

Problema 1

Como proyecto final de grado, un estudiante de ingeniería está diseñando una planta de valorización de suero proveniente de la industria quesera. El proceso principal se compone de cuatro etapas sucesivas: recepción del suero, pasteurización, separación y concentración. Para viabilizar el proyecto, el estudiante debe encargarse del dimensionamiento crítico de todas las conducciones y sistemas de impulsión de la planta.

Sección A: Recepción y descarga de materia prima

En la primera instancia del proyecto, se deben evaluar y seleccionar las bombas adecuadas para la descarga de los camiones cisterna que llegan diariamente con el suero. Cada camión tiene una capacidad de 30 m^3 y, para garantizar una operación fluida en la planta, se ha establecido como restricción que el tiempo de descarga no supere una hora por camión.

Pregunta 1: Un compañero de estudios ha buscado en un catálogo comercial varias bombas centrífugas de diseño higiénico (requeridas para este tipo de servicio alimentario). Utilizando los datos del catálogo adjunto, verifique si alguna de las opciones cumple con todas las condiciones operativas requeridas. Justifique técnicamente cuál instalaría o, en caso negativo, por qué ninguna es apta.

Sección B: Sistema de limpieza en sitio

Por tratarse de una planta que procesa alimentos se tienen consideraciones especiales respecto al diseño de la misma, entre ellas la necesidad de limpiar las conducciones del proceso. Para esto se utiliza un sistema de limpieza en sitio (CIP) el cuál mediante el control automatizado de una serie de válvulas y bombas permite realizar el lavado interno con agentes químicos (ácidos y bases) de las tuberías y equipos de proceso.

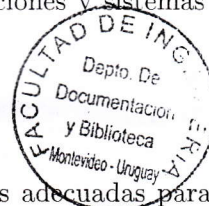
Pregunta 2: Se prevé el uso de acero inoxidable para todos los caños y accesorios que se utilicen. ¿Cuál es el motivo de esto? ¿Qué tipo de uniones se recomiendan y por qué?

Sección C: Sistema de captación y suministro primario

Finalmente, el estudiante debe analizar la fuente de agua de la planta, la cual se extrae de pozos subterráneos ubicados en el predio, pero a cierta distancia de los edificios de producción. El sistema de captación actual cuenta con una bomba sumergible multietapa (Wortex ST 60 14-4 HP) instalada en el pozo profundo, conectada en serie con una bomba centrífuga en la superficie (Saer BP-4) que complementa el bombeo. Existe además un filtro de sólidos a la salida de la bomba que se encuentra en la superficie. La bomba de superficie está equipada con un variador de frecuencia acoplado a un bucle de control automatizado para regular el caudal extraído, fijando el mismo en $13 \text{ m}^3/\text{h}$.

El agua captada se alimenta a un tanque pulmón desde el cuál se alimenta al proceso de tratamiento de agua.

Pregunta 3: Explique bajo qué condiciones operativas del sistema la bomba de superficie trabajará a su menor valor de frecuencia de giro. A partir de los datos hidráulicos del sistema, determine analíticamente dicho valor de frecuencia mínima. Adicionalmente, determine la potencia eléctrica que demanda el sistema completo de bombeo cuando la bomba de superficie opera a mínima frecuencia. (Puede considerar despreciable los efectos de cavitación en esta sección).



Datos adicionales

Sección A:

- Conducción de acero inoxidable Sch. 40: $\epsilon = 8 \times 10^{-7}$ m, $\Phi = 2 \frac{1}{2}$ ", $L_{eq} = 35$ m, $L_{eq, succión} = 35\%$ de la longitud equivalente total.
- Tanque de almacenamiento aislado: $V = 60$ m³, carga a $z = 8$ m, $P = 1$ atm. La entrada de fluido al tanque no queda nunca sumergida.
- Camiones cisterna: $V = 30$ m³, $z_{\min} = 1,2$ m, $z_{\max} = 3,5$ m, $P = 1$ atm.
- Propiedades del suero: $\rho = 1030$ kg/m³, $\mu = 1 \times 10^{-3}$ Pa · s, $P_{\text{vap}} = 2300$ Pa.
- Bomba higiénica ubicada a nivel del suelo ($z = 0$ m).

Sección C:

- Conducción de acero comercial Sch. 40: $\Phi = 2$ ", $\epsilon = 5 \times 10^{-5}$ m.
- L_{eq} entre bomba sumergible y bomba superficial: $L_{eq, B1 \rightarrow B2} = 46$ m.
- L_{eq} entre bomba superficial y tanque (no incluye el filtro): $L_{eq, B2 \rightarrow \text{tanque}} = 150$ m.
- Tanque pulmón: carga a $z = 2$ m, venteado. La entrada de fluido al tanque no queda nunca sumergida.
- Filtro posterior a B2: $-\Delta P$ [Pa] = $10000 \times u$ [m/s].
- Propiedades del agua de pozo: $\rho = 998$ kg/m³, $\mu = 1 \times 10^{-3}$ Pa · s.
- Nivel de agua en el pozo: $z_{\min} = -50$ m, $z_{\max} = -45$ m.
- Bomba superficial ubicada a nivel del suelo ($z = 0$ m).
- Caudal de extracción (set-point del sistema de control): $Q = 13$ m³/h.
- Todos los gráficos de bombas presentes se encuentran a condiciones nominales de 50 Hz – 2900 rpm. La potencia representada en los gráficos corresponde a la potencia eléctrica y las eficiencias representadas corresponden a las totales.



