

Máquinas para Fluidos 1
Examen Mesa Especial, Abril 2024

La alimentación del sistema de calentamiento de agua de una piscina trabaja en un sistema circuito cerrado, con tres bombas en paralelo tomando y entregando agua de la piscina, se puede asumir que las bombas se encuentran instaladas al mismo nivel de la superficie libre del agua.
La temperatura del agua por medio de un intercambiador de calor se mantiene a 30°C.

Las características de las bombas instaladas se reportan a 1450 rpm para un diámetro $D=180$ mm.

Q(lt/s)	0	5,7	9,1	13,7	16	20,6	22,8
H(m)	16,6	14,0	12,4	10,4	9,3	7,3	6,2
$\eta(\%)$	24	27	45	57	51	45	30
ANPA _R (m)	-	2,2	3,0	4,5	5,8	6,1	6,6

Se tiene una única cañería de conducción tanto en succión como e impulsión colectando el caudal de las tres bombas operando en paralelo. Las pérdidas de carga de la impulsión son $\zeta_i = K_i Q^2$ y en la succión $\zeta_s = K_s Q^2$ con $[Q] = \text{lt/s}$, siendo $K_i = 0.03 \text{ m}/(\text{lt/s})^2$ y $K_s = 0.005 \text{ m}/(\text{lt/s})^2$.

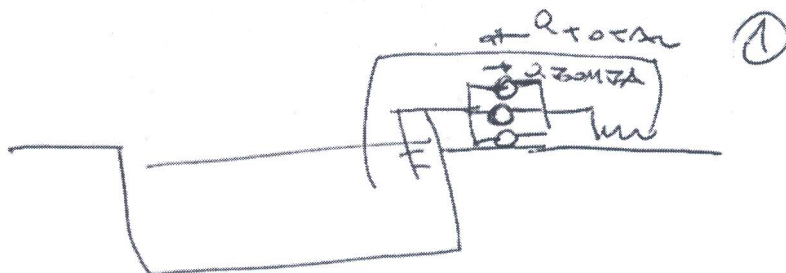
a) Hallar el punto de funcionamiento y la potencia de consumo total de las tres bombas operando a 1450 rpm, verificar que no se tenga cavitación.

b) A los efectos de bajar el consumo de energía al mínimo, se plantea sustituir las bombas por otras tres bombas de la misma familia trabajando también en paralelo. Calcular diámetro y velocidad de giro de las nuevas bombas que minimizan el consumo de energía, asegurando que circule el mismo caudal en la instalación que el hallado en la parte a)

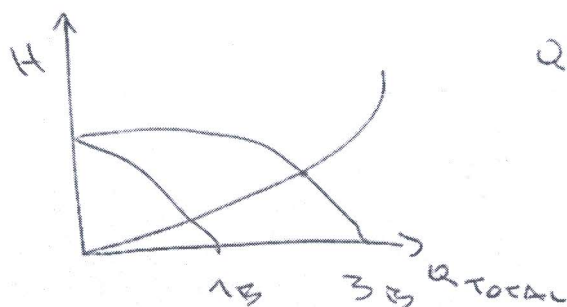
c) Verificar que las bombas seleccionadas en b) no trabajan en condición de cavitación.



2)



3 BOMBAS = 2 SUPERFICIE LIBRE



$$Q_{TOTAL} = 3 Q_{BOMBA}$$

$$H_{INCR} = (K_S + K_L) (3 Q_{BOMBA})^2$$

Punto de corte $Q_{BOMBA} = 6,57 \text{ l/s}$

$$H_{BOMBA} = 13,59 \text{ m}$$

$$H_{SVR} = 2,4 \text{ m}$$

$$\eta = 31,6 \%$$

$$P_{OT} = \frac{\gamma Q H}{\eta} = 2768 \text{ W}$$

3 BOMBAS

$$H_{SVL} = H_S + \frac{P_{ATM} - P_V}{\gamma} - \frac{H_{BOMBA}}{\eta}$$

$$H_{SVL} = -K_S (3 Q_{BOMBA})^2 + 10,34 - 0,4344$$

$$H_{SVL} = 7,96 \text{ m}$$

$$H_{SVL} > H_{SVR} \text{ NO SUFICIENTE}$$

2/7



①

b) PUNTO DE MÁXIMO RENDIMIENTO
1450 rpm

$$\eta_{max} = 57\% \quad Q_{\eta_{max}} = 13.7 \text{ l/s}$$

$$h_{\eta_{max}} = 10.4 \text{ m}$$

$$h_{50\% \eta_{max}} = 4.5 \text{ m}$$

$$Q_{operación} = 6.57 \text{ l/s}$$

$$H_{operación} = 13.54 \text{ m}$$

$$\pi_a = \frac{Q_{op}}{D^3 \omega} = \frac{Q_{\eta_{max}}}{D^3 \omega}$$

$$\pi_H = \frac{H_{op} g}{D^2 \omega^2} = \frac{H_{\eta_{max}} g}{D^2 \omega^2}$$

