

Examen de Física 2 - 14 de febrero de 2022

Justifique y explique claramente su trabajo.

Indique las unidades de las magnitudes en los resultados intermedios y finales.

Identifique y revise su trabajo antes de entregar. El examen consta de 3 ejercicios y dura 3 horas.

Para su aprobación se debe tener al menos un ejercicio entero bien y más de la mitad de los puntos

- Velocidad del sonido en el aire: $v_s = 343 \text{ m s}^{-1}$.
- Presión atmosférica: $P_0 = 101325 \text{ Pa}$
- Constante de los gases ideales: $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
- Calor específico del hielo: $c_h = 2093 \text{ J kg}^{-1}\text{°C}^{-1}$
- Calor específico del agua líquida: $c_a = 4200 \text{ J kg}^{-1}\text{°C}^{-1}$
- Calor latente de fusión para el agua: $L_f = 333 \text{ kJ kg}^{-1}$
- $0^\circ \text{C} = 273,15 \text{ K}$



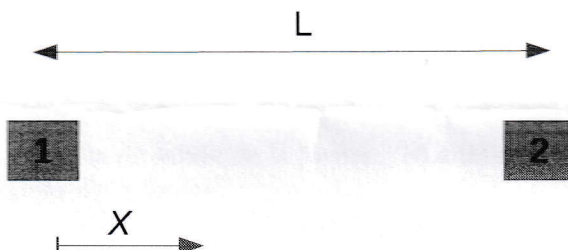
Ejercicio 1: Ondas (25 ptos)

Dos fuentes de ondas sonoras se disponen enfrentadas y separadas una distancia $L = 80 \text{ cm}$, como se muestra en la figura. Las ondas emitidas por ambas fuentes tienen igual número de onda y amplitud, de manera que las ondas de desplazamiento longitudinal pueden aproximarse como:

$$s_1(x, t) = s_0 \cos(kx - \omega t) \text{ y } s_2(x, t) = s_0 \cos(k(x - L) + \omega t),$$

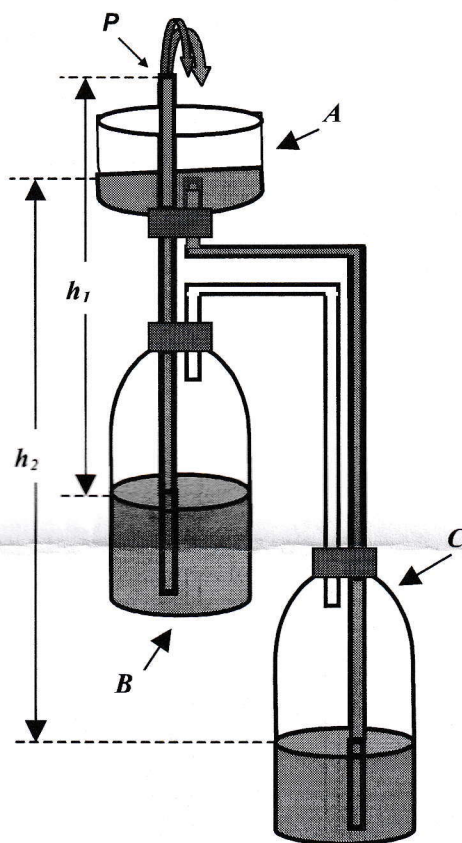
donde $s_1(x, t)$ y $s_2(x, t)$ corresponden a las ondas generadas por las fuentes 1 y 2 respectivamente. La coordenada x es la señalada en la figura.

- a) Si $k = 16,5 \text{ m}^{-1}$ determine para qué valores de la coordenada x , con $0 \leq x \leq L$, no se escucha sonido.
- b) Considere ahora que se coloca un detector entre ambas fuentes, ubicado a una distancia $d = 14 \text{ cm}$ de la fuente 1 y que el valor de k es variable. ¿Para qué frecuencias no se detecta sonido?
- c) Para la frecuencia más baja de las halladas en la parte anterior ¿a qué velocidad debe moverse el detector, entre $x = 0$ y $x = L$, para captar una diferencia de frecuencias de 1.2 Hz ?



Puede ser útil la relación:

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right).$$



Ejercicio 2: Fluidos (Fuente de Herón) (25 pts)



La figura muestra una realización de la fuente de Herón.

La fuente consta de tres partes: una taza A, donde está la salida de la fuente, y dos recipientes B y C parcialmente llenos de agua. Las piezas se conectan con dos mangueras flexibles como se muestra en la figura: la taza A con el vaso inferior C y el vaso C con el vaso superior B. La taza A se mantiene sobre el recipiente superior B, donde la salida de la fuente se conecta con el recipiente B a través de un tubo rígido. Los diámetros de las mangueras flexibles y el tubo rígido son despreciables respecto a los diámetros de los recipientes y la taza.

