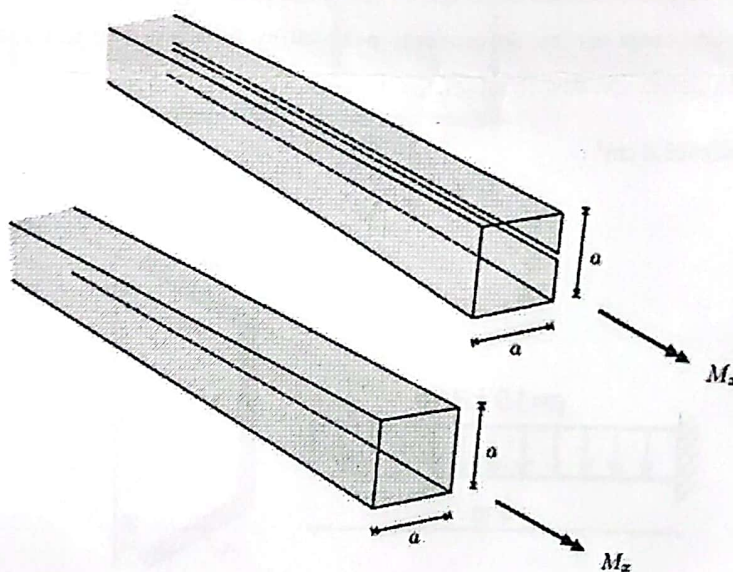
Examen de Mecánica Estructural – 30 de Julio de 2024

Comentarios previos:

- El estudiante cuenta con cuatro horas para realizar de este examen.
- Procure, en la medida de lo posible, realizar los diferentes ejercicios en hojas separadas.

Teórico 1

- Enunciar las hipótesis de la teoría de torsión de Saint Venant.
- Demostrar la fórmula de su campo de desplazamientos, indicando dónde se utiliza cada una de las hipótesis. Deducir el campo de tensiones.
- A partir del campo de tensiones encontrado, deducir la fórmula $M_t = G\theta J$, indicando qué representan cada uno de sus componentes. Determinar la expresión de J y analizar qué sucede si la sección tiene simetría de revolución.
- Comparar el comportamiento torsional con respecto a la máxima tensión rasante y el barrenado para un mismo momento torsor M_x de las siguientes secciones:



Teórico 2

- Enunciar todas las hipótesis de trabajo y demostrar la siguiente fórmula correspondiente al pandeo de los pórticos de nudos indesplazables:

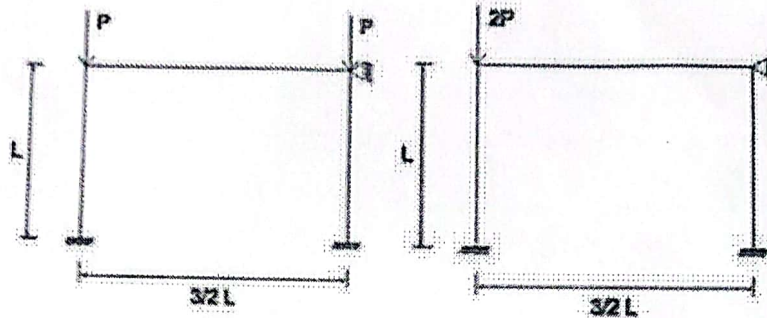
$$\Psi_A \Psi_B (C^2 - S^2) + 2(\Psi_A + \Psi_B)C + 4 = 0$$

- Justificar el valor que toma el coeficiente Ψ_A , cuando en el nudo A se tiene:

1/5

i) un empotramiento, ii) un apoyo simple.

Determinar la carga crítica de pandeo de los pórticos de la figura utilizando la expresión de las fórmulas aproximadas.



Práctico 1:

Se dimensiona la viga en ménsula de la Figura 1 ($E=210 \text{ GPa}$, $\nu=0.3$) con la sección indicada en la Figura 2, para una carga vertical descendente $p=10 \text{ kN/m}$. Para este ejercicio asuma que las restricciones de alabeo son despreciables. Las dimensiones de la sección están en cm.

