Curso de Estructuras de Datos y Algoritmos – 2008
Práctico 8

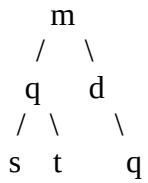
***Nota*:** al igual que en los prácticos 6 y 7, en los problemas que siguen se usarán los tipos *lista* y *árbol binario*, como *tipos abstractos*, cada uno de ellos definido por un conjunto *mínimo* de *funciones* (constructoras, predicados y selectoras).

Pruebe estos ejercicios en máquina, importando los módulos de lista y árbol binario, luego pruébelos con las diferentes implementaciones de los tipos abstractos.

1.
a. Escribir en C/C++ un módulo de definición para el Tipo Abstracto de Datos Árbol Binario de Naturales. Dar una especificación funcional mínima de constructores, predicados y selectores.
b. Escribir en C/C++ un módulo de implementación para el TAD Árbol Binario de Naturales.Utilice la representación clásica de punteros para Árboles Binarios e implemente las operaciones.

2.
a. Demostrar que un árbol binario con todos los niveles completos y con n nodos internos (nodos que no son hojas) tiene n+1 nodos externos (nodos que son hojas).
b. emostrar que un árbol de n nodos tiene exactamente n-1 aristas.

3.
a. Si cada nodo de un Árbol Binario de Caracteres contiene una letra, la concatenación de las mismas en cada camino que va desde la raíz a una hoja representa una palabra. Escribir una función que devuelva una lista con todas las palabras almacenadas en un árbol binario.
b. Escribir una función que dados: un Árbol Binario de Caracteres y un camino expresado en forma de Lista de Caracteres, determine si existe dicho camino en el árbol teniendo en cuenta que el camino debe comenzar en la raíz y terminar en una hoja. Por ejemplo, para el árbol que sigue existen los caminos m-q-t y m-d-k, pero no existen los caminos m-d, r-q-t ni d-k:



4.
a. Escribir en C/C++ un módulo de definición para el Tipo Abstracto de Datos Expresiones Aritméticas de números enteros. Las operaciones permitidas son: el producto, la división, la suma y la resta. La especificación funcional mínima de constructores, predicados y selectores debe constar de las siguientes operaciones:

- **Expre Constante(int x) ;**

/* Devuelve una expresión constante, es decir, que sólo contiene un valor numérico*/

- **Expre ConsExpre(char o, Expre l, Expre r);**

/* Crea una expresión con el operador o y las subexpresiones l y r*/

- **bool EsConstante(Expre we ;**

/* Determina si una expresión es constante */

- **char OperadorExpre(Expre e);**

/* Devuelve el operador de una expresión que no es constante*/

- **int ValorExpre(Expre e) ;**

/* Devuelve el valor de una expresión constante*/

- **Expre IzquierdaExpre(Expre e) ;**

/* Devuelve la subexpresión izquierda de una expresión que no es constante */

- **Expre DerechaExpre(Expre e) ;**

/*Devuelve la subexpresión derecha de una expresión que no es constante */

b. Escribir en C/C++ un módulo de implementación para el TAD Expresiones Aritméticas. Utilice la representación clásica de punteros para Árboles Binarios e implemente las operaciones.
c. Implementar la operación de evaluación de Expresiones Aritméticas, usando sólo las operaciones definidas en la parte a):

- **int EvaluarExpre(Expre e) ;**

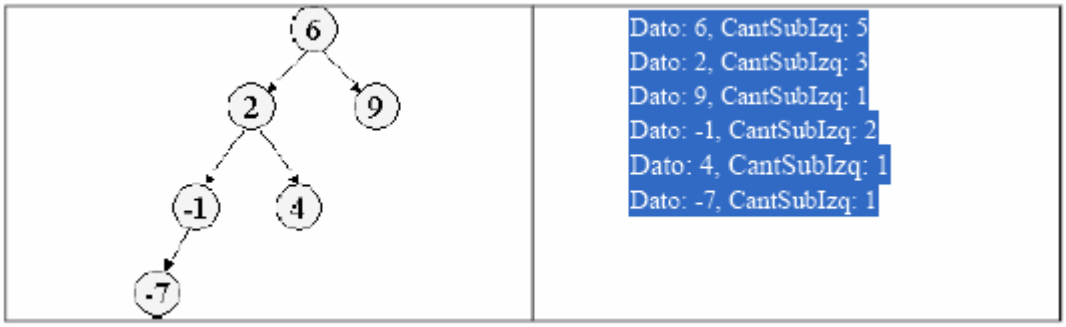
/* Devuelve el valor de una expresión aritmética */

5. (Ejercicio del Parcial de Programación 3 de Octubre de 2001)
Se quiere representar los ascendientes de una persona. Esto es, los progenitores (padres) de la persona,los progenitores de sus progenitores (abuelos) y así sucesivamente. Cada persona está identificada por su nombre. Se pide:
a. Justificar porque un Árbol Binario modela adecuadamente este tipo de información. Explicar que dato o datos debe contener dicho Árbol Binario. Dar una especificación funcional mínima de constructores, predicados y selectores.
b. Desarrollar un procedimiento que dada la estructura que representa los ascendientes de una persona *x*, imprima los nombres de sus ascendientes en el siguiente orden: primero el nombre de *x*, luego el de sus progenitores (padres de *x*), luego el de los progenitores de sus progenitores (abuelos de *x*), y así sucesivamente (por generaciones).
Nota: considerar que si no se conoce algún ascendiente y de la persona x, tampoco se conoce ninguno de los ascendientes de y.
Para la parte b. debe utilizar el TAD auxiliar Cola de Árboles Binarios especificando sus operaciones. Puede suponerlo implementado.