Inicialmente, la manguera AC está cerrada, la boquilla P de salida de la fuente también está cerrada, y la presión del aire en ambos recipientes B y C es igual a la presión atmosférica.

- Se abre la manguera AC: ¿cuál es la presión del agua a la salida de la boquilla P de la fuente?
- Ahora además se abre la boquilla de salida de la fuente: ¿cuál es la velocidad del chorro de agua que sale de la boquilla P del tubo de la fuente?

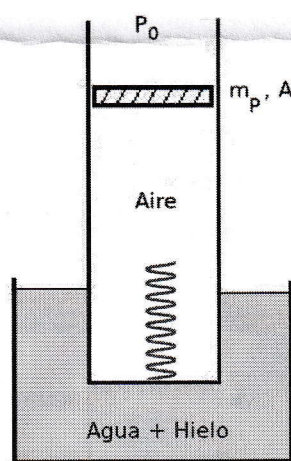
Expresa sus resultados en función de ρ , g , h_1 y h_2 .

Ejercicio 3: Termodinámica (50 pts)

Un cilindro de sección $A = 0,2 \text{ m}^2$ con un pistón de masa $m_p = 230 \text{ kg}$ contiene aire, que puede modelarse como un gas ideal diatómico. Dentro del cilindro, sujeto a su base, se encuentra un resorte con longitud natural $l_0 = 25 \text{ cm}$ y constante elástica desconocida, como se observa en la figura. El dispositivo se encuentra en un ambiente a presión atmosférica P_0 . Inicialmente el pistón está a una altura $h_1 = 30 \text{ cm}$, medida respecto a la base del cilindro, y el aire se encuentra en equilibrio termodinámico a una temperatura $T_1 = 600^\circ\text{C}$.

El dispositivo se pone en contacto térmico con una mezcla a 0°C de $m_h = 20 \text{ g}$ de hielo y $m_a = 80 \text{ g}$ de agua líquida, hasta que se alcanza el equilibrio térmico (estado final). El equilibrio térmico se alcanza cuando la temperatura del aire llega a los 20°C . Asuma que el aire y la mezcla de hielo y agua solo intercambian calor entre ellos.

Se asume que el pistón se puede desplazar sin rozamiento y que el proceso es cuasiestático.

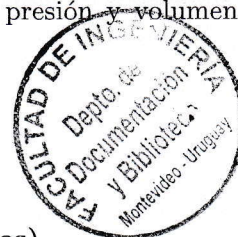


- Demuestre que el pistón llega a tocar el resorte antes de alcanzar el estado final.
- Determine el calor total intercambiado entre el aire y la mezcla de hielo y agua durante todo el proceso.
- Determine, por un lado, el calor intercambiado por el aire, su cambio de energía interna y el trabajo realizado sobre el aire durante el proceso que ocurre antes de que el pistón alcance el resorte y, por otro lado, durante el proceso con resorte.

En lo que sigue del ejercicio, asuma que al alcanzar el equilibrio térmico el resorte se comprimió hasta tener un largo de aproximadamente $11,926 \text{ cm}$.

- Realice el diagrama P-V del proceso que sigue el aire, indicando presión y volumen de los estados relevantes y las isotermas asociadas a ellos.
- Calcule el cambio de entropía del universo para todo el proceso.

(Las partes a+b+c suman 25 pts, y las partes d+e otros 25 pts)



Solución - Examen de Física 2 - 14 de febrero de 2022

Ejercicio 1: Ondas

Por el principio de superposición sabemos que la onda resultante es $s(x, t) = s_1(x, t) + s_2(x, t)$. Usando que $\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$, obtenemos:

$$s(x, t) = 2s_0 \cos\left(kx - \frac{kL}{2}\right) \cos\left(\frac{kL}{2} - \omega t\right). \quad (1)$$

- a) Los puntos donde no se escucha sonido corresponden a aquellos puntos x tales que $s(x, t) = 0$, esto es equivalente a

$$\cos\left[k\left(x - \frac{L}{2}\right)\right] = 0, \quad (2)$$

cuya solución es:

$$x_n = \frac{(2n+1)\pi}{2k} + \frac{L}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (3)$$

Para $0 \leq x \leq L$ hay cuatro puntos donde hay silencio: $x_{-2} = 11,44$ cm, $x_{-1} = 30,48$ cm, $x_0 = 49,52$ cm y $x_1 = 68,56$ cm.