Anexo de Curvas Características

Sección A: Ficha técnica de bombas centrífugas higiénicas (Bominox SANIX 01 - Modelo 221)

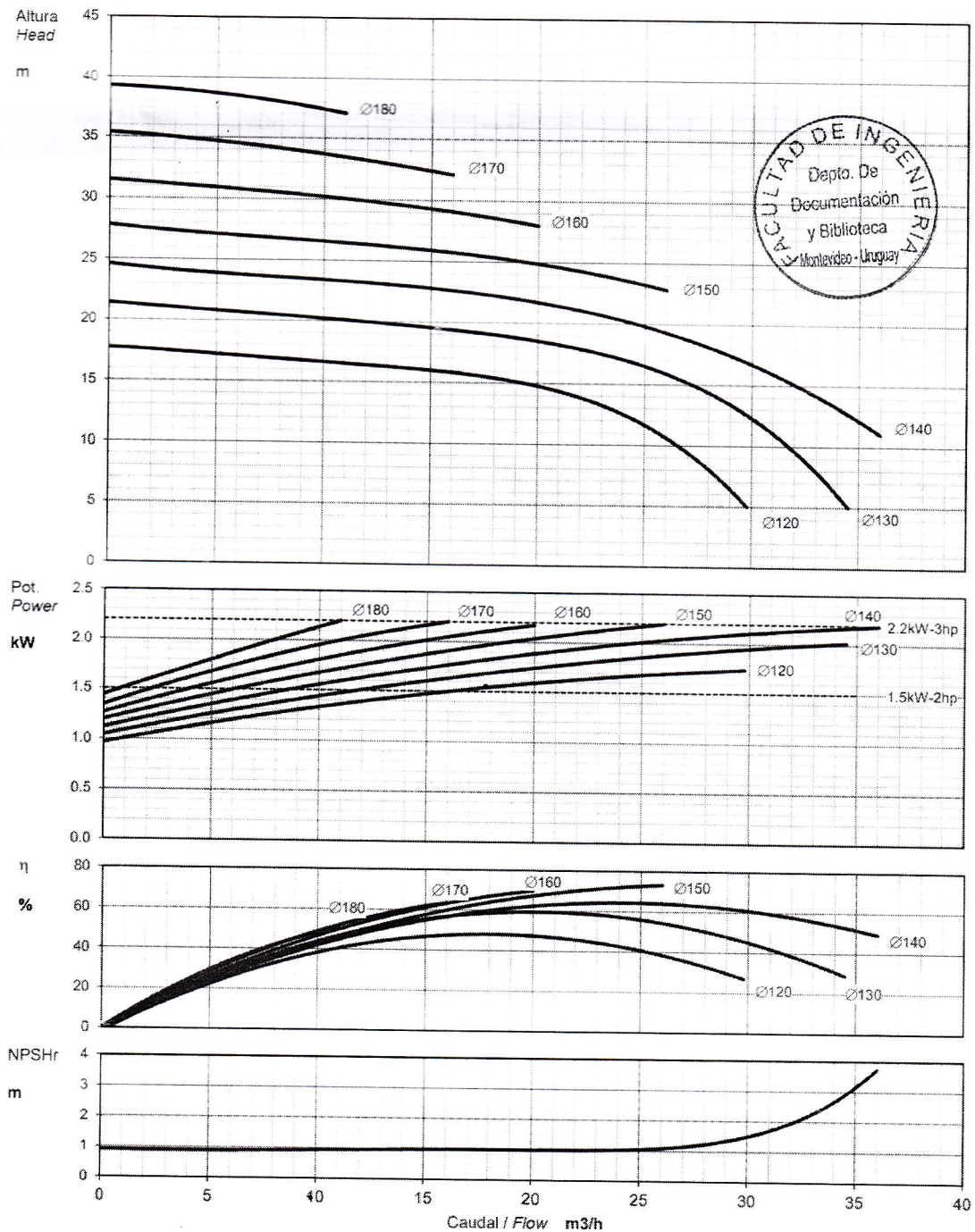


Figura 1: Curvas características de bomba centrífuga higiénica Bominox SANIX 01 - modelo 221.

Sección C: Bomba centrífuga Saer BP - 4 (superficial)

