Práctico 1 – Conjuntos

1) Expresa por extensión cada uno de los siguientes conjuntos:

A = {n ∈ N / n es divisible entre 5 y n < 30}

B = {n ∈ N / n +1 es primo, 1< n < 14}

C = { x ∈ Q/ (7+2x)(x^2-1)=0}

D = {z ∈ ℤ / (z +1)(z+3)(2z-11)(z -10)(z-3)(z+5)=0 }

E = {n^3+n-1/ n ∈ ℤ ∧ -3<n≤3}

G = {x ∈ℤ/ x^2 = 4}

H = {x∈ℤ/ 6x−2 = - 5}

I = {2n+1/ n ∈N ∧ n<10 }

J = {2+(-1)^n / n ∈N}

K = {1+($\frac{1}{n}$) / n ∈J }

2) Dados los siguientes conjuntos: A={0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39} , B={16,25,36,49,64,81,100,121,144} y C={-6,0,6,12,18,24}
   a. Expresa por comprensión cada uno de los anteriores conjuntos.
   b. Determina por extensión los siguientes conjuntos:
      i. M={x∈ℤ/ x^2∈A} ii. P={x/x^2∈B y x-8>0} iii. T={x∈C/(¼)x∈ℤ}

3) Para cada conjunto, indica cuáles de las afirmaciones son correctas. Justifica.

a.	M= {r ,s ,t}	i) a∈M	ii) r⊂M	iii) {r}∈M ,	iv) {r}⊂M	
b.	E={1,0}	i) {0}∈E	ii) Ø∈E	iii) {0}⊂E	iv) 0∈E	v) 0⊂E
c.	V={r,s,m,e }	i) {s,e}⊂ V	ii) {r,c,m}⊂ V	iii) {m}⊂ V	iv) {e,m,r}⊂ V	v) {s,e}∈ V

4) Sean los conjuntos:
A={r,s,t ,u,v,w} B={u,v ,w , x, y ,z} C={s, u, y,z} D={u, v} E={s,u} F={s}.

Determina en cada caso, con las informaciones dadas, cuál o cuáles de los conjuntos dados puede ser X:
a) X ⊂A y X ⊂B b) X ⊄B y X ⊂C c) X ⊄A y X ⊄C d) X ⊂B y X ⊄C

5) Sean A y B subconjuntos de un conjunto U.
   a. De un subconjunto H de U, se sabe que A⊂H , B⊂H y H ⊂A∪B. ¿Qué se puede decir del conjunto H?
   b. De un subconjunto K de U se sabe que K⊂A , K⊂B y A∩B⊂K. ¿Qué se puede decir del conjunto K?

6) Suponga el siguiente universo de referencia U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} , A = {1, 4, 7, 10}, B = {1, 2, 3, 4, 5} y C = {2, 4, 6, 8}, define por extensión los siguientes conjuntos:

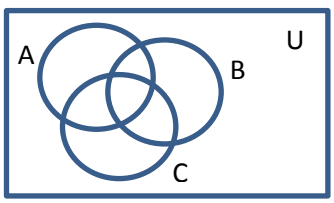
a)	A ∪ B	b)	A – B	c)	A'	d)	U '
e)	B ∩ U	f)	B' ∩ (C – A)	g)	(A∩B)' ∪ C	h)	B ⊕C
i)	(A∪B)−(C ⊕B)	j)	A ∩ (B ∪ C)	k)	(A ∩ B) ∪ C	l)	(A ∩ B) – C

7) Representa, utilizando diagramas de Venn, cada uno de los siguientes conjuntos:

(A∩B) ∪C A−B, B−A, B⊕A, B∩A',

A' (A')' A∪A' A∩A' Ø' A'∪C '

(A∪B)' A'∩B' (B−C)' A∪B' B'−A'



8) Demostrar las siguientes propiedades (puede usar tablas de pertenencia):
   a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   c) $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$ d) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
   e) $(A - B)' = A' \cup B$ f) $A \subseteq B \Leftrightarrow B' \subseteq A'$
   g) leyes de De Morgan para dos conjuntos:
      i. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ii. $(A \cap B)' = A' \cup B'$

9) Sean $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ y $C = \{a, b\}$ hallar: a) $P(A)$ b) $P(B)$ c) $P(A) \cap P(B)$

10) Indicar si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas, para dos conjuntos A y B. Para cada una, si es verdadera, demostrarlo. Si es falsa, dar un contraejemplo.
   a. $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$ b. $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$
   c. $A \subseteq B \wedge (P(B) \subseteq P(A)) \Longrightarrow A = B$

11) A, B y C son conjuntos. Indicar si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas, justificando. Si son verdaderas, demostrarlo. Si son falsas, dar un contraejemplo.
   a. $A - B = A - C \Longrightarrow B = C$ b. $A \cup B = A \cup C \Longrightarrow B = C$
   c. $A - B = A \Longrightarrow B = \emptyset$ d. $A \cup B = A \Longrightarrow B = \emptyset$

12) Es cierto o falso que si $A - B = A - H$ entonces $B \subseteq H \vee H \subseteq B$? Justifique.

13) Indicar si cada una de las siguientes afirmaciones respecto a los conjuntos A, B y C son verdaderas o falsas. En caso de ser verdadera, demostrarla; si es falsa, dar un contraejemplo.
   a. Si $(A - B)$ es un conjunto finito, entonces B tiene que ser un conjunto finito.
   b. Si A y B son conjuntos infinitos, entonces $(A \cap B)$es un conjunto infinito.

14) Supongamos que A, B y C son conjuntos que verifican: $A \oplus B = B \oplus C$, ¿debe verificarse A=B?.

15) Sean A, B y E conjuntos, indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar la respuesta, dando una prueba para la misma.
   a. $A - (A - B) = B$ b. $A \cap B = A \cap E \Longrightarrow B = E$

16) Sea A, B y E conjuntos. Investigar la veracidad de cada una de las siguientes afirmaciones. Para cada una, si es verdadera, demostrarla; si es falsas, dar un contraejemplo.
   a. $(A \cup B) - E = (A \cup E) - (B \cup E)$ b. $(A \cup B) - E = (A - E) \cup (B - E)$

17) Analizar la veracidad de las siguientes afirmaciones, en caso afirmativo demostrarlas y en caso contrario dar un contraejemplo:
   a. $A \subseteq B \Longrightarrow A \cap B = A$ b. $A \subseteq B \Longrightarrow A \cup B = A$ c. $A \subseteq B \Longrightarrow A \cap (B - A) = B$
   d. $A \oplus B = B \oplus A$ e. $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B' = \emptyset$ f. $A \oplus B = A \cup B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

Bibliografía:
-Rosen, Kenneth – Matemática Discreta y sus aplicaciones. Ed. Mc Graw Hill
-Grimaldi, Ralph – Matemáticas Discreta y Combinatoria. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana
-Ross, Kenneth – Matemáticas Discretas. Ed. Prentice Hall
-Jiménez Murillo, José – Matemáticas para la Computación. Ed Alfaomega
-Sitio Web: www.fing.edu.uy/tecnoinf