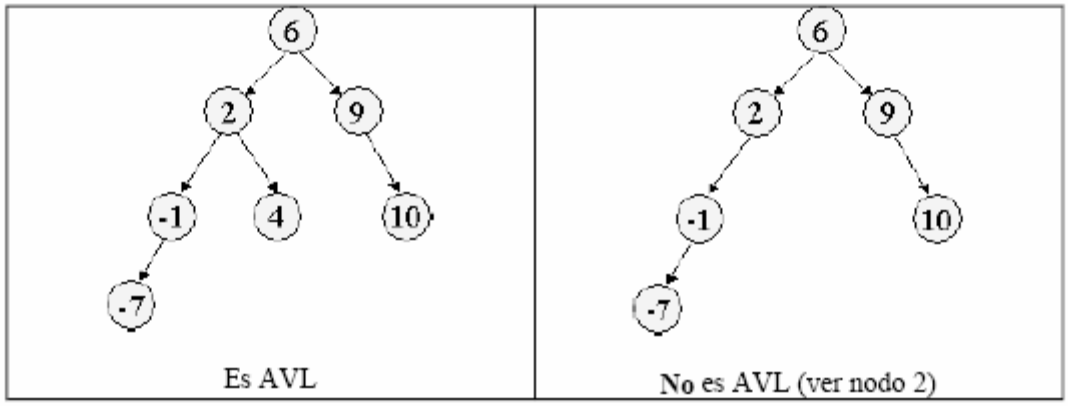
6.
a. Escribir en C/C++ un módulo de definición para el Tipo Abstracto de Datos Árbol Binario de Búsqueda de Naturales. Dar una especificación funcional mínima de constructores, predicados y selectores.
b. Escribir en C/C++ un módulo de implementación para el TAD Árbol Binario de Búsqueda de Naturales. Utilice la representación clásica de punteros de Árbol Binario de Búsqueda e implemente las operaciones.

7.

a) Agregar a la especificación de Árbol Binario de Búsqueda de Naturales del ejercicio 6 la siguiente operación:
kMenor, que dado un natural *k* retorna el subárbol que tiene al *k*-ésimo menor elemento del árbol como raíz, si éste existe. Si no hay al menos *k* elementos en el árbol o *k* es cero, la función debe retornar el árbol vacío. Si *k* es 1, nos referimos al menor elemento del árbol, si *k* es 2 al segundo elemento más pequeño del árbol y así sucesivamente.
b) Implementar el TAD Árbol Binario de Búsqueda extendido de tal manera que la operación de inserción y la función **kMenor** recorran a lo sumo un camino del árbol (desde la raíz a una hoja).Para esto considere una representación donde cada nodo del árbol almacene adicionalmente al dato la cantidad de elementos en su subárbol izquierdo más 1.
Ejemplo:



8.
a. Definir una función que dado un Árbol Binario retorne *TRUE* si, y solamente si, el árbol es un Árbol Binario de Búsqueda.
b. Un Árbol Binario de Búsqueda es un AVL si para coda nodo del árbol se cumple que las alturas de sus subárboles izquierdo y derecho difieren a lo sumo en uno. El árbol vacío es un AVL. Definir una función que dado un Árbol Binario de Búsqueda de Naturales retorne *TRUE* si, y solamente si, el árbol es un AVL.



9.
a. Escribir en C/C++ un módulo de definición para el Tipo Abstracto de Datos Árbol Finitario de Naturales. La especificación funcional mínima de constructores, predicados y selectores debe constar de las siguientes operaciones:

- **FTree NullFTree () ;**

/* Devuelve el árbol vacío*/

- **FTree ConsFTree(unsigned int k, ListFTree l) ;**

/* Crea un árbol no vacío a partir de un natural y una lista de hijos (subárboles) */

- **bool IsEmptyFTree(FTree t);**

/* Determina si un árbol dado es o no vacío */

- **unsigned int RootFTree(FTree t);**

/* Devuelve el valor en la raíz de un árbol no vacío */

- **ListFTree OffspringFTree (FTree t) ;**

/* Devuelve la lista de hijos de un árbol no vacío */

- **ListFTree SiblingsFTree (FTree t) ;**

/* Devuelve la lista de hermanos de un árbol no vacío */

Nota: se puede considerar que el TAD **ListFTree** está definido e implementado.

b. Escribir en C/C++ un módulo de implementación para el TAD Árbol Finitario de Naturales e implementar las operaciones. Utilice la representación de "Lista de hijos, Lista de hermanos" donde cada nodo tiene 2 punteros uno de los cuales indica el siguiente hermano en la lista de hermanos y otro que indica el comienzo de la lista de hijos, esta representación es similar a la representación clásica de punteros de Árbol Binario (debido a que cada nodo tiene información y 2 punteros) pero difiere en el uso que se les da a los punteros.