Curva: $H [m] = -0,0128 \cdot Q^2 [m^3/h]^2 + 0,0306 \cdot Q [m^3/h] + 22,2$

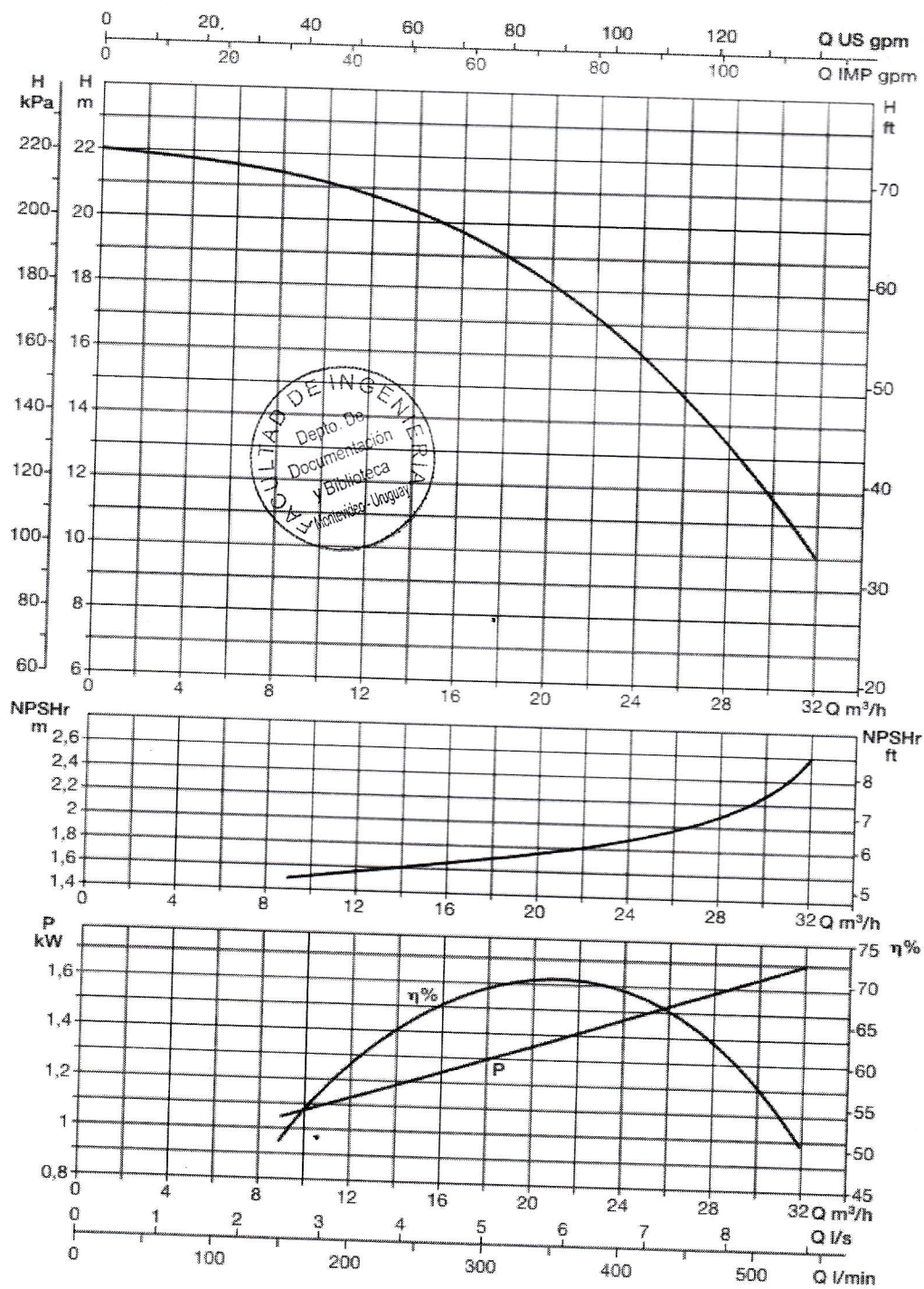
BP 4

Figura 2: Curvas características de la bomba centrífuga de superficie Saer BP-4.

Sección C: Bomba centrífuga sumergible multietapa Wortex modelo ST 60 14-4 HP

Curva: $H [m] = -0,164 \cdot Q^2 [m^3/h]^2 - 1,33 \cdot Q [m^3/h] + 89,4$

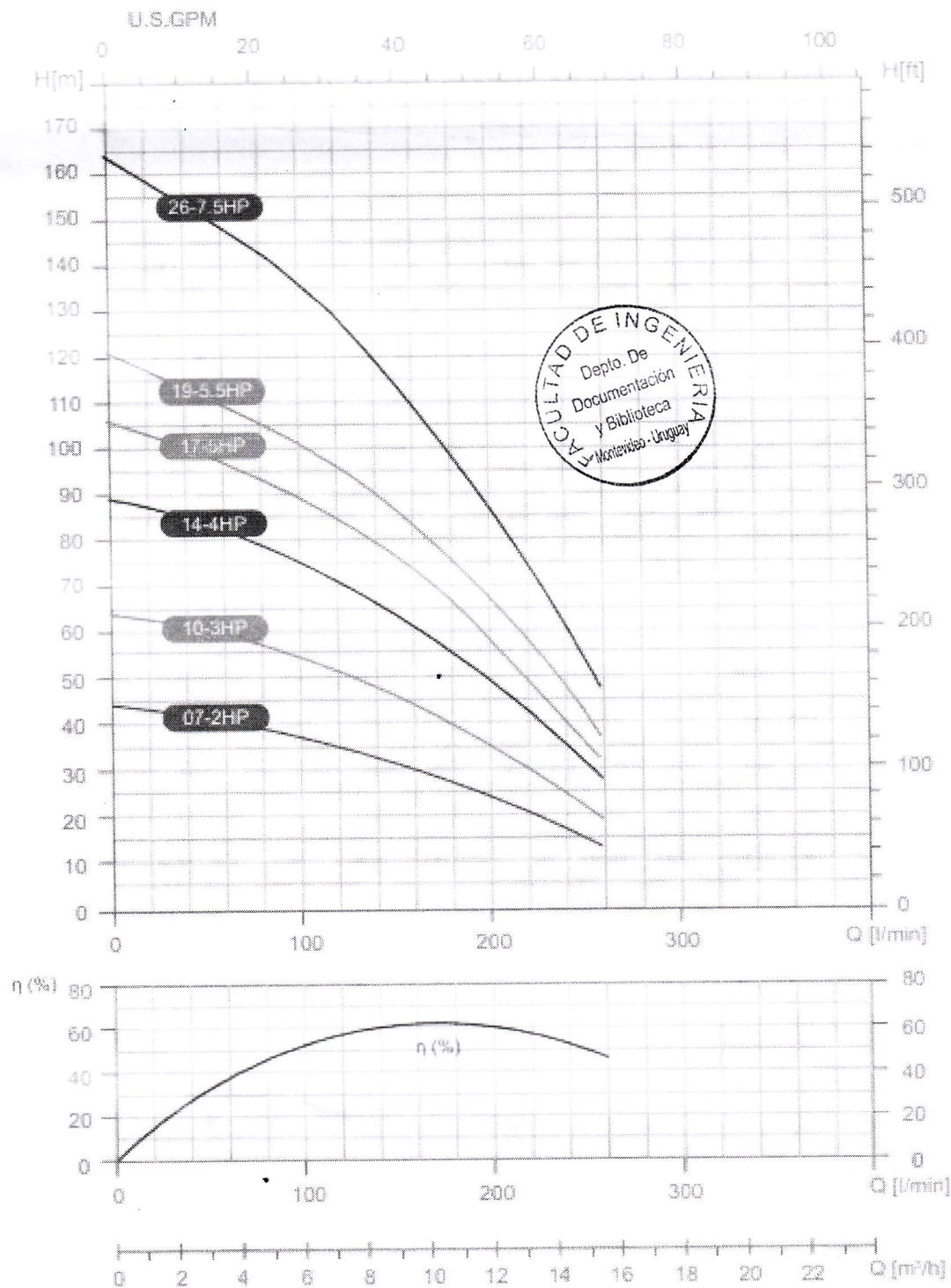


Figura 3: Curvas características de la bomba sumergible multietapa Wortex ST 60 14-4 HP.

Problema 2

Se requiere oxígeno a presión para inyectar en un reactor. Para esto, se aspira aire atmosférico mediante un compresor reciprocante de una etapa y simple efecto que cuenta con un pequeño tanque pulmón de amortiguación aislado térmicamente. Desde el tanque, el aire comprimido se transporta a través de una línea de acero comercial sin aislación térmica, hasta ingresar finalmente al reactor.