$$\frac{\pi_a^2}{\pi_H} = \frac{Q^2}{D^6 \omega^2 H g} \cdot \frac{D^2 \omega^2}{H g} = \frac{Q^2}{D^4 H g}$$

$$\frac{Q_{op}^2}{D^4 H_{op} g} = \frac{Q_{\eta_{max}}^2}{D^4 H_{\eta_{max}} g}$$

$$D^{-4} = \left(\frac{Q_{op}}{Q_{\eta_{max}}} \right)^2 \frac{H_{\eta_{max}}}{H_{op}} D^4$$

$$D' = \left(\frac{Q_{op}}{Q_{\eta_{max}}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_{\eta_{max}}}{H_{op}} \right)^{1/4} D$$

3/7



③

$$D' = 117 \text{ mm}$$

$$\omega' = \left(\frac{200}{2500} \right) \left(\frac{D}{D'} \right)^3 \omega$$

$$\omega' = 2552 \text{ rpm}$$

$$\frac{g_{\text{hor}} r_{\text{max}}}{\omega^2 D^2} = \frac{g_{\text{hor}} r'}{\omega'^2 D'^2}$$

$$g_{\text{hor}} r' = g_{\text{hor}} \left(\frac{D'}{D} \right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega'} \right)^2$$

$$g_{\text{hor}} r' = 5,2 \text{ m}$$

$$h_{\text{ord}} = 7,26 \text{ m}$$

no cav. $\rightarrow A$



Máquinas para Fluidos 1

Examen Mesa Especial Abril 2024

Se cuenta con una bomba de engranajes exteriores acoplada a un motor eléctrico de velocidad de giro y potencia nominal 1450 rpm y 0.75 HP respectivamente. Se puede asumir un par adicional debido a cojinetes y sellos de 0.24 Nm (constante en todo punto de funcionamiento). La función de la bomba es accionar 2 cilindros hidráulicos iguales con diámetro de 6 cm para elevar una carga de 918 kg (la carga se distribuye equitativamente entre los 2 cilindros).

El fluido utilizado es un aceite alojado en un depósito a presión atmosférica a una temperatura de 40°C (viscosidad cinemática $\nu = 160 \text{ mm}^2/\text{s}$, densidad $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$). Se asume que las diferencias de altura y las pérdidas de carga en las tuberías son despreciables.

Los resultados de dos ensayos realizados con la bomba utilizando otro aceite a 20°C ($\nu = 320 \text{ mm}^2/\text{s}$, $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$) son los siguientes:

Ensayo	N (rpm)	Δp (bar)	Q (l/min)	P (W)
A	1450	0	13.2	75
B	1450	18	12.8	-

Se pide:

- Determinar las expresiones $Q(N, \Delta p)$ y $P(N, \Delta p)$ para la bomba de engranajes a partir de los datos de los ensayos.
- Determinar la velocidad de elevación de la carga y la potencia consumida por la bomba si esta gira a su velocidad nominal.
- Si se conecta el motor con un variador de frecuencia, determinar la máxima velocidad a la que se puede elevar una carga de 1530 kg sin que el motor se sobrecaliente.
- Después de varios años de uso, se observa un aumento del 15% en la holgura entre los engranajes y la carcasa. Estimar el caudal que impulsaría la bomba y la potencia consumida si se repitiera el ensayo B. (Suponer que el caudal teórico no se ve afectado).

5/7



BOMBA DE ENGRENAJES

$N_{nom} = 1450 \text{ rpm}$ $P_{nom} = 0.75 \text{ HP} = 550 \text{ W}$ $T_{atc} = 0.24 \text{ Nm}$
 ACCIONA 2 CILINDROS DE $\phi = 0.06 \text{ m}$

$Q = V_D N - \beta \Delta p \rightarrow 13.2 = V_D \times 1450 - \beta \times 0 \rightarrow V_D = 9.1 \times 10^{-3} \text{ l/rev}$
 $12.8 = V_D \times 1450 - \beta \times 18 \rightarrow \beta = 2.22 \times 10^{-2} \frac{\text{l/min}}{\text{bar}}$

$Q_{engajo} = 9.1 \times 10^{-3} \times N(\text{rpm}) - 2.22 \times 10^{-2} \Delta p(\text{bar})$ [Q] = l/min
 @ 320 mm²/s