c. agregar las siguientes operaciones al TAD Árbol Finitario de Naturales:

- **FTree CreateFTree(unsigned inr x) ;**

/* Crea un árbol no vacío, que no tiene hijos, con x en la raiz */

- **FTree AddOffspringFTree(FTree t, FTree s);**

/* Agrega a t un hijo s */

- **FTree DeleteOffspringFTree(FTree t,unsigned int x);**

/* Elimina de t el único hijo que contiene en la raíz a x */

Nota: implementar estas operaciones, basándose en la representación dada en la parte b. Considerar que no se repite la información de los nodos.

Es AVL **No** es AVL (ver nodo 2)

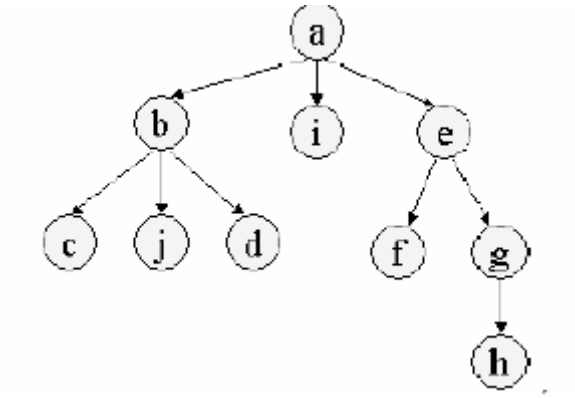
10. Se definen las recorridas en InOrden, PreOrden y PostOrden para Árboles Finitarios como sigue:

• **InOrden:** visita el hijo más a la izquierda, luego a la raíz y luego al resto de los hijos de izquierda
a derecha.

• **PreOrden:** visita primero la raíz y luego los hijos de izquierda a derecha.

• **PostOrden:** visita de izquierda a derecha a los hijos y luego a la raíz.

a. Mostrar los resultados de las tres recorridas sobre el siguiente árbol:



b. Escribir un procedimiento que realice la recorrida en InOrden de un Árbol Finitario.
c. Escribir un procedimiento que realice la recorrida en PreOrden de un Árbol Finitario.
d. Escribir un procedimiento que realice la recorrida en PostOrden de un Árbol Finitario.
11. Se quiere representar los descendientes de una persona. Esto es, los hijos de la persona, los
descendientes de sus hijos (nietos) y así sucesivamente. Cada persona está identificada por su nombre, es decir que los nombres no se repiten.
a. Justificar porque un Árbol Binario **no** modela adecuadamente este tipo de información y un Árbol Finitario **sí** lo hace. Explicar que dato o datos debe contener dicho Árbol.
b. Dada la estructura que representa los descendientes de una persona implementar las siguientes operaciones:
i. Dado el nombre de un descendiente indicar cuantas generaciones los separan.
ii. Imprimir los nombres de sus descendientes por generaciones.
iii. Indicar la cantidad de generaciones máxima que lo separan de un descendiente.
iv. Devolver la cantidad de descendientes que no tienen descendencia propia.
Nota: para la parte b. debe utilizar el TAD auxiliar Cola de Árboles Finitarios especificando sus operaciones. Puede suponerlo implementado.
12. (Ejercicio del Parcial de Programación 2 de Julio de 2003)
Considere la siguiente especificación del TAD ArbolesGenerales no vacíos y sin elementos repetidos, de un tipo genérico T:

- **ArbGen ArbolHoja(T elem);**

(* Dado un elemento genera un árbol que sólo contiene dicho elemento (como una hoja) *)

- **ArbGen Insertar(ArbGen a , T v ,T w);**

/* Dados un Árbol y dos elementos v y w, inserta a v como el **último** hijo de w en el árbol (hijo más a la derecha), siempre que w pertenezca al árbol y v no pertenezca al árbol. En caso contrario,la operación no tiene efecto. */

- **bool EsArbolHoja(ArbGen a);**

/* Dado un árbol, retorna *TRUE* si, y sólo si, el árbol es un árbol hoja (con un solo elemento). */

- **bool Pertenece(ArbGen a,T elem);**

/* Dados un árbol y un elemento, retorna true si y sólo si el elemento pertenece al árbol */

- **ArbGen Borrar (ArbGen a,T elem);**

/* Dados un árbol y un elemento, elimina al elemento del árbol siempre que éste pertenezca al árbol, no sea la raíz del mismo y no tenga ningún hijo. En caso contrario, la operación no tiene efecto */

Se pide:
a. Defina una representación a utilizar para el TAD ArbolesGenerales.
b. Implemente completamente el TAD ArbolesGenerales.
Las funciones Insertar y Borrar deben retornar árboles que compartan registros de memoria con los árboles parámetros. Puede utilizar el operador de igualdad (=) para comparar elementos de tipo T. Si necesita usar funciones o procedimientos auxiliares en la implementación del TAD, desarrolle los códigos correspondientes.