El sistema cuenta con varias medidas de los distintos sensores que pueden leerse a través de una pantalla en la sala de control, las mismas se listan a continuación:

- Horas de operación totales del compresor: 8,280 h
- Frecuencia de operación: 50 Hz
- Nivel de aceite lubricante en el cárter: 82 %
- Temperatura del aceite de lubricación: 54 °C
- Presión de la línea de agua de refrigeración de la camisa: 1,2 barg
- Temperatura de admisión del compresor: 20 °C
- Caudal de aire en condiciones de admisión: 203 m³/h
- Presión manométrica del tanque pulmón: 3,5 barg
- Temperatura de descarga del compresor: 70 °C
- Nivel de la fase líquida dentro del reactor: 1,5 m
- Velocidad de giro del agitador del reactor: 120 rpm



Pregunta 1: Se está realizando una revisión de los distintos sensores y se le encarga a usted evaluar la confiabilidad de las mediciones proporcionadas por el caudalímetro, la termocupla ubicada a la descarga del compresor y el manómetro del tanque pulmón. Indique qué se puede concluir de la veracidad de cada medidor. Justifique claramente su razonamiento y las suposiciones realizadas.

Pregunta 2: Si el aire se inyecta al reactor a una presión de 1.5 barg, ¿cuál debería ser la presión mínima en el tanque pulmón si el flujo másico no debe caer por debajo de 2,4 kg/min?

Datos adicionales

- **Compresor:** De una etapa y simple efecto. Cilindrada total = 3 L; $N_c = 1250$ rpm; $c = 0,05$; k (coeficiente politrópico) = 1,15.
- **Conducción hacia el reactor:** De acero comercial Sch. 40 con $\Phi = 1''$; $\epsilon = 5 \times 10^{-5}$ m; $L_e = 50$ m.
- **Propiedades físicas del aire:** $PM = 29$ g/mol, $\mu = 1,85 \times 10^{-5}$ Pa · s, $C_P/C_V = 1,4$.
- **Condiciones ambientales:** $P_{atm} = 1$ bar, $T_{amb} = 20$ °C.

Resolución del Problema 1

Pregunta 1

El sistema requiere la descarga de camiones cisterna hacia un tanque de almacenamiento en un tiempo máximo de una hora por unidad. En este contexto, el objetivo es evaluar las bombas centrífugas de diseño higiénico disponibles en el catálogo comercial para determinar si alguna satisface los requerimientos operativos del proceso.

Para validar la aptitud de las alternativas, se debe verificar que la bomba sea capaz de suministrar el caudal de diseño y garantizar una operación libre de cavitación durante todo el proceso de descarga.

Vale señalar que no es necesario realizar una verificación independiente de la potencia eléctrica, ya que al tratarse de una electrobomba que opera a su frecuencia nominal (50 Hz) bombeando un fluido con propiedades físicas casi idénticas a las del agua (fluido de diseño), la potencia instalada por el fabricante cubre la demanda operativa siempre que el caudal se encuentre dentro del rango de trabajo especificado.

En primer lugar, se tiene que los camiones cisterna tienen una capacidad de 30 m^3 y el vaciado de los mismos no puede superar 1 h, por tanto se obtiene un caudal deseado de al menos $30 \text{ m}^3/\text{h}$.

En el catálogo de bombas centrífugas higiénicas se observa que únicamente las bombas $\phi 130$ y $\phi 140$ pueden entregar un caudal de $30 \text{ m}^3/\text{h}$ o más.

A continuación, se plantea un balance de energía mecánica entre la superficie del líquido en el camión cisterna (1) y la descarga hacia el tanque de almacenamiento (2), con el objetivo de determinar si las bombas suministran la altura suficiente para llevar a cabo el servicio.

$$\frac{\Delta P}{\rho g} + \Delta z + \frac{\Delta u^2}{2\alpha g} + \Delta h_f = H_{req} \quad (1)$$

El camión cisterna está venteado, al igual que el tanque de almacenamiento por tanto a $P_1 = P_2 = P_{atm} = 1 \text{ atm}$, en consecuencia $\frac{\Delta P}{\rho g} = 0$.

La velocidad del fluido en la superficie del camión cisterna se considera despreciable por tratarse de un reservorio, no así la velocidad media de la tubería en la descarga al tanque. Además, se supone régimen turbulento inicialmente, por ende, $\alpha = 1$ y $\frac{\Delta u^2}{2\alpha g} = \frac{u_2^2}{2g}$.

La altura de la descarga hacia el tanque es fija ($z_2 = 8 \text{ m}$), mientras que el nivel de líquido en el camión cisterna es variable entre 1,2 m y 3,5 m, se tiene entonces $\Delta z = z_2 - z_1$.

La pérdida de carga se determina de la siguiente forma: $\Delta h_f = \left(\frac{f L_{eq}}{D_{in}} \right) \cdot \left(\frac{u_{in}^2}{2g} \right)$, con el coeficiente de fricción de Darcy determinado analíticamente según la correlación de Churchill:

$$f = 8 \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A + B)^{3/2}} \right]^{\frac{1}{12}} \quad (2)$$

Siendo los parámetros auxiliares A y B:

$$A = \left[2,457 \ln \frac{1}{\left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 \frac{\epsilon}{D}} \right]^{16}$$

$$B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

7/17



Y el número de Reynolds se determina según:

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D_{in}}{\mu} \quad (3)$$

Las propiedades del fluido utilizadas son $\rho = 1030 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ y $\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Se conoce que las conducciones son de acero inoxidable con rugosidad $\epsilon = 8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ y Sch 40 con diámetro nominal $\Phi = 2,5 \text{ in}$, por lo tanto el diámetro interno se puede aproximar a $D_{in} = 6,27 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Finalmente, se fija el caudal en $Q = 30 \text{ m}^3/\text{h}$ y el nivel de líquido en el camión cisterna en $z_1 = 1,2 \text{ m}$. De esta forma se puede evaluar la altura de bombeo requerida para garantizar un caudal superior a $30 \text{ m}^3/\text{h}$ en el punto más exigido del sistema.

Sustituyendo y resolviendo, se tiene:

$$f = 0,016$$

$$H_{req, Q=30} = 10,5 \text{ m}$$

ademas se verifica el régimen turbulento:

$$Re = 1,7 \cdot 10^5 \gg 2100$$

La altura entregada por ambas bombas ($H_{\phi 130, Q=30} = 12 \text{ m}$, $H_{\phi 140, Q=30} = 16,8 \text{ m}$) es mayor que la altura requerida, por lo tanto, el caudal de operación estaría por encima de $30 \text{ m}^3/\text{h}$.