- b) En esta parte conocemos el valor de x para el cual hay un mínimo de interferencia, pero el valor de k ya no está fijo. Usando que $x = d$ y a partir de la ecuación 2 es posible hallar aquellos valores de k para los cuales hay un mínimo de interferencia:

$$k_n = \frac{2n+1}{2(d-L/2)}\pi, \quad (4)$$

y puesto que $k_n > 0$ y $d - L/2 < 0$, el parámetro n solo puede tomar valores negativos: $n = -1, -2, \dots$. Usando que $k = 2\pi/\lambda$ y que $\lambda f = v_s$ podemos determinar aquellas frecuencias para las cuales no se escucha sonido:

$$f_n = \frac{2n+1}{4(d-L/2)}v_s = -330(2n+1)\text{Hz}, \quad n = -1, -2, \dots \quad (5)$$

- c) Debido a que el detector está en movimiento, este detecta los siguientes valores de frecuencia:

$$f_A = f_{-1} \frac{v_s - v}{v_s}, \quad \text{con respecto de la fuente a la que el detector se aleja} \quad (6)$$

$$f_B = f_{-1} \frac{v_s + v}{v_s}, \quad \text{con respecto de la fuente a la que el detector se acerca.} \quad (7)$$

En consecuencia,

$$f_B - f_A = 2f_{-1} \frac{v}{v_s}, \quad (8)$$

y por lo tanto $v = 0,62$ m/s.

Ejercicio 2: Fluidos

a) Cuando llenas el vaso A con agua, el agua del vaso A fluye hacia el vaso inferior C, que contiene aire y produce la presión hidrostática adicional $P_2 = \rho gh_2$, donde ρ es la densidad del agua. De acuerdo con el principio de Pascal, esta presión adicional se transmite sin disminución en todas las direcciones y, por lo tanto, al aire dentro del recipiente C. Como resultado, esta presión fuerza un aire confinado hacia arriba desde el recipiente C al recipiente superior B. El aire forzado del recipiente inferior C aprieta el aire en el recipiente superior B y fuerza el chorro de agua fuera del tubo superior de la fuente.

En este momento la presión hidrostática en el recipiente superior B es igual $P_1 = \rho gh_1$. Así, la presión del agua en la fuente es la diferencia de las presiones hidrostáticas en los vasos C y B. Por lo tanto

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g(h_2 - h_1)$$

En otras palabras, la presión ΔP comprime el aire en el recipiente superior B e impulsa la fuente.

b) Apliquemos el Principio de Bernoulli para el agua en el depósito A y una corriente de agua de la boquilla P. La energía potencial de una unidad de volumen de agua en el nivel del depósito A y el boquilla son respectivamente ρgh_2 and ρgh_1 , y las energías cinéticas son respectivamente cero y $\frac{1}{2}\rho v^2$. Así tenemos de la ecuación de Bernoulli

$$P_0 + \rho \frac{1}{2}v^2 + \rho gh_1 = P_0 + \rho gh_2$$

donde P_0 es la presión atmosférica. La velocidad de la corriente de agua desde la boquilla del tubo de la fuente P se puede encontrar fácilmente a partir de las ecuaciones previas como

$$v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$

Derivando esta ecuación asumimos que un aire confinado es incompresible y despreciamos la fricción. Por supuesto, la velocidad real del agua desde la boquilla P será menor que la dada por la ecuación.

Ejercicio 3: Termodinámica

- a) Estado inicial (estado 1):
 $h_1 = 0,30 \text{ m}$, $A = 0,2 \text{ m}^2$
 $T_1 = 600^\circ\text{C} = 873,15\text{K}$
 $V = h_1 A = 0,06\text{m}^3$



Realizando el balance de fuerzas sobre el pistón:

$$P_0 A + m_p g = P_1 A \quad (9)$$

Donde P_1 es la presión inicial del gas, el pistón se mueve cuasiestáticamente, por lo tanto la presión debe ser constante durante el trayecto previo a tocar el resorte. De la ecuación 9 obtengo $P_1 = 112595 \text{ Pa}$.

Llamaremos estado 2 al estado en el cual el pistón está a punto de tocar el resorte.

En el estado 2 tengo $V_2 = l_0 A = 0,05\text{m}^3$. Usando la ecuación de gases ideales para el estado inicial y el estado 2 y usando que $P_1 = P_2$ ya que la presión se mantiene constante tenemos:

$$T_2 = V_2 T_1 / V_1 \quad (10)$$

La temperatura en el estado 2 es $T_2 = 727,63\text{K}$. Esta temperatura es mayor a la del estado final $T_f = 293,15\text{K}$, lo cual quiere decir que el pistón llega a tocar el resorte antes de llegar al estado final.