$P_c = V_D \Delta p N + k_1 N^2 + k_2 N$

$T_{atc} = 0.24 \text{ Nm}$ $k_2 = 2.5 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{rpm}}$
 $k_2 = T_{atc} \cdot \frac{2\pi}{60}$

$k_1 \times 1450^2 + 2.5 \times 10^{-2} \times 1450 = 75 \text{ W} \rightarrow k_1 = 1.84 \times 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{rpm}^2}$ @ 320 mm²/s

$P_{cengajo} = 1.52 \times 10^{-2} \times \Delta p(\text{bar}) \times N(\text{rpm}) + 1.84 \times 10^{-5} N^2 + 2.5 \times 10^{-2} N$ [P] = W

b) 2 pistones, $m = 910 \text{ kg} \rightarrow \Delta p = \frac{910 \times 9.8 / 2}{\frac{\pi}{4} \times 0.06^2} = 15.9 \times 10^5 \text{ Pa} = 15.9 \text{ bar}$

$\beta \propto \frac{\alpha^3}{\mu} \rightarrow \beta_{@320} \times 320 \text{ mm}^2/\text{s} \times 900 \text{ kg/m}^3 = \beta_{@160} \times 160 \text{ mm}^2/\text{s} \times 900 \text{ kg/m}^3$
 $\rightarrow \beta_{@160} = 4.44 \times 10^{-2} \frac{\text{l/min}}{\text{bar}}$

$k_1 \propto \frac{\mu}{\alpha} \rightarrow k_{1@320} \times 320 \text{ mm}^2/\text{s} = k_{1@160} \times 160 \text{ mm}^2/\text{s} \rightarrow k_{1@160} = 9.22 \times 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{rpm}^2}$
 6/7



$$Q = 9.1 \times 10^{-3} \times 1450 - 4.44 \times 10^{-2} \times 15.9 = 12.5 \text{ l/min}$$

$$Q_{\text{piston}} = \frac{Q_{\text{bomba}}}{2} = V_{\text{piston}} \times A_{\text{piston}} \rightarrow V_{\text{piston}} = \frac{12.5 / 60 \times 10^3}{2} \times \frac{1}{\frac{\pi}{4} \times 0.06^2}$$

$$\boxed{V_{\text{piston}} = 3.7 \text{ cm/s}}$$

$$P_{\text{bomba}} = \frac{9.1 \times 10^{-3}}{1000} \times 15.9 \times 10^5 \times \frac{1450}{60} + 9.22 \times 10^{-6} \times 1450^2 + 2.5 \times 10^{-2} \times 1450$$

$$\rightarrow \boxed{P_{\text{bomba}} = 406 \text{ W}}$$

$$c) \Delta p = \frac{1530 \times 9.8 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} \times 0.06^2} = 26.5 \text{ bar}$$

$$P_{\text{bomba}} = \frac{9.1 \times 10^{-3}}{1000} \times 26.5 \times 10^5 \times \frac{N}{60} + 9.22 \times 10^{-6} N^2 + 2.5 \times 10^{-2} N \leq 550 \text{ W}$$

$$\rightarrow 9.22 \times 10^{-6} N^2 + 0.427 N - 550 \leq 0 \rightarrow N \leq 1254 \text{ rpm}$$

$$Q_{\text{bomba}} = 9.1 \times 10^{-3} \times 1254 - 4.44 \times 10^{-2} \times 26.5 = 10.2 \text{ l/min}$$

$$V_{\text{piston}} = \frac{10.2 / 60 \times 10^3 / 2}{\frac{\pi}{4} \times 0.06^2} = 3 \times 10^{-2} \text{ m/s} \rightarrow \boxed{V_{\text{moz carga}} = 3 \text{ cm/s}}$$

$$d) \alpha' = 1.15 \alpha \rightarrow \beta'_{0.320} = \beta_{0.320} \times 1.15^3 = 3.38 \times 10^{-2} \frac{\text{l/min}}{\text{bar}}$$

$$K'_{10.320} = \frac{K_{10.320}}{1.15} = 1.6 \times 10^5 \text{ W/rpm}^2$$

$$Q'_B = 9.1 \times 10^{-3} \times 1450 - 3.38 \times 10^{-2} \times 18 \rightarrow \boxed{Q'_B = 12.6 \text{ l/min}}$$

$$P'_B = \frac{9.1 \times 10^{-3}}{1000} \times 18 \times 10^5 \times \frac{1450}{60} + 1.6 \times 10^5 \times 1450^2 + 2.5 \times 10^{-2} \times 1450$$

$$\rightarrow \boxed{P'_B = 466 \text{ W}}$$

7/7