Se verifica a continuación que no se supere el caudal máximo de la bomba durante la operación. Para esto se plantea un BEM similar al anterior, pero en este caso se fija $z_1 = 3,5 \text{ m}$. Se selecciona en primera instancia el caudal máximo al que puede trabajar la bomba $\phi 130$, $Q = 34,5 \text{ m}^3/\text{h}$.

Sustituyendo y resolviendo se tiene:

$$f = 0,016$$

$$H_{req, Q=34.5} = 9,3 \text{ m}$$

Se verifica que este valor de altura requerida por el sistema es mayor al que entrega la bomba al mismo caudal ($H_{\phi 130, Q=34.5} = 5 \text{ m}$). Se puede concluir entonces que el rango de caudales de operación de la bomba $\phi 130$, para todo nivel de líquido en el camión cisterna se encuentra dentro del rango de trabajo.

Repitiendo la evaluación para la bomba $\phi 140$, se selecciona su caudal máximo $Q = 36 \text{ m}^3/\text{h}$ se tiene:

$$f = 0,016$$

$$H_{req, Q=36} = 9,7 \text{ m}$$

Este valor de altura requerida por el sistema es menor al que entrega la bomba $\phi 140$ para ese caudal ($H_{\phi 140, Q=36} = 11 \text{ m}$), por lo que el caudal de operación estaría por encima del valor máximo de diseño. Por este motivo se descarta la bomba $\phi 140$.

Alternativamente es válido optar por la bomba $\phi 130$ a raíz de que para todo caudal la potencia consumida por la misma es menor que la potencia consumida por la bomba $\phi 140$. En consecuencia, si se prueba que la bomba $\phi 130$ satisface las condiciones de operación, se puede seleccionar esa bomba por ser la de menor consumo de energía para su operación.

A continuación es necesario verificar que la bomba seleccionada no cavite en ningún momento de la operación.

Se tiene que:



$$NPSH_d = z_1 - \frac{f \cdot L_{eq,succión}}{D_{in}} \left(\frac{u_{in}^2}{2g} \right) + \frac{P_1 - P_{vapor}}{\rho g}$$

Dónde

$$L_{eq,succión} = 0,35 \cdot L_{eq} = 12,25 \text{ m}$$

y $P_1 = P_{atm}$.

Se plantea una situación hipotética de bombeo, sabiendo que si no hay cavitación en esta condición no habrá en ninguna condición real de operación. La condición combina la mínima altura en el camión cisterna ($z_1 = 1,2 \text{ m}$) y el máximo caudal alcanzable por la bomba $Q = 34,5 \text{ m}^3/\text{h}$.

Resolviendo se tiene que la bomba es libre de riesgo de cavitación:

$$NPSH_D = 9,25 \text{ m} > NPSH_{R, \text{ máximo}} \approx 3 \text{ m}$$

También es válido calcular el caudal de operación para ambas condiciones de altura de succión y evaluar el $NPSH_D$ contra el $NPSH_R$ en cada condición.

Se puede, entonces, concluir que la instalación de la bomba $\phi 130$ es adecuada, ya que esta permite cumplir con el servicio, operando siempre dentro del rango de caudales de diseño y libre de riesgo de cavitación para toda condición operativa proyectada.

Pregunta 2

El uso de tuberías, accesorios y equipos de acero inoxidable es una práctica común en las industrias alimenticias y biotecnológicas. Por un lado el acero inoxidable presenta una resistencia superior al acero al carbono frente al ataque de productos químicos como ácidos y bases, evitando el deterioro por corrosión o ataque químico de los mismos y la posible contaminación del producto con óxidos metálicos. Otra ventaja que otorga el acero inoxidable es la posibilidad de obtener superficies con una rugosidad menor al acero comercial, lo que favorece la fácil limpieza de las superficies al reducir la adherencia de microorganismos o compuestos como lípidos y proteínas.

Ante todo se deben evitar utilizar uniones roscadas, ya que los surcos de las mismas representan zonas muertas de difícil limpieza por los sistemas in situ. Resulta favorable utilizar uniones tipo *clamp* de acople rápido e higiénico, o en zonas estáticas se admiten también uniones por soldadura de calidad sanitaria.

Pregunta 3

El sistema de bombeo para la extracción de agua del pozo está compuesto por dos bombas conectadas en serie, una sumergida dentro del pozo y la otra en la superficie. La bomba de la superficie es controlada mediante un variador de frecuencia para garantizar un caudal de bombeo deseado.

Conceptualmente se puede ver que si el caudal de operación es fijo, la altura requerida de bombeo dependerá únicamente de variaciones en los términos de presión y de nivel. En un sistema como el del problema, no existen variaciones de presión en los reservorios, y el nivel de descarga es fijo, por lo que la variación de altura requerida depende únicamente de la variación de nivel en el pozo. En particular, cuanto mayor sea el nivel en el pozo, menor será la diferencia de alturas y por tanto menor será la altura de bombeo requerida.

En un acople en serie, ambas bombas operan al mismo caudal y se puede modelar la altura total de bombeo entregada como la suma de los aportes de cada bomba. La bomba sumergible opera siempre



a frecuencia nominal y caudal fijo, por lo que la altura de bombeo entregada es constante. Se puede ver entonces que, en la medida que varíe la altura de bombeo requerida por el sistema, deberá variar también la altura de bombeo entregada por la bomba de superficie. En particular, se sabe que cuando baja la frecuencia de alimentación, la curva de la bomba entrega menor altura para un mismo caudal.

Por lo tanto, se puede concluir que la menor frecuencia de operación se dará cuando se requiera la menor altura de bombeo, es decir cuando el nivel en el pozo se encuentre en su máximo valor $z_{\text{pozo}} = -45 \text{ m}$.

Para determinar la frecuencia en esas condiciones, se plantea un balance de energía mecánica entre la superficie del líquido en el pozo (1) y la descarga al tanque pulmón (2). Partiendo de una ecuación similar a 1, se puede llegar a la siguiente expresión:

$$z_2 - z_1, \text{ máx} + \frac{u_2^2}{2g} + \Delta h_f = H_{\text{req}} = H_{\text{acople}} = H_{\text{bomba sumergible}} + H_{\text{bomba superficie}} \quad (4)$$

dónde

$$\Delta h_f = \frac{f \cdot L_{eq}}{D_{in}} \cdot \left(\frac{u^2}{2g} \right) + \Delta h_{\text{filtro}} \quad (5)$$

con

$$\Delta h_{\text{filtro}} = \frac{-\Delta P_{\text{filtro}}}{\rho g} = \frac{10000 \cdot u}{\rho g} \quad (6)$$

y el factor de fricción determinado según 2.