Considerar $I_z=22653.8 \text{ cm}^4$

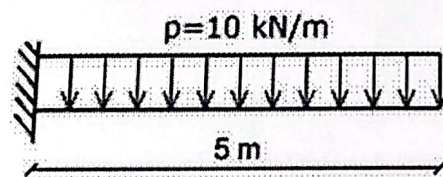


Figura 1

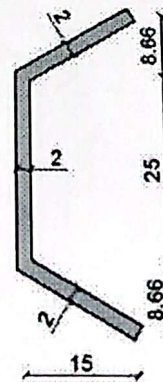


Figura 2

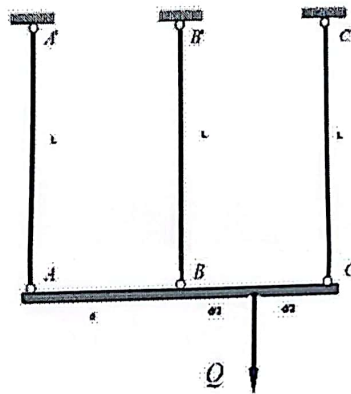
- Ubicar el centro de corte de la sección.
- Si la carga estuviera aplicada en el alma del perfil, determinar los diagramas de solicitaciones.
- Hallar y graficar la distribución de tensiones rasantes por cortante en el empotramiento.
- Hallar y graficar la distribución de tensiones rasantes por momento torsor en el empotramiento.

- e) Hallar y graficar la distribución de tensiones normales en el empotramiento.

Práctico 2:

La estructura de la figura, consiste en una viga horizontal ABC (que se supone rígida) soportada por tres barras idénticas (barras AA', BB' y CC') fabricadas con un material elastoplástico perfecto. La longitud de las barras es L , y su área transversal A ; el material tiene tensión de fluencia σ_n y módulo de elasticidad E . La longitud de la viga es $2d$ y soporta una carga Q en el punto medio del tramo BC.

- Determinar la carga Q_p para la cual una de las barras plastifica, y el correspondiente desplazamiento en el punto de aplicación de la carga.
- Determinar la carga Q_c de colapso de la estructura y el desplazamiento en el punto de aplicación de la carga inmediatamente anterior al colapso.
- Si en un instante inmediatamente anterior al colapso, se descarga totalmente la estructura determinar las tensiones y desplazamientos residuales.
- Trazar un diagrama carga desplazamiento donde se relacione la carga Q con el desplazamiento del punto de aplicación de la carga en todo el proceso.





HOJA DE FÓRMULAS

Tensiones en barras de eje recto por flexión, cortante y directa

Tensiones normales:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$

Tensiones rasantes:

$$q = - \left(\frac{\mu_z I_y - \mu_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} V_y + \frac{\mu_y I_z - \mu_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} V_z \right)$$

En secciones cerradas:

$$q_0 = - \frac{\oint \tau_a \frac{ds}{G}}{\oint \frac{ds}{eG}}$$

Torsión de Saint Venant

$$M_t = GJ \frac{d\phi_x}{dx} = G\theta J$$

En secciones abiertas de pared delgada:

$$\tau_{SV \max} = G\theta e$$

$$J = \sum \frac{1}{3} b_i e_i^3$$

En secciones cerradas de pared delgada:

$$M_t = 2qA$$

$$J = \frac{4A^2}{\oint \frac{1}{e} ds}$$

HOJA DE FÓRMULAS

Pandeo con Slope-Deflection

Ecuaciones de Slope-Deflection

$$M_A = \frac{EI}{L}(c\theta_A + s\theta_B) - \frac{EI}{L}(c + s)\frac{\Delta}{L}; \quad M_A = \frac{EI}{L}(4\theta_A + 2\theta_B) - 6\frac{EI}{L}\frac{\Delta}{L}$$

$$M_B = \frac{EI}{L}(s\theta_A + c\theta_B) - \frac{EI}{L}(c + s)\frac{\Delta}{L}; \quad M_B = \frac{EI}{L}(2\theta_A + 4\theta_B) - 6\frac{EI}{L}\frac{\Delta}{L}$$

Fórmulas simplificativas

Estructuras intraslacionales:

$$k = \frac{0.64 + 1.4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{1.28 + 2 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}$$

Estructuras traslacionales:

$$k = \sqrt{\frac{7.5 + 4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 1.6 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{7.5 + \psi_A + \psi_B}}$$

Plasticidad

Funcional de Colonnetti

$$F(Y) = \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \frac{N^2(Y)}{2EA} dx + \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} (\varepsilon_0 + \varepsilon_p) N(Y) dx$$

$$F(Y) = \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \frac{M^2(Y)}{2EA} dx + \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} (K_0 + K_p) M(Y) dx$$

Pandeo flexo-torsional

Para el caso $N=-P$, $q=0$:

$$EI_z v^{IV} + c_z \varphi'' P + v'' P = 0$$

$$EI_y w^{IV} - c_y \varphi'' P + w'' P = 0$$

$$EI_\Omega \varphi^{IV} - GJ \varphi'' + P \bar{r}_0^2 \varphi'' - c_y w'' P + c_z v'' P = 0$$

con:

$$\bar{r}_0^2 = c_y^2 + c_z^2 + \frac{I_y + I_z}{A}$$

5/5