- b) Debido a que el gas y la mezcla de agua y hielo solo intercambian calor entre ellos tenemos que: $Q_g + Q_m = 0$. Donde Q_g es el calor intercambiado por el gas en la totalidad del proceso y Q_m es el calor intercambiado por la mezcla de agua y hielo. Tenemos que:

$$Q_m = m_h L_f + (m_h + m_a) c_a (T_f - T_{i,m}) \quad (11)$$

Donde $T_{i,m}$ es la temperatura inicial de la mezcla de hielo y agua. Como se observa en la ecuación 11 el intercambio de calor tiene una parte a temperatura constante (mientras se derrite el hielo) y otra parte donde la temperatura del agua varía.

Se obtiene que el calor intercambiado por el gas en todo el proceso es $Q_g = -15060\text{J}$.

- c) Antes de que alcance el resorte, proceso isobaro.

Utilizando la primera ley de la termodinámica y el calor y el trabajo para un proceso isobaro se obtiene:

$$Q_{AR} = \frac{7}{2} n R (T_2 - T_1) \quad (12)$$

$$W_{AR} = -P_1 (V_2 - V_1) \quad (13)$$

$$\Delta U_{AR} = W_{AR} + Q_{AR} \quad (14)$$

Obtenemos: $Q_{AR} = -3941\text{J}$, $W_{AR} = 1126\text{J}$, $\Delta U_{AR} = -2815\text{J}$

Durante el proceso con el resorte.

Utilizando la primera ley de la termodinámica y el hecho de que el calor total intercambiado debe ser igual a la suma de los calores intercambiados antes y después del resorte se obtiene:

$$\Delta U_{AR} = \frac{5}{2} n R (T_f - T_2) \quad (15)$$

$$Q_{DR} = Q_g - Q_{AR} \quad (16)$$

$$W_{DR} = \Delta U_{DR} - Q_{DR} \quad (17)$$

Obtenemos: $Q_{DR} = -11119\text{J}$, $W_{DR} = 2715\text{J}$, $\Delta U_{DR} = -8404\text{J}$

- d) El proceso que realiza el pistón está representado en el siguiente diagrama:

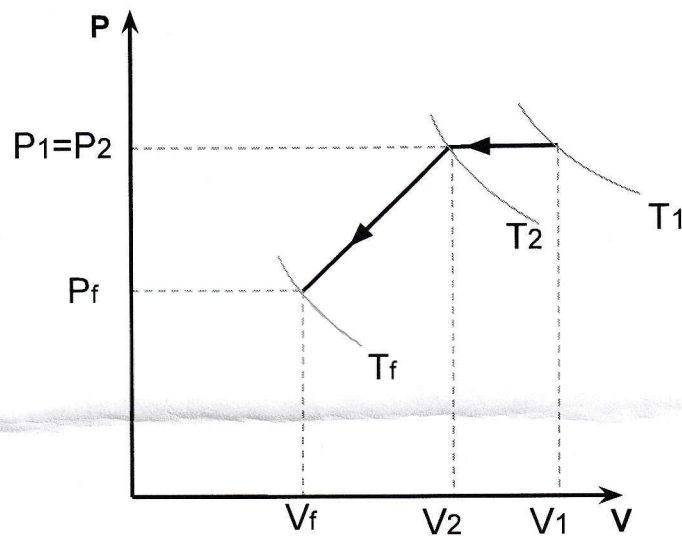


Diagrama P-V

Lo que resta por calcular son el volumen y la presión final, la letra nos dice que $V_f = (0,11926m)A = 0,024m^3$, usando la ley de los gases ideales tenemos que:

$$P_f = nRT_f/V_f \quad (18)$$

En la siguiente tabla se resumen las variables importantes en el proceso:

Estado	V (m ³)	P(Pa)	T (K)
1	0.06	112595	873.15
2	0.05	112595	727.63
final	0.024	94506	293.15



- e) La entropía del gas se calcula utilizando un proceso isobaro primero (que va desde V_1 hasta V_f y luego uno isocoro que va desde P_1 hasta P_f).

$$\Delta S_{gas} = \frac{7}{2}nR \ln \left(\frac{V_f}{V_1} \right) + \frac{5}{2}nR \ln \left(\frac{P_f}{P_1} \right) = -28,2 \text{ J/K} \quad (19)$$

$$\Delta S_{mezcla} = \frac{m_h L_f}{T_{i,m}} + (m_h + m_a) c_a \ln \left(\frac{T_f}{T_{i,m}} \right) = 54,1 \text{ J/K} \quad (20)$$

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{mezcla} + \Delta S_{gas} = 25,9 \text{ J/K} \quad (21)$$