Se conoce que las conducciones son de acero comercial con rugosidad $\epsilon = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ y Sch 40 con diámetro nominal $\Phi = 2 \text{ in}$, por lo tanto el diámetro interno se puede aproximar a $D_{in} = 5,25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Se conocen los ajustes para las curvas características de las bombas, siendo estos:

$$H_{\text{sumergible}}(Q) = -0,164 \cdot Q^2 - 1,33 \cdot Q + 89,4 \quad \text{con } H \text{ en [m] y } Q \text{ en [m}^3/\text{h]} \quad (7)$$

$$H_{\text{superficie}}(Q) = -0,0128 \cdot Q^2 + 0,0306 \cdot Q + 22,2 \quad \text{con } H \text{ en [m] y } Q \text{ en [m}^3/\text{h]} \quad (8)$$

Para escalar las curvas características de la bomba al operar a una frecuencia f distinta de la nominal ($f_{\text{nom}} = 50 \text{ Hz}$), se aplican las leyes de similitud para dos bombas con el mismo diámetro de rodete:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \quad y \quad \frac{f_1}{f_2} = \left(\frac{H_1}{H_2} \right)^2$$

Sea la frecuencia nominal de operación $f_1 = 50 \text{ Hz}$, f_2 la frecuencia de operación real que se busca determinar, y Q_2 y H_2 los valores de caudal y altura a los que realmente trabaja la bomba a la frecuencia de operación, se puede entonces realizar la siguiente sustitución para obtener la curva de operación de la bomba de superficie:

$$H_2(Q_2) = -0,0128 \cdot Q_2^2 + 0,0306 \cdot Q_2 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1} \right) + 22,2 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 \quad (9)$$

Haciendo uso de las ecuaciones 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 9 se puede determinar la frecuencia de operación necesaria para operar el sistema en un caudal de $Q = 13 \text{ m}^3/\text{h}$. Las propiedades del fluido en este caso son $\rho = 998 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ y $\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

Vale notar que existe múltiples formas de implementar esto en la planilla de cálculo, una de ellas es tomar como función objetivo (celda a minimizar) la siguiente diferencia:

$$(H_{\text{sistema}} - H_{\text{sumergible}} - H_{\text{superficie}, f_2})^2$$

y variar la frecuencia de operación f_2 para minimizarla.

Si se resuelve dicho sistema se obtiene una frecuencia de operación mínima de

$$f_2 = 45,2 \text{ Hz.}$$

Adicionalmente:

$$H_{\text{sumergible}} = 44,4 \text{ m} \quad , \quad H_{\text{superficie}, f_2} = 16,4 \text{ m} \quad y \quad Re = 8,7 \cdot 10^4$$

Luego, para determinar la potencia que consumiría el sistema de bombeo, es necesario determinar las eficiencias de cada bomba. Las mismas se encuentran disponibles en los gráficos que proporciona el fabricante, los cuales siempre se encuentran a la frecuencia nominal.

En el caso de la bomba sumergible, que opera a frecuencia nominal, se puede leer directamente de los gráficos disponibles. Se tiene entonces $\eta_{\text{sumergible}} = 57\%$

Por otro lado la bomba de la superficie no opera a frecuencia nominal. Sin embargo se sabe que en puntos homólogos a diferentes frecuencias se cumple que:

$$\eta_{f_1} = \eta_{f_2}$$

Por tanto se debe determinar cuál es el caudal homólogo (Q_1) al caudal real (Q_2) a frecuencia nominal (f_1).

Teniendo $Q_2 = 13 \text{ m}^3/\text{h}$, $f_2 = 45,2 \text{ Hz}$ y $f_1 = 50 \text{ Hz}$ y sustituyendo en las leyes de similitud :

$$Q_1 = \frac{f_1}{f_2} \cdot Q_2 = 14,4 \text{ m}^3/\text{h}$$

Con este valor se puede leer en el gráfico la eficiencia correspondiente y se obtiene, entonces:

$$\eta_{\text{superficie}, f_2, Q=13 \text{ m}^3/\text{h}} = \eta_{\text{superficie}, f_{\text{nominal}}, Q=14,4 \text{ m}^3/\text{h}} = 65\%$$

Luego las potencias de cada bomba se pueden determinar de la siguiente forma:

$$P_e = \frac{\rho \cdot g \cdot H_{\text{op}} \cdot Q_{\text{op}}}{\eta_t \cdot 3600}$$

Donde:

- P_e : [W]
- Q_{op} : [m^3/h].
- H_{op} : [m].
- ρ : [kg/m^3].
- g : ($\approx 9,81 \text{ m}/\text{s}^2$) [m/s^2].
- η_{total} : Eficiencia total de la bomba (adimensional).



■ 3600: Factor de conversión para pasar el caudal de $[m^3/h]$ a $[m^3/s]$ en el Sistema Internacional.
Se obtiene entonces para la bomba sumergible

$$P_e = \frac{13 \cdot 44,4 \cdot 998 \cdot 9,81}{3600 \cdot 0,57} = 2753 \text{ W}$$

y para la bomba de superficie

$$P_e = \frac{13 \cdot 16,4 \cdot 998 \cdot 9,81}{3600 \cdot 0,65} = 890 \text{ W}$$

y finalmente la potencia eléctrica total requerida por el sistema de bombeo

$$P_{e, total} = P_{e, sumergible} + P_{e, superficie} = 3,64 \text{ kW}$$



Resolución del Problema 2

Pregunta 1

Dado que se conocen los datos del compresor aportados por el fabricante, es posible vincular las tres variables medidas. Para evaluar la veracidad de los medidores se adopta una estrategia de validación cruzada siguiendo la siguiente lógica:

1. Se asume de manera tentativa que uno de los tres medidores es confiable.
2. Mediante las ecuaciones que modelan la física del compresor, se calculan los valores teóricos que deberían registrar los otros dos medidores.
3. Se calcula el error relativo ($\%E$) entre el valor teórico y la lectura real observada en pantalla.
4. Se repite el análisis para cada uno de los tres medidores hasta poder tomar conclusiones acerca de sus medidas.

Para cuantificar la discrepancia entre el valor calculado (X_{calc}) y el valor medido (X_{med}), el porcentaje de error se evalúa mediante la expresión:

$$\%E = \frac{|X_{\text{calc}} - X_{\text{med}}|}{X_{\text{menor}}} \times 100\% \quad (10)$$

donde $X_{\text{menor}} = \min(X_{\text{calc}}, X_{\text{med}})$. Se adopta por convención dividir entre el valor más pequeño de los dos comparados.

El caudal volumétrico aspirado en la admisión (Q) depende directamente de la cilindrada del compresor (V_D), la velocidad de rotación (N_c) y la eficiencia volumétrica real ($\eta_{v,\text{real}}$), que en este caso es igual a la teórica ($\eta_{v,\text{teo}}$):

$$Q = \eta_{v,\text{teo}} V_D N_c \quad (11)$$

La eficiencia volumétrica contabiliza la pérdida de capacidad de aspiración debido a la reexpansión del gas atrapado en la fracción de volumen muerto (c). Para una compresión politrópica con exponente k y una relación de compresión r_c , se define como:

$$\eta_{v,\text{teo}} = 1 - c \left(r_c^{\frac{1}{k}} - 1 \right) \quad (12)$$

Reemplazando la expresión de $\eta_{v,\text{teo}}$ y calculando el caudal máximo desplazado geoméricamente ($\dot{V}_{\text{desp}} = V_D \cdot N_c = 3 \text{ L/rev} \times 1250 \text{ rev/min} \times \frac{60 \text{ min/h}}{1000 \text{ L/m}^3} = 225 \text{ m}^3/\text{h}$), la ecuación del caudal aspirado queda simplificada en función únicamente de r_c :

$$Q = 225 \cdot \left[1 - 0.05 \left(r_c^{\frac{1}{1.15}} - 1 \right) \right] \text{ [m}^3/\text{h}] \quad (13)$$

Por otra parte, la evolución de la temperatura durante la compresión politrópica desde la entrada ($T_1 = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$) hasta la descarga sigue la relación termodinámica:

$$T_2 = T_1 r_c^{\frac{k-1}{k}} = 293 \cdot r_c^{\frac{0.15}{1.15}} \text{ [K]} \quad (14)$$

Escenario 1: Suponiendo válido el manómetro del tanque pulmón

Si aceptamos como cierta la presión de $P_2 = 4,50 \text{ bar}$, la relación de compresión es $r_c = \frac{4,50}{1,00} = 4,50$. Sustituyendo este valor en la ecuación de temperatura de descarga:

$$T_{2,\text{calc}} = 293 \cdot (4,50)^{\frac{0.15}{1.15}} = 356,5 \text{ K} \Rightarrow T_{2,\text{calc}} = 83,4^\circ\text{C}$$



Al comparar con los 70 °C indicados por el termómetro y dividiendo por el menor valor (70 °C):

$$\%E_T = \frac{|83,4 - 70|}{70} \times 100 = 19,08 \%$$

Asimismo, la eficiencia volumétrica teórica para esta relación de presiones es $\eta_v = 0,865$, por lo que el caudal esperado sería:

$$Q_{\text{calc}} = 225 \times 0,865 = 194,6 \text{ m}^3/\text{h}$$

Comparando con los 203 m³/h del caudalímetro:

$$\%E_Q = \frac{|203 - 194,6|}{194,6} \times 100 = 4,29 \%$$

Escenario 2: Suponiendo válida la termocupla

Si consideramos válida la temperatura medida $T_2 = 70^\circ\text{C} = 343,15 \text{ K}$, despejamos la relación de compresión correspondiente a esa elevación de temperatura:

$$r_c = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{343,15}{293} \right)^{\frac{1,15}{0,15}} = 3,36 \implies P_{2,\text{calc}} = 3,36 \text{ bar}$$

El error frente a la lectura de 4,50 bar del manómetro es:

$$\%E_P = \frac{|4,50 - 3,36|}{3,36} \times 100 = 34,0 \%$$

Con la relación de compresión calculada, la eficiencia volumétrica resulta en $\eta_v = 0,907$, dando un caudal de:

$$Q_{\text{calc}} = 225 \times 0,9066 = 204,0 \text{ m}^3/\text{h}$$

El error relativo frente al valor medido de 203 m³/h es sumamente bajo:

$$\%E_Q = \frac{|204,0 - 203|}{203} \times 100 = 0,49 \%$$



Escenario 3: Suponiendo válido el caudalímetro

Si el caudal aspirado es $Q = 203 \text{ m}^3/\text{h}$, podemos obtener la eficiencia volumétrica como:

$$\eta_v = \frac{Q}{\dot{V}_{\text{desp}}} = \frac{203}{225} = 0,902$$

A partir de η_v , despejamos la relación de compresión requerida para justificar dicha eficiencia:

$$r_c = \left(1 + \frac{1 - 0,902}{0,05} \right)^{1,15} = 3,48 \implies P_{2,\text{calc}} = 3,48 \text{ bar}$$

El error con el manómetro es:

$$\%E_P = \frac{|4,50 - 3,48|}{3,48} \times 100 = 29,3 \%$$

Finalmente, con $r_c = 3,48$, calculamos la temperatura de descarga que debería registrarse:

$$T_{2,\text{calc}} = 293 \cdot (3,48)^{\frac{0,15}{1,15}} = 344,7 \text{ K} \implies T_{2,\text{calc}} = 71,57^\circ\text{C}$$

El error respecto a la termocupla es:

$$\%E_T = \frac{|71,57 - 70|}{70} \times 100 = 2,24 \%$$

A modo de resumen, se presentan los resultados en la Tabla 1.

Instrumento asumido válido	P_2 [bar]	T_2 [°C]	Q [m ³ /h]
Manómetro	4,50	83,4	195
Termocupla	3,36	70,0	204
Caudalímetro	3,48	71,6	203

Tabla 1: Resultados para cada escenario.



Al analizar los escenarios 2 y 3, se evidencia una alta consistencia cruzada entre el caudalímetro y la termocupla, prediciendo una presión requerida en el tanque pulmón de alrededor de 3,4 bar para que haya coherencia. Esto se puede cuantificar si se comparan las estimaciones de las variables cuando se supone válido el caudalímetro y la termocupla respectivamente.

$$\%E_P = \frac{|3,48 - 3,36|}{3,36} \times 100 = 3,6 \%$$

El escenario 1 muestra como asumir el manómetro como el medidor correcto resulta en una desviación de los otros dos medidores. Como es altamente improbable que dos medidores se descalibren a la vez, y que estos lo hagan de manera que sus efectos se contrarresten para mantenerse dentro de los límites físicos del sistema, se concluye que el único medidor defectuoso es el manómetro ubicado en el tanque pulmón.

Pregunta 2

Para determinar la presión mínima en el tanque pulmón que garantiza que el flujo másico de aire no caiga por debajo de los 2,4 kg/min, se puede plantear un balance de energía desde el tanque hasta la entrada del reactor. Como el aire en el tanque pulmón viene de un proceso de compresión, su temperatura será mayor a la del ambiente, por lo que, si la temperatura al final de la conducción es mayor a la del ambiente (debe verificarse), el fluido intercambiará calor durante todo el trayecto, disminuyendo su temperatura y aumentando su densidad más de lo que lo haría si el escurrimiento fuese adiabático, y todavía más que si fuese isotérmico. Una representación de esto se observa en la Figura 4.

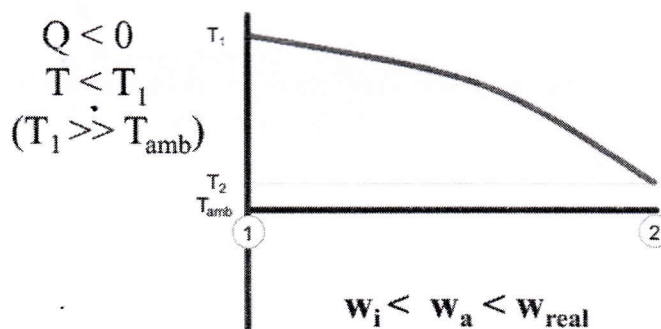


Figura 4: Comparación de caso real con los modelos.

Puede entenderse como que el flujo real es en este caso, «más eficiente» que el flujo adiabático y que el flujo isotérmico. Si se hace el análisis pero ahora fijando el flujo másico y la presión en el reactor, se llega a la siguiente relación:

$$P_{0_{\text{req,ISO}}} > P_{0_{\text{req,AD}}} > P_{0_{\text{req,RE}}}$$

Es decir, como el escurrimiento real es más eficiente que el adiabático y que el isotérmico, se necesita menos presión de partida para alcanzar el mismo flujo. De esta manera se concluye que el modelo isotérmico y adiabático son cotas superiores para la presión en el tanque pulmón si la temperatura del fluido es siempre mayor a la del ambiente, siendo el escurrimiento adiabático el que da el valor mínimo que permite cumplir el servicio.

Para realizar el cálculo, se modela el problema como un escurrimiento adiabático con entrada desde reservorio, el cual se rige por las siguientes ecuaciones:

$$X = \left(\frac{w}{A}\right)^2 \left(\frac{v_0}{P_0}\right) \quad (15)$$

$$F = \frac{P_3}{P_0} \quad (16)$$

$$\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right) X = r^2 - r^{\gamma+1} \quad (17)$$

$$\left(\frac{r^2 - z^2}{X}\right) - \left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right) \ln\left(\frac{r}{z}\right) = \frac{f_b Le'}{D} \quad (18)$$

$$\left(\frac{\gamma-1}{2\gamma}\right) X = z^2 - Fz \quad (19)$$

Para el cálculo del factor de fricción f_b , se utiliza la correlación de Churchill:

$$f_b = 8 \left[\left(\frac{8}{\text{Re}}\right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/12} \quad (20)$$

$$A = \left[2,457 \ln \frac{1}{\left(\frac{7}{\text{Re}}\right)^{0,9} + 0,27 \frac{\epsilon}{D}} \right]^{16}$$

$$B = \left(\frac{37530}{\text{Re}}\right)^{16}$$

El sistema se resuelve en LibreOffice Calc mediante el uso del bloque de resolución de la Figura 5. Como no se conoce la temperatura en el tanque pulmón, y esta depende de la presión del mismo, se deben vincular ambas a través del compresor:

$$T_0 = T_{\text{amb}} \left(\frac{P_0}{P_{\text{atm}}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad [\text{K}] \quad (21)$$

Para simplificar la convergencia, se introdujeron las definiciones de X y F en las celdas correspondientes del bloque de resolución, por lo que solo se variaron r , z y P_0 para minimizar la celda objetivo y resolver el sistema formado finalmente por las ecuaciones 17, 18 y 19. La relación termodinámica que vincula

la temperatura del tanque pulmón con la relación de compresión se introdujo como ecuación en la celda donde se ingresa T_0 . La presión mínima que puede calcularse en el tanque pulmón, que asegura que el flujo másico de aire no caiga por debajo de 2,4 kg/min es $P_0 = 2,94$ bar.

Parámetros / variables para el BEM						
X	0,00579			Le'	50	m
r	0,99792			D	0,02664	m
z	0,85060			A _{ajp}	5,57E-04	m ²
W	0,04000	kg/s		ε	5,00E-05	m
E	0,84963			μ	1,80E-05	Pa·s
				γ	1,4	
Cálculo del factor de fricción con Churchill				PM	2,88E-02	kg/mol
Re	106210	-				
A	1,13E+20	-		P ₃	2,50E+05	Pa
B	5,91E-08	-		P ₀	2,94E+05	Pa
f _b	0,025	-		T ₀	337,29	K
Ec. 1	-3,03E-08	1		V ₀	0,331	m ³ /kg
Ec. 2A' _R	1,10E-07	1		V ₂	0,389	m ³ /kg
Ec. 3A _R	-1,11E-09	1		P ₂	2,50E+05	Pa
Ec. 4	0,00E+00	0		T ₂	337	K
def X	0,00E+00	0		u ₂	27,92	m/s
				u _{sonido}	369,01	m/s
Objetivo	1,4E-07					

Figura 5: Bloque de resolución utilizado con resultados finales.